



**HAL**  
open science

# Étude des comportements anharmoniques et non linéaires des vibrations des noyaux atomiques

M.C. Volpe

► **To cite this version:**

M.C. Volpe. Étude des comportements anharmoniques et non linéaires des vibrations des noyaux atomiques. Physique Nucléaire Expérimentale [nucl-ex]. Université de Caen, 1997. Français. NNT : . in2p3-00008702

**HAL Id: in2p3-00008702**

**<https://hal.in2p3.fr/in2p3-00008702>**

Submitted on 20 Oct 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



FR9710033

GANIL T 97 02

UNIVERSITE DE CAEN

# THESE

*présentée*

*par*

Section INIS
Doc. enreg. le : 6/10/97
N° TRN : FR9710033
Destination : I,I+D,D

**Maria Cristina VOLPE**

*pour obtenir*

**le GRADE de DOCTEUR EN SCIENCES  
DE L'UNIVERSITE DE CAEN**

SUJET :

**ETUDE DES COMPORTEMENTS ANHARMONIQUES  
ET NON LINEAIRES DES VIBRATIONS  
DES NOYAUX ATOMIQUES**

soutenue le 27 Juin 1997 devant le jury composé de :

Madame N. Frascaria	<i>Président</i>
Monsieur G. Baur	<i>Rapporteur</i>
Monsieur N. Van Giai	<i>Rapporteur</i>
Monsieur J.P. Blaizot	
Monsieur F. Catara	
Monsieur Ph. Chomaz	
Monsieur B. Tamain	

## Remerciements

*Je voudrais d'abord remercier le précédent Directeur du Ganil Monsieur Samuel Harar, l'actuel Directeur Monsieur Daniel Guerreau, le Directeur adjoint Monsieur Jérôme Fouan, le CEA ainsi que l'ensemble des physiciens du Ganil qui m'ont permis de réaliser ma thèse dans ce laboratoire.*

*Le début de mon séjour en France a été difficile, je quittais ma famille, mes amis, l'Italie pour vivre et travailler dans un pays dont je ne connaissais pas la langue. Je tiens à remercier tous ceux qui avec leur disponibilité, leur patience et leur gentillesse m'ont aidée à traverser cette période difficile et à apprendre la langue française.*

*Je voudrais remercier Monsieur Philippe Chomaz pour avoir dirigé ce travail. Durant ces années j'ai pu apprécier ses qualités pédagogiques ainsi que son enthousiasme pour la recherche.*

*Ce travail a été réalisé grâce à une collaboration entre le Ganil, l'Université de Catane et l'Université de Séville. Je voudrais exprimer ma profonde reconnaissance à Madame Maria Victoria Andrés et Messieurs Francesco Catara et Edoardo Lanza. Pendant notre collaboration, je n'ai pas seulement apprécié leurs qualités scientifiques, mais aussi leurs grandes qualités humaines. Je n'oublierai pas leur chaleur, leur soutien et leur amitié.*

*Je souhaite remercier Madame Nimet Frascaria d'avoir présidé mon Jury de thèse, Messieurs Gerhard Baur et Nguyen Van Giai d'avoir tenu le rôle de rapporteur, Messieurs Jean-Paul Blaizot, Francesco Catara et Bernard Tamain d'avoir accepté d'être membres du Jury.*

*La réalisation d'une thèse n'est pas seulement un travail de recherche, elle offre aussi maintes occasions de rencontres et de discussions dans le cadre des écoles, des conférences et des séminaires. Je voudrais, ici, exprimer ma gratitude à tous les physiciens qui ont ainsi contribué à rendre cette expérience encore plus riche et motivante.*

*Je ne voudrais surtout pas oublier de remercier très sincèrement tous les physiciens permanents ainsi que les thésards et visiteurs qui ont été ou sont au Ganil pour avoir contribué à rendre mon séjour enrichissant, dynamique et stimulant sur le plan scientifique ainsi que sur le plan humain.*

*Je voudrais aussi exprimer toute mon estime et ma reconnaissance à Madame Monique Bex et Messieurs Gérard Auger, Jean-Marc Casandjian et Piet Van Isacker pour tout le soutien, l'aide et l'amitié dont ils ont fait preuve pendant ces années.*

*Je voudrais également remercier Yann Perrier, Giuseppe Politi, Stéphanie Salou et Olivier Tirel de leur gentillesse et leur disponibilité.*

*Encore merci à Mesdames Christine Lemaitre et Jacqueline Pollet d'avoir bien voulu relire et corriger les dernières fautes d'orthographe de ce texte.*

*Ma pensée va à ma soeur Daniela et mon frère Raffaele, à tous mes amis italiens et français, à Luis et Assumpta et à Vi-Sieu. Leur soutien et leur amitié ont été pour moi précieux. Je pense également à Amine et à Ismail. Je n'oublierai pas leur gentillesse et les bons conseils qu'ils ont su toujours me donner. Merci à tous.*

*Je me souviendrai toujours des très beaux vols en biplace ainsi que des bons moments passés en jouant de la musique. Merci à Benoît, Antonio, Rogerio, Rubens et leurs familles.*

*Un remerciement particulier à Jean-Christophe Feron pour la solidarité qu'il a su me montrer lors de mon accident de voiture.*

*Je dédie ce manuscrit à tous ceux qui ont laissé une trace importante dans ma vie.*

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Les Résonances Géantes Doubles</b>	<b>5</b>
2.1	Le 1 <sup>er</sup> quantum: les Résonances Géantes . . . . .	5
2.1.1	L'approche microscopique . . . . .	9
2.2	Le 2 <sup>eme</sup> quantum: les Résonances Géantes Doubles . . . . .	12
2.2.1	Les énergies et les largeurs . . . . .	12
2.2.2	L'excitation des DGR . . . . .	13
2.2.3	Au-delà des approches standard: les anharmonicités et les non-linéarités . . . . .	25
<b>3</b>	<b>Excitation non-linéaire d'un oscillateur anharmonique</b>	<b>29</b>
3.1	Propriétés classiques et quantiques . . . . .	29
3.2	Description du modèle . . . . .	32
3.3	Le choix des paramètres . . . . .	36
3.4	Résultats: les probabilités d'excitation et les sections efficaces . .	37
3.4.1	Interprétation perturbative des résultats exacts . . . . .	41
3.5	Conclusions . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Un modèle à deux niveaux</b>	<b>45</b>
4.1	Le modèle de Lipkin-Meshkov-Glick . . . . .	45
4.2	Extensions du modèle de LMG . . . . .	51
4.3	Le choix des paramètres . . . . .	52
4.4	Résultats: les probabilités d'excitation et les sections efficaces . .	53
4.4.1	Interprétation perturbative des résultats exacts . . . . .	55
4.5	Conclusions . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Le modèle à deux niveaux: une approche champ moyen dépendant du temps</b>	<b>61</b>
5.1	L'approche champ moyen utilisée . . . . .	62
5.1.1	Evolution des valeurs moyennes en champ moyen . . . . .	62
5.2	Valeurs moyennes dans le cas exact . . . . .	64
5.3	Discussion des résultats . . . . .	65

5.3.1	Les transformées de Fourier et les probabilités d'excitation	68
5.4	Conclusions	72
<b>6</b>	<b>Le modèle à deux niveaux et les méthodes d'expansion en bosons</b>	<b>73</b>
6.1	L'hamiltonien intrinsèque	73
6.1.1	Résultats: le spectre en énergie	77
6.2	L'hamiltonien dépendant du temps	81
6.2.1	Résultats: les probabilités d'excitation	81
6.3	Conclusions	83
<b>7</b>	<b>Le calcul microscopique</b>	<b>85</b>
7.1	Le modèle des quasi-bosons	85
7.1.1	La RPA et les règles de somme	85
7.1.2	Le champ externe linéaire	87
7.2	Limitations du modèle des quasi-bosons	88
7.3	L'approche utilisée	88
7.3.1	Les anharmonicités	88
7.3.2	Les non-linéarités	90
7.4	Résultats: $^{208}\text{Pb}$	90
7.4.1	Le spectre harmonique	91
7.4.2	Le spectre anharmonique	91
7.4.3	L'excitation	98
7.5	Conclusions	111
<b>8</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>113</b>
<b>A</b>	<b>Le modèle de convolution</b>	<b>117</b>
A.1	La méthode de Weizsäcker-Williams (WW)	117
A.2	L'excitation multiple	119
<b>B</b>	<b>La méthode des voies couplées</b>	<b>123</b>
<b>C</b>	<b>Une extension du modèle de Lipkin-Meshkov-Glick conservant les règles de somme</b>	<b>125</b>
<b>D</b>	<b>Expansion multipolaire du champ électromagnétique: approximation de grande longueur d'onde</b>	<b>127</b>
<b>E</b>	<b>Résultats dans <math>^{40}\text{Ca}</math>, <math>^{90}\text{Zr}</math>, <math>^{28}\text{O}</math></b>	<b>133</b>
E.1	$^{40}\text{Ca}$	133
E.2	$^{90}\text{Zr}$	135
E.3	$^{28}\text{O}$	138
<b>F</b>	<b>Noyaux exotiques: un modèle schématique</b>	<b>141</b>

**Bibliographie**

**149**

# Chapitre 1

## Introduction

Si de nombreux systèmes à  $N$  corps quantiques présentent des vibrations collectives, il en est un, le noyau atomique, qui a fait l'objet de nombreux travaux tant théoriques qu'expérimentaux. Les modes de vibrations du noyau sont les Résonances Géantes, découvertes dès 1937 [1, 2].

D'un point de vue théorique ces modes vibrationnels sont compris comme des excitations de vibrations de petite amplitude [3]. Le modèle des quasi-bosons qui est l'approche microscopique standard utilisée dans la description des Résonances Géantes et de leur probabilité d'excitation contient donc deux approximations, l'une que les vibrations ont un comportement harmonique, l'autre que le noyau répond linéairement à un champ externe excitateur [4]. Dans cette description on prévoit, évidemment, que ces modes vibrationnels puissent être excités un grand nombre de fois. La découverte des Résonances Géantes Doubles [5, 6, 7, 8, 9, 10], le deuxième quantum des vibrations collectives, représente donc une preuve de la nature vibrationnelle des Résonances Géantes.

Ces dix dernières années les Résonances Géantes Doubles ont été étudiées expérimentalement dans les réactions entre ions lourds à des énergies intermédiaires et relativistes ainsi que dans des réactions de double échange de charge. Les propriétés de ces états ont fait l'objet de nombreux travaux aussi bien théoriques qu'expérimentaux [4, 11].

Les approches théoriques standard prédisent que la distribution en énergie associée au deuxième quantum est centrée à une énergie qui est la somme des énergies de deux quanta. Comme l'on considère que la décroissance d'une Résonance Géante est indépendante de celle de l'autre, on s'attend de même à ce que la largeur de la distribution en énergie associée au deuxième quantum soit donnée par la somme quadratique des largeurs, dans le cadre de distributions normales [12].

Les données expérimentales obtenues jusqu'à ce jour confirment cette description; l'on retrouve effectivement un comportement de ce type dans l'ensemble des résultats expérimentaux [4, 11].

Toujours dans ce contexte, la probabilité d'excitation d'une Résonance Géante



Double doit être donnée par le produit de convolution de la distribution d'une Résonance Géante avec elle-même [4, 11]. C'est là qu'une difficulté apparaît car les données expérimentales contredisent fortement ces prédictions. Les sections efficaces théoriques sont presque toujours inférieures aux sections efficaces expérimentales, les écarts pouvant atteindre un facteur cinq [4, 11]. Ces contradictions flagrantes varient suivant le noyau étudié et l'approche théorique utilisée bien que les approches soient toutes basées sur les mêmes approximations. Signalons, en outre, une difficulté expérimentale : les résultats ne sont pas toujours compatibles entre eux, du fait de la complexité d'extraire la valeur expérimentale de la section efficace [9, 13]. C'est la raison d'ailleurs, pour laquelle de nouveaux résultats sont en cours d'analyse [14].

C'est ce désaccord important sur les sections efficaces des Résonances Géantes Doubles qui a motivé ce travail. D'un point de vue théorique, pour le cas de l'excitation électromagnétique on ne peut attribuer ces écarts à la difficulté de décrire le mécanisme de réaction, car ce mécanisme est parfaitement maîtrisé. Comme le suggérait la réf.[15], nous aurions pu imaginer que ces différences importantes dans la probabilité d'excitation remettait en doute notre compréhension globale des Résonances Géantes. Mais au vu du bon accord aussi bien sur les énergies que sur les largeurs de ces états, nous n'avons pas remis en cause l'interprétation générale des Résonances Géantes, mais plutôt pensé que des approximations présentes dans les modèles actuels pouvaient être responsables de ces désaccords. Nous avons alors pensé que l'introduction d'anharmonicités dans la vibration ainsi que d'une réponse non linéaire à l'excitation pourrait peut-être améliorer la description des probabilités d'excitation des Résonances Géantes Doubles. En effet, la prise en compte de ces effets ne peut pas apporter de changement draconien sur les énergies et sur les largeurs des états mais doit amener des évolutions sur les probabilités d'excitation [4].

Pour vérifier ces hypothèses, nous avons dans un premier temps utilisé des modèles schématiques pour mettre en évidence ce comportement. Le premier, celui d'un oscillateur anharmonique [16, 17] (chapitre 1) et le second plus proche d'un calcul réaliste, une extension du modèle de Lipkin-Meshkov-Glick (chapitre 2), ont montré le bien fondé de ces hypothèses. Ces modèles schématiques exactement solubles nous ont aussi permis d'étudier certaines des approximations contenues dans les méthodes d'expansion en bosons que nous avons utilisées dans les calculs microscopiques ainsi que des troncations numériquement nécessaires dans ces calculs (chapitre 6). En outre, ils nous ont permis d'aborder un problème lié à l'approche en champ moyen dépendant du temps. En effet, l'excitation anharmonique et non-linéaire des Résonances Géantes dans les noyaux peut être décrite dans ce type d'approche, la question qui se pose dans ce cas est d'extraire les probabilités d'excitation et d'en étudier les limitations. Nous verrons que nous avons pu apporter un début de réponse à ce problème (chapitre 5).

Finalement nous avons réalisé le calcul microscopique des anharmonicités ainsi que des sections efficaces d'excitation coulombienne des Résonances Géantes

Doubles dans divers noyaux, dans une approche allant au-delà du modèle de quasi-bosons et incluant d'une part les anharmonicités et d'autre part une réponse non linéaire au champ excitateur [18, 19, 20] (chapitre 7). Ces calculs ont été comparés avec les résultats expérimentaux [13]. Nous allons voir qu'en tenant compte des anharmonicités et des non-linéarités et en introduisant de nombreux états pouvant jouer un rôle dans le processus d'excitation nous avons pu ramener les prédictions théoriques très proches des données expérimentales.

## Chapitre 2

# Les Résonances Géantes Doubles

Les Résonances Géantes Doubles (DGR), le deuxième quantum de vibration collective des noyaux atomiques, présentent un intérêt tout particulier. En effet, si leurs propriétés sont relativement bien comprises, les valeurs des sections efficaces sont généralement mal reproduites. Nous présenterons donc ici les propriétés des DGR ainsi que leur interprétation.

Avant d'aborder le vif du sujet, rappelons quelques concepts sur le premier quantum, à savoir les Résonances Géantes.

### 2.1 Le 1<sup>er</sup> quantum: les Résonances Géantes

Une première indication expérimentale de l'existence des Résonances Géantes dans les noyaux atomiques a été donnée dès 1937 [1], mais ce n'est qu'après 1947 qu'elles ont fait l'objet d'études systématiques [2, 21]. Elles ont été interprétées comme des vibrations collectives (fig.2.1), et peuvent être bâties aussi bien sur l'état fondamental que sur un état excité.

**Les Résonances Géantes dans les noyaux froids** Les Résonances Géantes sont caractérisées essentiellement par leurs énergies d'excitation  $E_{GR}$ , leurs largeurs  $\Gamma_{GR}$  et leurs collectivités, mesurées par la fraction emportée de la règle de somme associée.

La Résonance Géante Monopolaire Isoscalaire ou ISGMR ( $J^\pi = 0^+, \Delta T = 0$ ), qui est un mode de volume, a été mise en évidence en 1977 [2]. Le développement des techniques de diffusion inélastique à petits angles autour de  $0^\circ$  a permis de l'étudier dans les réactions  $(\alpha, \alpha')$ ,  $({}^3\text{He}, {}^3\text{He}')$  où les transitions isovectorielles sont largement supprimées. L'énergie de la ISGMR est donnée approximativement par  $80A^{-1/3}(\text{MeV})$  et la situe donc, à proximité d'autres résonances (la GDR par exemple). Les réactions d'échange de charge ( $\pi^\pm, \pi^0$ ) ont permis l'étude de la Résonance Géante Monopolaire Isovectorielle IVGMR ( $J^\pi = 0^+, \Delta T = 1$ ) [21].

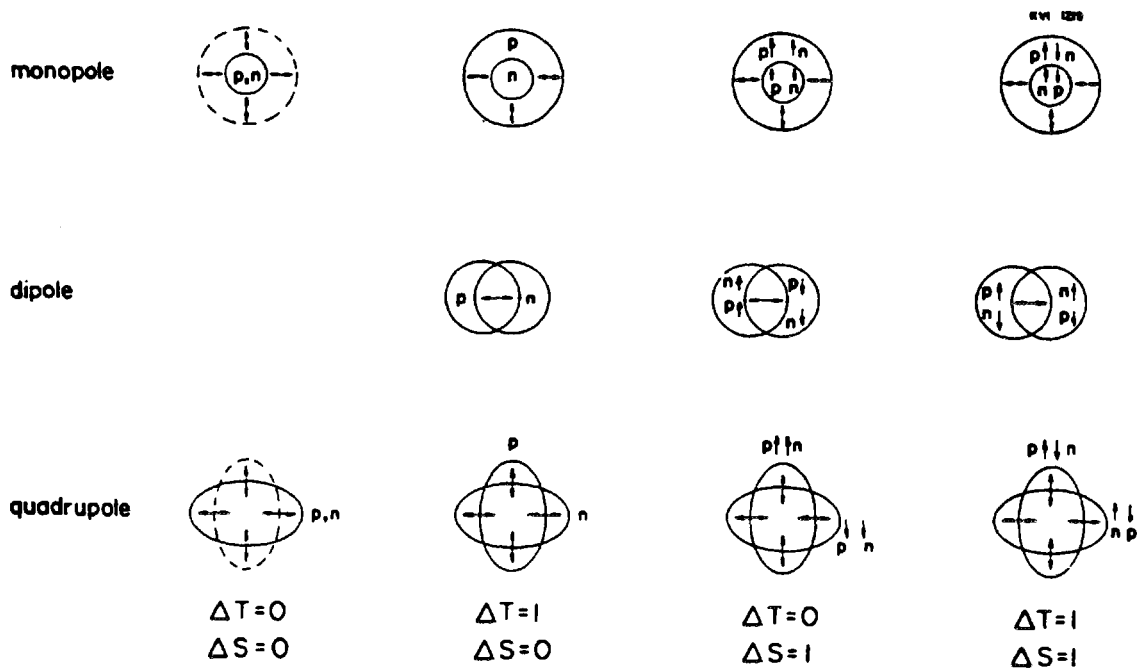


FIG. 2.1 - Les Résonances Géantes sont normalement désignées par le moment angulaire et la parité  $J^\pi$ , le spin  $S$  et l'isospin  $T$ . Le schéma montre la Résonance Géante Monopolaire ( $J^\pi = 0^+$ ), la Résonance Géante Dipolaire ( $J^\pi = 1^-$ ) et la Résonance Géante Quadrupolaire ( $J^\pi = 2^+$ ). Pour une valeur de multiplicité  $J$  donnée, les protons et les neutrons peuvent osciller en phase (vibration isoscalaire,  $\Delta T = 0$ ) ou bien en opposition de phase (vibration isovectorielle,  $\Delta T = 1$ ). Les nucléons peuvent vibrer avec les spins haut et bas en phase ( $\Delta S = 0$ ) et en opposition de phase ( $\Delta S = 1$ ). Dans le premier cas, les GR sont dites électriques et dans le deuxième cas elles sont appelées magnétiques.

A l'aide des réactions de photoabsorption ( $\gamma, xn$ ), la Résonance Géante Dipolaire ou GDR ( $J^\pi = 1^-, \Delta T = 1$ ) a été mise en évidence, dès 1947 [22], pour des noyaux de masse comprise entre  ${}^3\text{He}$  et  ${}^{232}\text{Th}$  [23]. Selon le modèle hydrodynamique de "Steinwedel-Jensen", la GDR est interprétée comme la vibration de deux fluides incompressibles, le fluide de protons et le fluide de neutrons, oscillant en opposition de phase dans une sphère rigide [24]. Par contre, dans le modèle de "Goldhaber-Teller", cette résonance est une oscillation de deux sphères compressibles de protons et de neutrons [25]. Ce qui donne, respectivement dans ces modèles, une dépendance de l'énergie d'excitation de la GDR en  $E_{GDR} \propto A^{-1/3}$  et  $E_{GDR} \propto A^{-1/6}$ . Lors des études systématiques expérimentales des propriétés de la GDR, il a été montré que leurs énergies d'excitation sont données en fonction de la masse  $A$  du noyau par  $E_{GDR} = 31.2A^{-1/3} + 20.6A^{-1/6} \text{ MeV}$  pour les noyaux légers et  $E_{GDR} = 79A^{-1/3} \text{ MeV}$  pour les noyaux de masse  $A > 100$  (fig.2.2). Ce qui est en accord avec l'interprétation hydrodynamique de la GDR comme étant une vibration de volume et de surface. La largeur  $\Gamma_{GDR}$  varie de 4 à 8 MeV, les noyaux magiques présentant les valeurs les plus petites (fig.2.2).

En 1971-1972 la Résonance Géante Quadrupolaire Isoscalaire ou ISGQR ( $J^\pi = 2^+, \Delta T = 0$ ), qui est un mode de surface, a été découverte [2]. Elle a été mise en évidence dans la diffusion inélastique d'électrons et d'hadrons (protons, deutons et  $\alpha$ ). L'énergie de la ISGQR dépend de la masse  $A$  du noyau selon  $E_{ISGQR} \approx 65A^{-1/3} \text{ MeV}$ . La largeur  $\Gamma_{ISGQR}$  varie de 6 à 3 MeV pour  $A$  de 40 à 208. En ce qui concerne la Résonance Géante Quadrupolaire Isovectorielle ou IVGQR ( $J^\pi = 2^+, \Delta T = 1$ ), les données expérimentales, encore peu nombreuses, montrent que son énergie d'excitation est approximativement donnée par  $E_{IVGQR} \approx 130A^{-1/3} \text{ MeV}$  [26].

La systématique expérimentale sur les pourcentages de règle de somme emportée indique que les Résonances Géantes sont des modes très collectifs (fig.2.2) [21]. C'est cette collectivité importante qui justifie leurs descriptions en termes de modèles macroscopiques tels que le modèle de la goutte liquide ainsi que l'approximation de phases aléatoires dans une approche microscopique où les paires de fermions sont traités comme des bosons [27, 3, 28, 29, 30].

Signalons en outre que les collisions entre ions lourds s'avèrent être un autre outil dans l'étude des Résonance Géantes. En effet, les grandes sections efficaces différentielles obtenues font des ions lourds une excellente sonde. Aux énergies basses et intermédiaires, l'interaction nucléaire est dominante et favorise l'excitation des Résonances Géantes isoscalaires. Par contre, aux plus hautes énergies ainsi qu'aux énergies relativistes, les Résonances Géantes isovectorielles sont aussi fortement excitées par l'interaction coulombienne.

**Les Résonances Géantes dans les noyaux chauds** En 1955, D. Brink a proposé que la section efficace différentielle de photoabsorption soit indépendante de la structure de l'état excité, c'est à dire que la section efficace d'absorption d'un

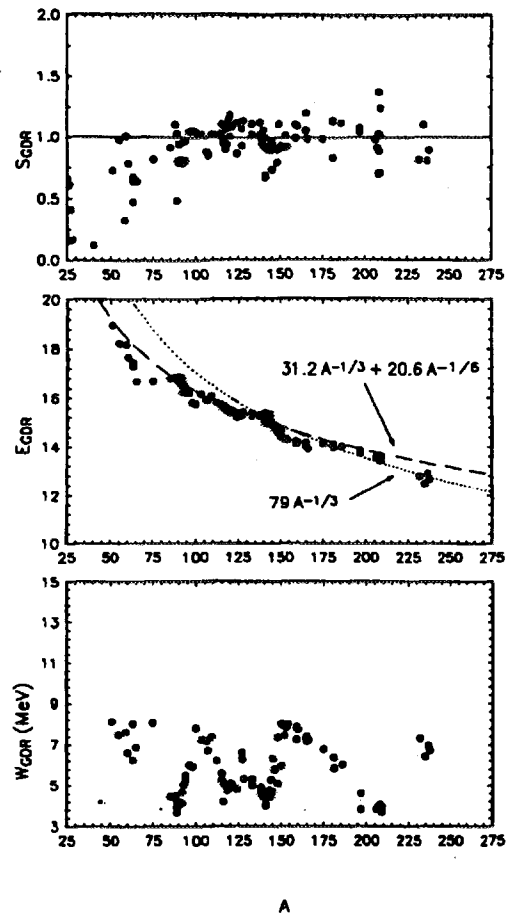


FIG. 2.2 - Systématique de l'énergie  $E_{GDR}$ , la largeur  $W_{GDR}$  et la fraction de règle de somme TRK emportée,  $S_{GDR}$ , en fonction de la masse du noyau  $A$  [31].

photon d'énergie  $E_\gamma$  aurait la même dépendance en énergie qu'elle soit faite sur un état excité ou sur le fondamental. Cette dépendance en énergie est donnée par une lorentzienne [32]. La possibilité d'exciter, sur un autre état excité, la Résonance Géante Dipolaire dont les propriétés ne seraient pas modifiées de manière importante est connue sous le nom d'*hypothèse d'Axel-Brink*.

Cette hypothèse a été confirmée par les réactions  $(p, \gamma)$  et  $(n, \gamma)$  qui ont montré l'existence d'une GDR construite sur des niveaux de basse énergie, ensuite par la désexcitation par émission  $\gamma$  de noyaux composés formés dans des collisions entre ions lourds qui ont mis en évidence la GDR dans des noyaux chauds. Jusqu'à présent, la GDR est le seul mode collectif qui ait été mis en évidence dans les noyaux à température finie [26]. Bien que son énergie ne soit pas trop modifiée, l'évolution de  $\Gamma_{GR}$  en fonction du moment angulaire et de l'énergie d'excitation fait toujours l'objet de débat [33, 34].

Un cas particulier de l'hypothèse d'Axel-Brink est représenté par les états où une Résonance Géante est excitée au-dessus d'une autre Résonance Géante, à savoir les Résonances Géantes Doubles.

### 2.1.1 L'approche microscopique

Le modèle de quasi-bosons est l'approche microscopique standard aux GR et aux DGR. Cette approche est basée sur l'excitation linéaire de vibrations de petite amplitude. Rappelons brièvement ce modèle (chapitre 7) [27, 3, 4].

Considérons un hamiltonien pour un système de fermions dans le formalisme de la seconde quantification :

$$H_f = \sum_i \varepsilon_i a_i^\dagger a_i + \frac{1}{2} \sum_{ij,kl} V_{ij,kl}^{RES} a_i^\dagger a_j^\dagger a_l a_k \quad (2.1)$$

où  $a_i^\dagger$  et  $a_i$  sont les opérateurs de création et d'annihilation d'une particule dans l'état quantique  $i$ . Le terme à un corps dans  $H_f$  correspond au champ moyen d'Hartree-Fock. Dans les approches de type champ-moyen, chaque particule indépendante est soumise au champ moyen créé par toutes les particules. Le champ d'Hartree-Fock est déterminé suivant un principe variationnel utilisant les déterminants de Slater comme fonctions d'onde d'essai pour les particules. En minimisant l'énergie, la fonction d'onde ainsi que l'énergie de l'état fondamental peuvent être calculées. Suivant le principe d'exclusion de Pauli, l'état fondamental correspond à l'état où toutes les particules occupent les niveaux les plus bas en énergie (mer de Fermi). Les états excités sont donnés par des excitations de 1,2,3...N particules dans des états qui ne sont pas occupés, au-dessus de la mer de Fermi, ce qui laisse 1,2,3...N trous dans la mer de Fermi. Ces états excités sont donc appelés états particule-trou (1p-1t, 2p-2t, ...Np-Nt).

Dans l'approche microscopique standard, les GR correspondent à des vibrations de petite amplitude de la densité autour de la densité HF. La RPA (Ap-

proximation des Phases Aléatoires) consiste à remplacer le produit d'opérateurs de fermions par un opérateur de boson :

$$a_p^\dagger a_t \longrightarrow b_{pt}^\dagger \quad (2.2)$$

De ce fait, elle est appelée approximation de quasi-bosons. Dans ce contexte, les RG correspondent à des combinaisons linéaires des excitation élémentaires particule-trou (p-t) et trou-particule (t-p) par rapport au vide RPA qui contient les corrélations 2p-2t, 4p-4t...2np-2nt. La violation du principe de Pauli introduite par la transformation (2.2) est d'autant moins importante que la collectivité des états (i.e. le nombre d'excitations p-t et t-p) est grande.

Si dans le modèle de particules indépendantes, l'énergie des états 1p-1t est égal à  $1\hbar\omega = 41A^{-1/3} \text{ MeV}$ , l'inclusion de l'interaction résiduelle de type p-t, attractive pour des vibrations isoscalaires et répulsive pour des vibrations isovectorielles, modifie cette énergie. Par exemple, dans le cas de la GDR qui est une somme corrélée d'excitations à 1p-1t, l'énergie  $\approx 1\hbar\omega$  devient  $2\hbar\omega$ . En ce qui concerne la GQR, l'énergie des états 1p-1t, égale à  $\approx 2\hbar\omega = 82A^{-1/3}$  pour des raisons de parité, est modifiée par l'introduction de l'interaction résiduelle p-t qui donne deux composantes, une, isovectorielle, à plus haute énergie et l'autre, isoculaire, à plus basse énergie.

La compréhension microscopique des différents mécanismes contribuant à  $\Gamma_{GR}$  a motivé de nombreuses études [21]. La largeur présente essentiellement trois composantes :  $\Gamma^\uparrow$ ,  $\Gamma^\downarrow$ ,  $\Delta\Gamma$  (fig.2.3).  $\Gamma^\uparrow$ , appelée largeur d'échappement, vient du couplage des états 1p-1t avec le continuum. Cette largeur correspond à la décroissance directe par émission de particules (protons ou neutrons) de la GDR excitée dans un noyau  $A$  vers un état de trou du noyau  $A - 1$ .  $\Gamma^\uparrow$  est une composante importante dans les noyaux légers.  $\Gamma^\downarrow$  ou largeur d'étalement, est due au couplage des états à 1p-1t avec des états 2p-2t jusqu'à des états à np-nt. Le système peut atteindre l'équilibre thermique et alors se désexciter par émission statistique de particules. Dans les noyaux lourds, la largeur d'étalement domine la largeur totale ( $> 80\%$ ) (fig.2.3). Finalement,  $\Delta\Gamma$  ou étalement de Landau provient de la fragmentation de la force p-t.

Suivant la transformation (2.2), l'hamiltonien (2.1) devient dans l'approximation RPA celui d'un oscillateur harmonique. En utilisant la terminologie *phonon*, qui désigne en physique des solides un quantum de vibration, l' $n^{\text{ième}}$  état excité de cet oscillateur est appelé état à  $n - \text{phonons}$ . Par la suite, nous appellerons les GR états à 1- *phonon*, et les DGR états à 2-*phonons*.

Dans une approche semi-classique d'une collision périphérique entre ions lourds, la description classique du mouvement relatif entre les ions peut être séparée de la description quantique des degrés de liberté internes de chaque noyau. L'excitation peut alors être décrite comme l'action du champ moyen  $W(t)$  d'un noyau sur l'autre :

$$W(t) = \sum_{i,j} \langle i | U_B(\vec{R}(t)) | j \rangle a_i^\dagger a_j \quad (2.3)$$



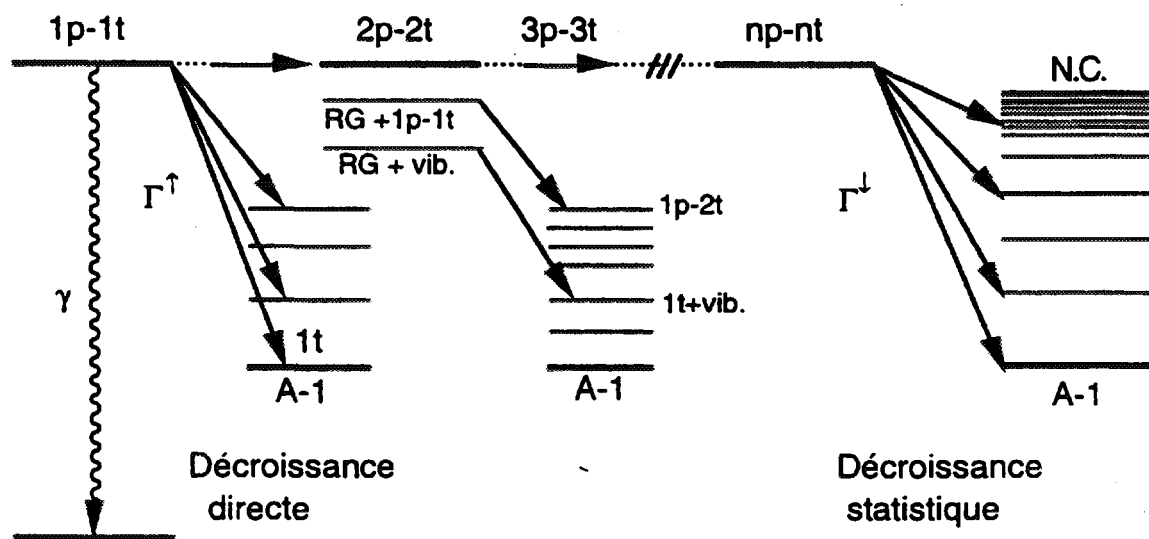


FIG. 2.3 - Différents mécanismes contribuent à  $\Gamma_{GDR}$ . Seulement  $\Gamma^\uparrow$  et  $\Gamma^\downarrow$  sont présentés ici.  $\Gamma^\uparrow$  ou largeur d'échappement vient du couplage des états  $1p-1t$  avec le continuum. Ceci correspond à la décroissance directe par émission de particules (protons ou neutrons) de la GR excitée dans un noyau  $A$  vers un état de trou du noyau  $A - 1$ .  $\Gamma^\downarrow$ , ou largeur d'étalement, est due au couplage des GR avec des états  $2p-2t$  jusqu'à des états à  $np-nt$  ou noyau composé. Ce système équilibré se désexcite par émission statistique de particules.

où  $\vec{R}(t)$  est la distance entre les centres de masse des deux noyaux et les indices  $i, j$  varient sur tous les états à une particule.

L'hamiltonien associé à chaque noyau s'écrit alors :

$$H = H_0 + W(t) \quad (2.4)$$

où  $H_0$  est l'hamiltonien intrinsèque et  $W(t)$  le champ externe exciteur (2.3).

Dans l'hypothèse où le champ externe induit de petites variations de la densité du noyau, seuls les termes particule-trou (p-t),  $a_p^\dagger a_t$  et  $a_t^\dagger a_p$ , dans l'opérateur d'excitation à un corps (2.3) sont inclus. Ce qui donne, d'après (2.2), des termes linéaires dans les opérateurs de création et d'annihilation de boson,  $b_{pt}^\dagger$  et  $b_{pt}$  [4]. Dans ce contexte, l'excitation d'un état à 2-phonons est nécessairement un processus en deux étapes.

En conclusion, le modèle de quasi-bosons est basé sur deux hypothèses. D'une part le mouvement vibrationnel collectif du noyau est supposé être harmonique (i.e. les Résonances Géantes sont les phonons RPA), d'autre part le champ externe est linéaire dans les opérateurs de création et d'annihilation de ces bosons [4].

## 2.2 Le 2<sup>eme</sup> quantum: les Résonances Géantes Doubles

Nous venons de voir que l'interprétation des Résonances Géantes en tant que quantum de vibration amène naturellement à l'hypothèse de l'existence d'un deuxième quantum de vibration.

Les collisions entre ion lourds à des énergies intermédiaires [5, 6], ensuite les réactions d'échange de charge [7, 8] ont révélé des structures à haute énergie, de petite section efficace et surimposées à un large fond. Après un travail long et difficile, ces nouvelles structures ont été interprétées comme étant des Résonances Géantes Doubles.

La découverte des DGR représente donc une confirmation de la nature vibrationnelle des Résonances Géantes, c'est pourquoi leur étude est toute particulièrement intéressante et leur recherche poursuivie.

### 2.2.1 Les énergies et les largeurs

Dans les hypothèses harmonique et linéaire, la probabilité d'exciter un état à 2-phonons  $P_2(E)$  dont l'énergie est comprise dans l'intervalle  $E, E + dE$  est :

$$P_2(E)dE = \frac{\mathcal{N}}{2} \int dE_1 \int dE_2 P_1(E_1)P_1(E_2)\delta(E - E_1 - E_2) \quad (2.5)$$

où  $\mathcal{N}$  est un facteur de normalisation, c'est-à-dire qu'elle est donnée par le produit de convolution de la probabilité d'exciter chaque phonon,  $P_1(E)$ , par elle-même.

Les énergies et les largeurs du deuxième quantum sont alors intimement reliées à celles du premier quantum. En effet, la distribution associée au deuxième quantum est centrée à une énergie qui est la somme des centroides de deux quanta, d'où  $E_{DGR} = 2E_{GR}$  (si les deux quanta sont identiques). Si ces distributions sont deux lorentziennes, alors leur produit de convolution est encore une lorentzienne dont la largeur est la somme des largeurs. En effet, si l'on interprète la largeur comme l'inverse d'un temps de vie, on s'attend à ce que les temps de vie d'une DGR soit la moitié de celle d'une Résonance Géante, c'est-à-dire que les largeurs soient additives. La relation entre largeur et temps de vie est donnée par le principe d'incertitude d'Heisenberg,  $\Gamma\tau \geq 1$  [12].

Par contre, si les distributions sont des distributions normales, alors les largeurs sont proportionnelles aux écarts types. Dans le cas où les deux processus sont statistiquement indépendants, les écarts types s'additionnent quadratiquement, par conséquent,  $\Gamma_{DGR} = \sqrt{2}\Gamma_{GR}$ . Cette prédiction n'est pas en contradiction avec la précédente car, dans ce cas, la largeur n'est pas directement reliée au temps de vie [12].

En conclusion, la valeur attendue pour la largeur dans toutes les distributions expérimentales qui sont normales est  $\Gamma_{DGDR} = \sqrt{2}\Gamma_{GDR}$ .

### 2.2.2 L'excitation des DGR

Les DGR ont été étudiées jusqu'à présent à travers les collisions entre ions lourds à des énergies relativistes et intermédiaires et dans les réactions de double échange de charge.

En effet, à partir de 1977 [5], l'étude systématique des collisions entre ions lourds à des énergies intermédiaires, avec différentes combinaisons cible-projectile, a montré la persistance de nouvelles structures situées dans le continuum. Une dépendance de l'énergie d'excitation de ces états en fonction de la masse de la cible  $A$ , en  $A^{-1/3}$ , a indiqué qu'il s'agissait d'excitation de la cible [35, 36, 37]. Afin d'exclure des mécanismes de réaction contribuant aux spectres inélastiques, une étude approfondie du "pick-up", du "break-up" et du "knock-out" a été réalisée [38, 39]. De plus, des calculs basés sur le modèle de quasi-bosons prédisaient l'excitation d'une double GQR à la même énergie [40].

L'ensemble des résultats expérimentaux montraient qu'il s'agissait très probablement de l'excitation d'une double GQR. Il était donc nécessaire de mettre en évidence plus précisément la nature de ces structures. C'est ainsi que la signature des DGR par décroissance directe a été mise au point [41, 42, 43, 44]. Cette méthode, basée sur l'hypothèse que les deux résonances sont identiques, c'est-à-dire que l'interaction résiduelle entre elles est négligeable, a été employée pour étudier la DGQR dans les noyaux  $^{40}\text{Ca}$  (fig.2.4),  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$  et  $^{94}\text{Zr}$  [41, 42, 43, 44].

Les réactions de double échange de charge,  $(\pi^\pm, \pi^\mp)$  ont montré, dès 1988 [7, 8], l'existence d'autres DGR. Les réactions  $(\pi^\pm, \pi^0)$  d'échange de charge simple (SCX) correspondent aux processus élémentaires  $\pi^+ + n \rightarrow \pi^0 + p$  et  $\pi^- + p \rightarrow$

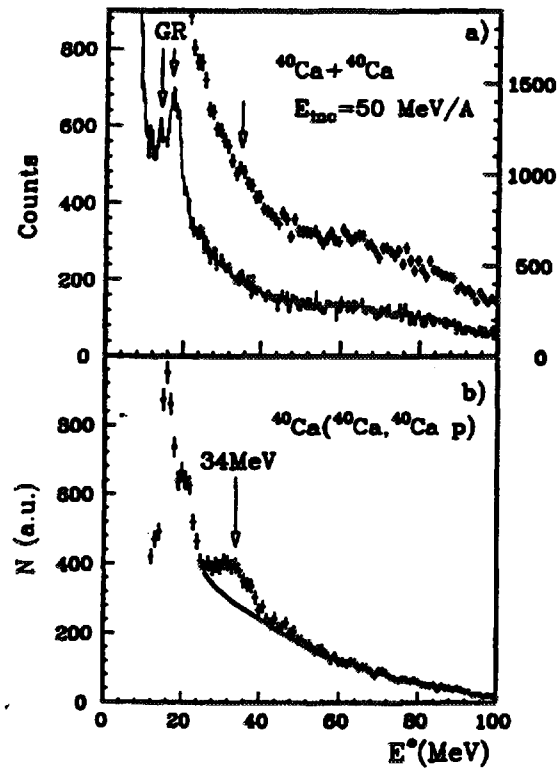


FIG. 2.4 - a) Spectre inélastique exclusif relatif à  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$  à  $50\text{ MeV}/A$  obtenu pour deux intervalles différents ( $200\text{ keV}/ch$  et  $1\text{ MeV}/ch$ ). b) Spectre inélastique expérimental corrigé pour la multiplicité de protons. La ligne pleine correspond à un ajustement polynomial du fond. Après soustraction du fond, la bosse à  $34\text{ MeV}$  est identifiée comme une DGQR [41].

$\pi^0 + n$  dans lesquels  $\Delta T_z = \mp 1$ ,  $T_z$  étant la troisième composante de l'isospin  $(N - Z)/2$ . Ces réactions permettent donc des transitions isovectorielles  $\Delta T = 1$ .

Dans les réactions  $(\pi^\pm, \pi^\mp)$  de double échange de charge  $T_z$  change de deux unités. Ces réactions peuvent être interprétées comme deux SCX,  $(\pi^\pm, \pi^0)$  et  $(\pi^0, \pi^\mp)$ , successifs et permettent des transitions isotensorielles avec  $\Delta T = 2$ .

L'étude des réactions  $(\pi^\pm, \pi^\mp)$  a permis la mise en évidence des DGR suivantes: l'état isobarique analogue double (DIAS) (l'état isobarique analogue (IAS) est un état excité où un neutron se transforme en un proton ayant les mêmes nombres quantiques sans réarrangement des autres nucléons), l'état  $GDR \otimes IAS$  [7] et la DGDR [8] (fig.2.5). Leurs identifications sont basées à la fois sur les énergies, sur les distributions angulaires et sur les sections efficaces d'excitation.

La  $GDR \otimes IAS$  a été identifiée pour les noyaux avec  $N - Z \geq 1$  ainsi que la DGDR dans une large systématique s'étendant du  $^{12}C$  à l' $^{197}Au$ . Finalement, bien que les réactions utilisées soient très sélectives, les DGR sont superposées à un fond physique très important. L'étude systématique de ce fond montre qu'il augmente avec la masse du noyau excité et avec son énergie d'excitation. Son origine est, encore à présent, mal comprise [4, 11, 47].

Les résultats obtenus par ces deux méthodes (diffusions inélastiques et réactions d'échange de charge) sur les énergies et les largeurs des DGR (fig.2.6) sont en bon accord avec une hypothèse harmonique sur le deuxième quantum. Par contre, les sections efficaces d'excitation des DGR mesurées ne sont pas en accord avec les valeurs calculées dans des approches harmoniques et linéaires, le facteur d'écart entre expérience et théorie variant de 2 à 5 [4, 11]. Dans ces cas, on pourrait attribuer la sous-estimation des sections efficaces à une description insuffisante du mécanisme d'excitation. En outre, dans ces mesures, une importante incertitude sur les sections efficaces vient de la difficulté de soustraire le fond.

### L'excitation électromagnétique: le désaccord expérience-théorie

Les résultats expérimentaux sur l'excitation électromagnétique des DGR, étudiée dans les noyaux:  $^{136}Xe$  (fig.2.7) [10],  $^{197}Au$  (fig.2.8) [48],  $^{208}Pb$  (figs.(2.9) et (2.10)) [9, 49, 50, 13] et  $^{238}U$  (fig.2.11) [51] sont assez contradictoires, rendant la situation expérimentale actuelle complexe.

En effet, l'étude systématique de l'ensemble des résultats montre que l'énergie et la largeur des DGR sont reliées à celles des GR par les relations:  $E_{DGR} \simeq 2E_{GR}$  (la déviation est inférieure à 10%) et  $\Gamma_{DGR} \geq \sqrt{2}\Gamma$  (fig.2.6).

Ces propriétés sont donc en accord avec une approximation harmonique pour les DGR, c'est-à-dire que l'interaction résiduelle entre les deux résonances semble négligeable et que leurs propriétés de désexcitation paraissent identiques.

Or, les sections efficaces d'excitation mesurées ne sont pas en accord avec les valeurs calculées dans des approches harmonique et linéaire [4, 11, 13]. Le désaccord expérience-théorie ne varie pas seulement selon le noyau, par exemple,

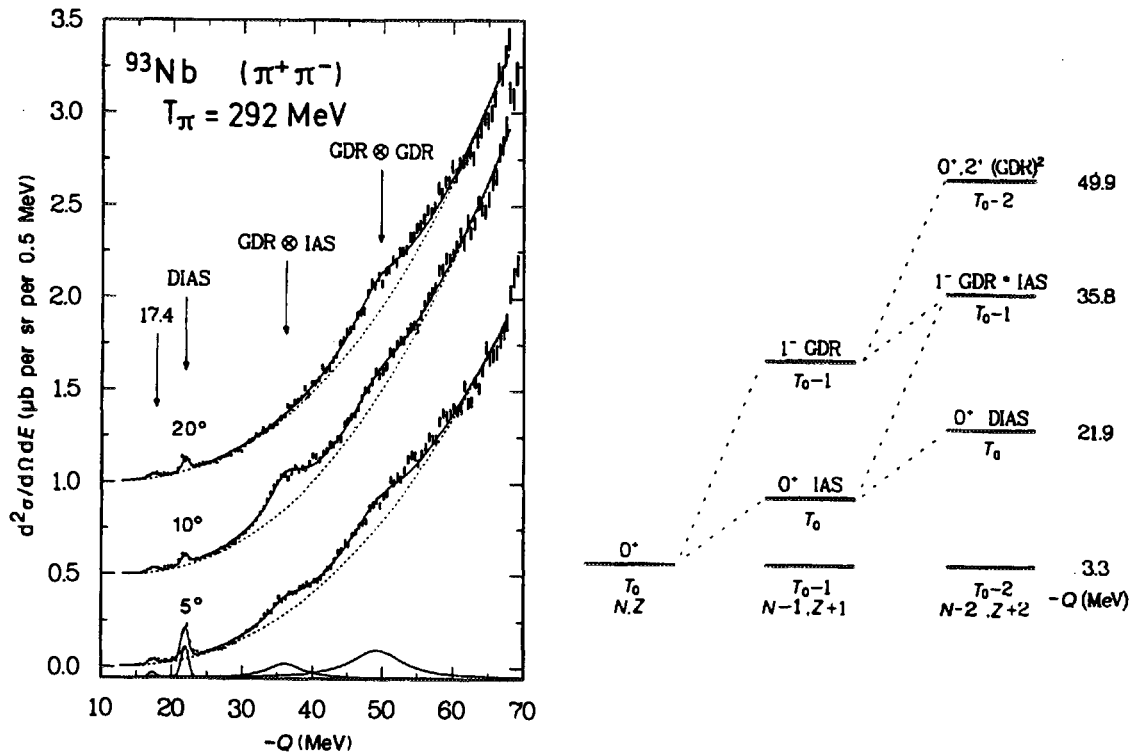


FIG. 2.5 - a) Section efficace différentielle d'excitation  ${}^{93}\text{Nb}(\pi^+, \pi^-){}^{93}\text{Tc}$  mesurée à  $T_\pi = 292 \text{ MeV}$ . Les flèches indiquent l'état Isobarique Analogue Double (DIAS), la GDR excitée sur l'état Isobarique Analogue ( $GDR \otimes IAS$ ) et la DGDR ( $GDR \otimes GDR$ ) [47]. b) Niveaux d'énergie des états de simple et double résonances atteints lors des réactions de simple et double échange de charge ( $\pi^+, \pi^0$ ) et ( $\pi^+, \pi^-$ ). Les valeurs sur la droite correspondent aux  $Q$  de réaction pour l'état fondamental et les trois DGR observées dans la réaction  ${}^{93}\text{Nb}(\pi^+, \pi^-){}^{93}\text{Tc}$  [47].

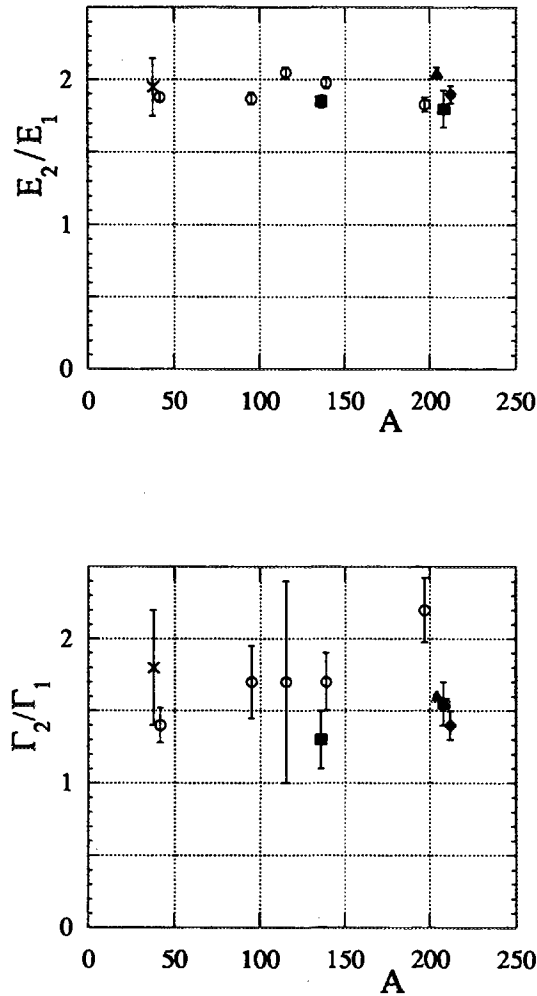


FIG. 2.6 - Systématique des données expérimentales sur les DGR en fonction de la masse du noyau. La figure montre les rapports entre l'énergie de la DGR et l'énergie de la GR,  $E_2/E_1$  et entre la largeur de la DGR et la largeur de la GR,  $\Gamma_2/\Gamma_1$ . La croix correspond à l'excitation de la DGQR dans le  $^{40}\text{Ca}$  étudiée à l'aide de collisions entre ions lourds à des énergies intermédiaires [41]. Les cercles sont les mesures réalisées par réaction d'échange de charge [45, 46]. Les carrés correspondent à l'excitation coulombienne dans les collisions entre ions lourds à des énergies relativistes dans les noyaux  $^{136}\text{Xe}$  [10],  $^{197}\text{Au}$  [48],  $^{208}\text{Pb}$  [9, 49, 13],  $^{238}\text{U}$  [51]. Les barres d'erreurs correspondent aux erreurs expérimentales [4, 11].

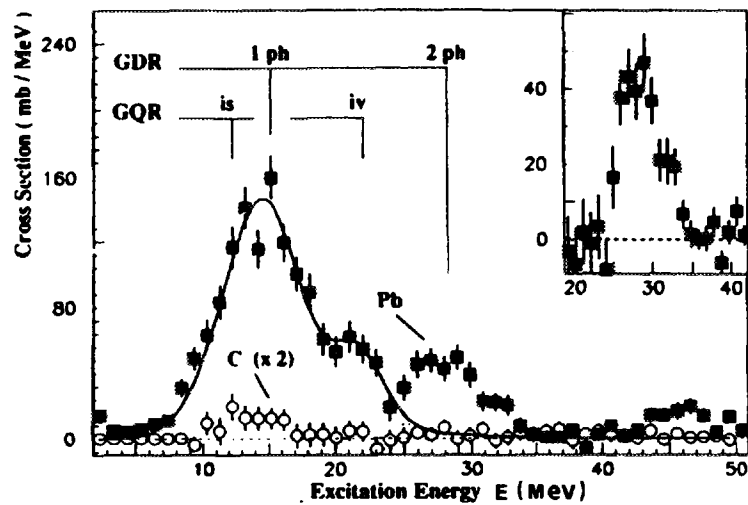


FIG. 2.7 - Spectre inélastique du  $^{136}\text{Xe}$  pour les réactions  $^{136}\text{Xe} + ^{12}\text{C}$  (cercles) et  $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$  (carrés) à  $0.7 \text{ GeV}/A$ . Le spectre relatif à la cible  $^{12}\text{C}$  a été multiplié par 2. Les énergies de la GDR ainsi que de la ISGQR et de la IVGQR sont indiquées. La courbe en ligne pleine correspond à un calcul WW (annexe A) incluant seulement les GR. La comparaison expérience-théorie montre un bon accord pour  $E^* \leq 25 \text{ MeV}$ , mais pour 65% de la règle de somme associée à la GDR. La bosse centrée à  $28.3 \text{ MeV}$  a été obtenue en soustrayant le spectre calculé au spectre expérimental. Cette bosse a été identifiée comme étant une DGDR [10].



noyau	CAS	$\sigma_{GDR}(mb)$	$\sigma_{DGDR}(mb)$	$\sigma_{DGDR}^{exp}/\sigma_{DGDR}^{cal}$	réf.
<sup>208</sup> Pb	A)[13]	<i>3280 ± 50</i>	<i>380 ± 40</i>	1.33	[13]
	A)	2704	199	2.	[52]
	B)[9]	<i>4700 ± 400</i>	<i>700 ± 200</i>	2	[9]
	B)	5234 (4130)	692 (319)	1.(2.2)	[53, 54]
	C)[49]			2	[49]

TAB. 2.1 - Sections efficaces de la GDR et de la DGDR calculées et mesurées dans le <sup>208</sup>Pb et rapport entre les sections efficaces de la DGDR mesurées et calculées,  $\sigma_{DGDR}^{exp}/\sigma_{DGDR}^{cal}$ . Les cas A) (fig.2.9), B) (fig.2.10), C) correspondent à trois mesures réalisées sur le <sup>208</sup>Pb avec différentes combinaisons cible-projectile et pour différentes énergies incidentes. Les valeurs en italique sont les sections efficaces mesurées, le rapport  $\sigma_{DGDR}^{exp}/\sigma_{DGDR}^{cal}$  obtenus dans ces mêmes travaux est aussi donné. Les autres valeurs correspondent aux prédictions théoriques. Dans ces calculs, deux valeurs différentes des sections efficaces sont données suivant le choix du paramètre  $r_0$  définissant la borne inférieure dans l'intégrale sur le paramètre d'impact, soit  $b_{min} = r_0(A_P^{1/3} + A_C^{1/3})$ , où  $A_P$  et  $A_C$  sont les masses du projectile et de la cible (annexe B). Les valeurs montrées ont été obtenues avec le paramètre  $r_0$  égal à 1.2 fm (les valeurs entre parenthèses correspondent à  $r_0 = 1.5$  fm).

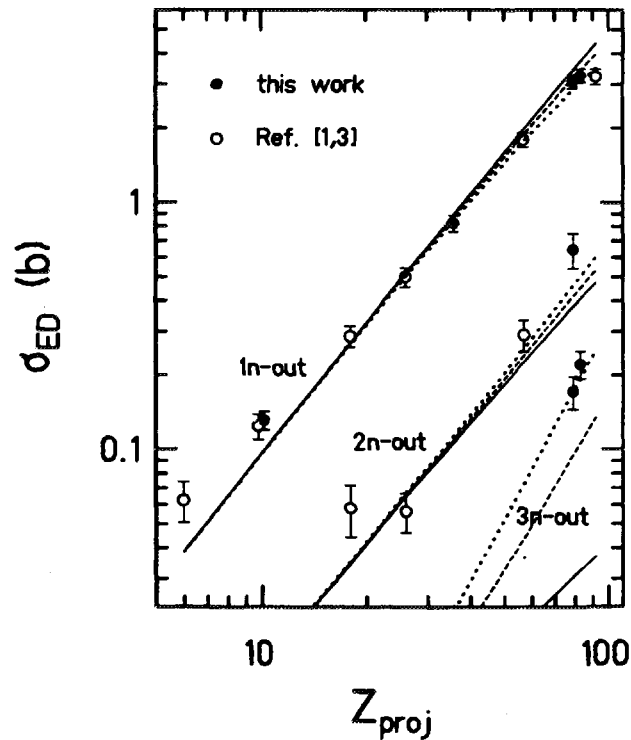


FIG. 2.8 - Sections efficaces d'émission de  $xn$  neutrons ( $x = 1, 2, 3$ ) par excitation électromagnétique dans  $^{197}\text{Au}$  en fonction de la charge du projectile,  $Z_{\text{PROJ}}$ . Les points correspondent à une énergie incidente de  $1 \text{ GeV}/A$ . Les courbes en ligne pleine correspondent à un calcul WW où seulement la GDR et la GQR (IS et IV) ont été prises en compte. Les courbes en tirets ont été obtenues en incluant la DGDR. Les courbes en pointillé correspondent au même calcul où la probabilité d'exciter la DGDR est multipliée par le facteur 2.2 [48].

de 1.3 à 2 dans le cas du  $^{208}\text{Pb}$  (tableau 2.1) à un facteur de 2.4 à 4.3 dans le cas du  $^{136}\text{Xe}$  (tableau 2.2), ce qui pourrait d'ailleurs être dû à un effet physique réel, mais il varie aussi pour le même noyau suivant la mesure réalisée [9, 13]. C'est le cas du  $^{208}\text{Pb}$ , en effet, trois mesures différentes ont été réalisées (tab.2.1), basées sur la détection soit des neutrons (fig.2.9) [13], soit de deux gammas de haute énergie émis dans la désexcitation des DGR (fig.2.10) [9, 49].

Malheureusement, dans la deuxième mesure une valeur absolue de la section efficace d'excitation coulombienne de la DGDR ne peut pas être obtenue car le rapport d'embranchement de la DGDR à la GDR,  $R_{\gamma}(DGDR \rightarrow GDR)$ , n'est pas connu. C'est en faisant l'hypothèse  $R_{\gamma}(DGDR \rightarrow GDR) = R_{\gamma}(GDR \rightarrow 0)$  que la section efficace dans (tab.2.1) a été obtenue [9, 49], le facteur d'écart entre expérience-théorie est alors de deux. Or, suivant la mesure basée sur la

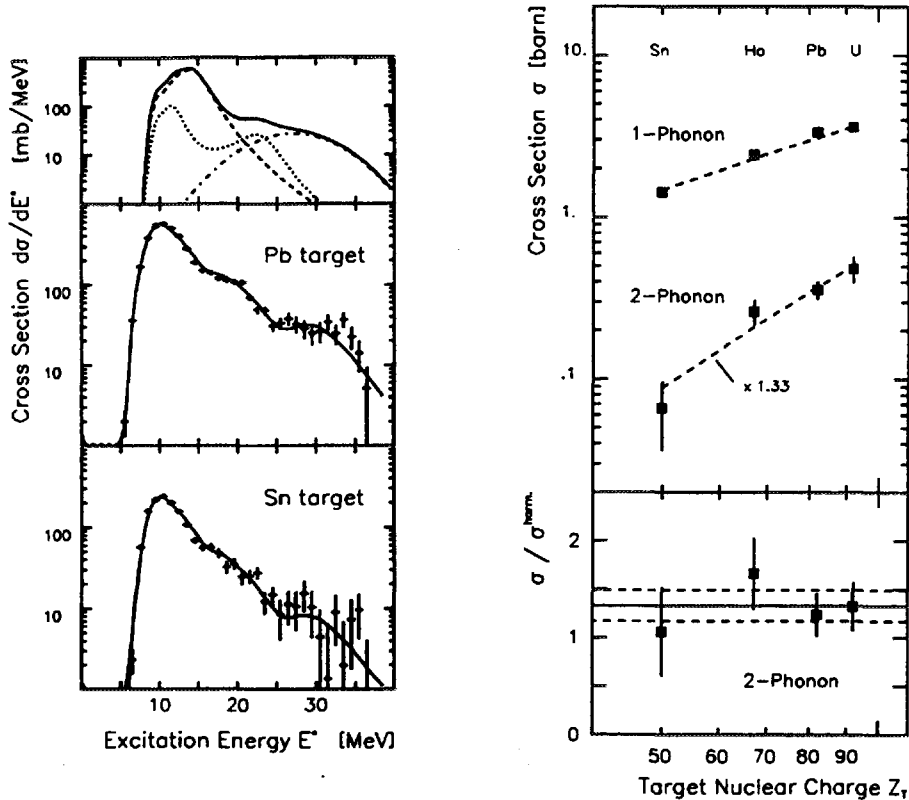


FIG. 2.9 - Gauche) (Haut:) Sections efficaces différentielles d'excitation coulombienne calculées pour la réaction  $^{208}\text{Pb} + ^{208}\text{Pb}$  à 640 MeV/A. Les distributions utilisées correspondent à la GDR (courbe en tirets) et à la somme de la ISGQR et de la IVGQR (courbe en pointillé). Les spectres calculés sont en bon accord avec les spectres expérimentaux pour  $E^* \leq 25$  MeV. Les sections efficaces pour la DGDR ont été obtenues avec un ajustement des données expérimentales (courbe en trait mixte). La somme des différentes contribution est donnée par la courbe en ligne pleine. (Milieu et Bas:) Sections efficaces différentielles mesurées dans les réactions  $^{208}\text{Pb}$  sur  $\text{Pb}$  (milieu) et sur  $\text{Sn}$  (bas) à 640 MeV/A. La courbe en ligne pleine correspond aux sections efficaces calculées (montrées en haut) multipliées par le filtre expérimental. Droite) (Haut:) Sections efficaces mesurées de GR et de la DGDR dans le  $^{208}\text{Pb}$  en fonction de la charge de la cible,  $Z_T$ . La courbe en tirets est obtenue avec un calcul WW. Dans le cas de la DGDR, les valeurs calculées ont été multipliées par 1.33. (Bas:) Rapport entre les sections efficaces de la DGDR, mesurées et calculées avec la méthode WW pour les différentes cibles. La valeur moyenne et l'erreur sont indiquées respectivement par la courbe en ligne pleine et en tirets [13].

noyau	$\sigma_{GDR}(mb)$	$\sigma_{DGDR}(mb)$	$\sigma_{DGDR}^{exp}/\sigma_{DGDR}^{cal}$	réf.
$^{136}\text{Xe}$	$1025 \pm 100$	$215 \pm 50$	3.1	[10]
	1480(2180)	50 (130)	4.3 (1.6)	[15]
	1822	75	2.9	[55]
	2482 (1820)	182 (90)	1.2 (2.4)	[53]

TAB. 2.2 - Sections efficaces des DGR calculées et mesurées dans le  $^{136}\text{Xe}$  et rapport entre les sections efficaces de la DGDR mesurées et calculées,  $\sigma_{DGDR}^{exp}/\sigma_{DGDR}^{cal}$ . La première ligne correspond aux résultats expérimentaux, le rapport  $\sigma_{DGDR}^{exp}/\sigma_{DGDR}^{cal}$  dans la même référence est donné. Les autres valeurs correspondent aux prédictions théoriques. Dans ces calculs, deux valeurs différentes des sections efficaces sont données suivant le choix du paramètre  $r_0$  définissant la borne inférieure dans l'intégrale sur le paramètre d'impact, soit  $b_{min} = r_0(A_P^{1/3} + A_C^{1/3})$ , où  $A_P$  et  $A_C$  sont les masses du projectile et de la cible (annexe B). Les valeurs montrées ont été obtenues avec le paramètre  $r_0$  égal à 1.2 fm (les valeurs entre parenthèses correspondent à  $r_0 = 1.5$  fm).

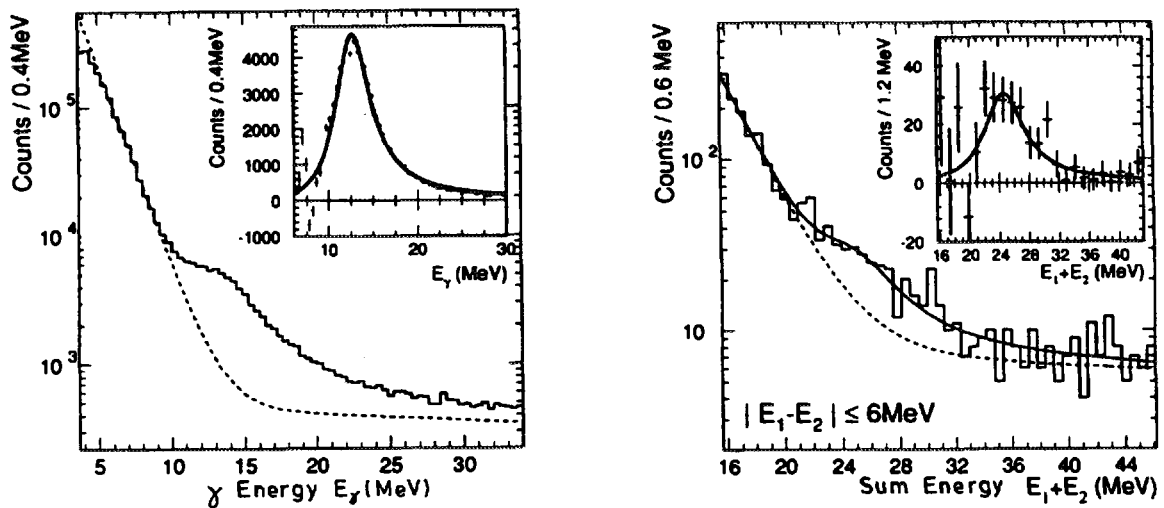


FIG. 2.10 - Désexcitation  $\gamma - \gamma$  mesurée dans le  $^{208}\text{Pb}$ . Energie sommée de deux  $\gamma$  détectés en coïncidence et ayant une différence en énergie inférieure à 6 MeV, dans des événements périphériques. La bosse centrée autour de 26 MeV a été identifiée comme étant la décroissance  $\gamma - \gamma$  de la DGDR dans le  $^{208}\text{Pb}$  [9].

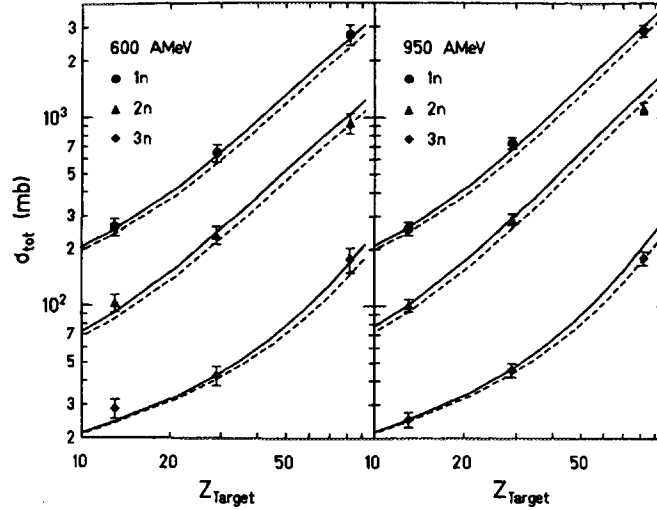


FIG. 2.11 - Comparaison entre les sections efficaces totales  $xn$  mesurées et calculées (la partie nucléaire est incluse). Les réactions considérées sont  $^{238}\text{U}$  à 950 MeV/A sur  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{nat}\text{Cu}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ . La courbe en ligne pleine et la courbe en tirets correspondent à deux paramétrisations différentes de la GDR [51].

détection des neutrons [13], le désaccord n'est que de 1.33 (tab.2.1). Ce résultat n'est pas compatible avec le résultat précédent. En effet, si le nombre de gamma émis par la DGDR,  $Y_{DGDR}$ , est donné par  $Y_{DGDR} = \sigma_{DGDR} \Gamma_{2\gamma} / \Gamma_{tot}$ , alors son rapport avec le nombre de gamma émis dans l'hypothèse harmonique,  $Y_{DGDR}^{har}$ , est  $Y_{DGDR} / Y_{DGDR}^{har} = \sigma_{DGDR} / \sigma_{DGDR}^{har} (\Gamma_{2\gamma} / \Gamma_{2\gamma}^{har}) (\Gamma_{tot}^{har} / \Gamma_{tot})$ . Suivant [13],  $\sigma_{DGDR} / \sigma_{DGDR}^{har} = 1.33$  et  $\Gamma_{2\gamma} / \Gamma_{2\gamma}^{har} = 1.33$ , tandis que dans [9]  $\sigma_{DGDR} / \sigma_{DGDR}^{har} = 2$  et  $\Gamma_{2\gamma} / \Gamma_{2\gamma}^{har} = 1$ . Par conséquent le rapport  $Y_{DGDR} / Y_{DGDR}^{har}$  mesuré ou déduit dans les deux mesures n'est pas le même.

Les désaccords mesurés à présent (fig.2.12) ne semblent pas dépendre du fait que le noyau étudié soit sphérique ou bien déformé, les facteurs d'écart plus petits ayant été mesurés dans le  $^{208}\text{Pb}$  et dans l' $^{238}\text{U}$  où les prédictions théoriques sont en accord avec les résultats expérimentaux [51]. Dans l'ensemble des noyaux étudiés, l' $^{238}\text{U}$  représente un cas particulier, car c'est le seul noyau déformé fissile. Il est donc nécessaire de traiter soigneusement la désexcitation des Résonances Géantes par fission afin d'obtenir les sections efficaces d'émission de neutrons. Dans [51], la possibilité d'une plus grande probabilité d'excitation de la DGDR par rapport au calcul harmonique, compensée par une plus grande probabilité de fission, ne peut pas être exclue.

Des processus physiques pouvant également contribuer aux sections efficaces

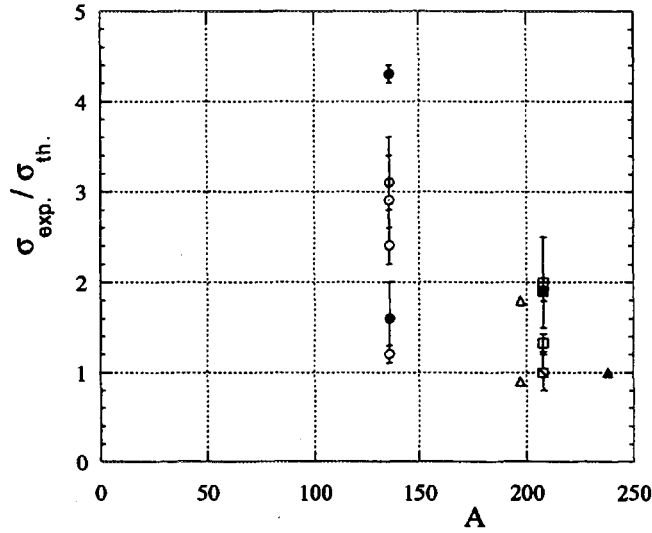


FIG. 2.12 - Systématique sur les sections efficaces des DGR. Le rapport entre les sections efficaces d'excitation coulombienne de DGR mesurées et calculées en fonction de la masse du noyau dans le  $^{136}\text{Xe}$  [10, 53, 55, 15],  $^{197}\text{Au}$  [48], le  $^{208}\text{Pb}$  [9, 49, 13, 52, 53, 54] et  $^{238}\text{U}$  [51]. Les points relatifs à une valeur de la masse fixée correspondent soit à différentes mesures (c'est le cas du  $^{208}\text{Pb}$ ) soit à différents calculs réalisés pour le même noyau [4, 11, 13, 51].

dans la région de la DGDR, à savoir l'excitation de deux GDR dans deux différents noyaux cibles ainsi qu'une éventuelle excitation de la cible et du projectile, ont été estimées et soustraites [10, 9].

Finalement, une erreur expérimentale n'est pas à exclure. C'est la raison pour laquelle de nouvelles mesures ont été réalisées sur le  $^{136}\text{Xe}$ . Les données sont en cours d'analyse [14].

En dehors des difficultés expérimentales, il est important de comprendre si ce désaccord expérience-théorie ne révèle pas une connaissance incomplète de la structure des DGR ou une description insuffisante du mécanisme de réaction.

### 2.2.3 Au-delà des approches standard : les anharmonicités et les non-linéarités

Le désaccord expérience-théorie nous a motivé pour aller au-delà des descriptions existantes et rechercher des mécanismes capables de modifier la probabilité d'excitation de la DGR tout en gardant les énergies et les largeurs de ces états très proches des prédictions harmoniques (fig.2.6). Dans ce contexte, il est bien évident qu'il est de toute première importance d'arriver à prédire les sections efficaces d'excitation coulombienne. Nous nous sommes donc concentrés sur la description des Résonances Géantes Doubles excitées par excitation coulombienne. Bien que les approches utilisées jusqu'à présent pour calculer les sections efficaces d'excitation des DGR soient différentes, elles sont, pour la majorité, basées sur les deux hypothèses suivantes : harmonicité pour le mouvement vibrationnel du noyau et linéarité pour le champ externe exciteur [10, 9, 48, 13, 52, 51, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 62, 61].

Des calculs sur la décroissance directe par émission gamma des DGR avaient déjà montré que des termes non-linéaires dans le champ externe exciteur pouvaient être importants [63]. Nous avons pensé qu'avant de mettre en cause notre compréhension générale des Résonances Géantes [15], il fallait essayer d'aller au-delà des approches existantes en mettant en doute les hypothèses d'harmonicité et de linéarité. C'est ainsi que nous avons pensé à introduire les anharmonicités et les non-linéarités dans les calculs microscopiques des sections efficaces d'excitation des DGR.

Nous allons maintenant présenter ces nouveaux termes et la manière avec laquelle ils apparaissent dans une extension de ces approches.

L'approximation RPA correspond, comme nous l'avons vu, à de petites oscillations de la densité autour de la densité HF. De ce fait, seulement l'interaction résiduelle p-t entre fermions est incluse. Or, les DGR étant le deuxième quantum, elles sont des vibrations de grande amplitude où une Résonance Géante est excitée au-dessus d'une autre Résonance Géante. Il faut alors ajouter des termes supplémentaires à l'interaction résiduelle p-t entre fermions, notamment l'interaction résiduelle entre les particules et les trous (p-p et t-t) des deux phonons.

L'inclusion des termes  $V_{pp',p''t}$ ,  $V_{tt',t''p}$ ,  $V_{pp',p''p''''}$  et  $V_{tt',t''t''''}$  dans (2.1) correspond, dans le contexte des transformations en bosons, à l'inclusion dans l'hamiltonien intrinsèque  $H_0$  (2.4), harmonique à l'approximation RPA, de termes d'ordres 3 et 4 dans les opérateurs de boson  $b_{pt}^\dagger$ ,  $b_{pt}$  (2.2). De même, il faut empêcher d'exciter deux fois la même particule (ou trou), c'est-à-dire qu'il faut inclure des corrections dues au principe de Pauli. Dans le contexte des transformations en bosons, ces corrections s'expriment par des termes d'ordre 4 dans les opérateurs  $b_{pt}^\dagger$ ,  $b_{pt}$  (2.2) (chapitre 7).

C'est l'interaction résiduelle p-p, t-t dans l'espace de fermions équivalente aux termes d'ordre 3 et 4 dans les opérateurs de boson  $b_{pt}^\dagger$ ,  $b_{pt}$  ainsi que ces corrections dues au principe de Pauli que nous appellerons par la suite les *anharmonicités*. Elles introduisent un couplage entre les états à 1-phonon et 2-phonons avec les états à 2-phonons. Leur effet est double. D'une part elles modifient les énergies des états harmoniques, d'autre part elles mélangent les fonctions d'ondes des phonons RPA (chapitre 7).

En ce qui concerne l'hypothèse linéaire, elle correspond à un champ externe qui induit de petites variations de la densité. Or, dans une excitation multiple, l'action du champ sur un noyau déjà excité induit une dépendance non-linéaire. Ce qui correspond à l'introduction, en outre des termes  $b_{pt}^\dagger$  et  $b_{pt}$ , des termes p-p et t-t,  $a_p^\dagger a_{p'}$  et  $a_t^\dagger a_{t'}$ , dans  $W(t)$  (2.3). Ces termes s'expriment, à l'aide des transformations en bosons, par des termes quadratiques dans les opérateurs  $b_{pt}^\dagger$ ,  $b_{pt}$  (chapitre 7). Ce sont ces nouveaux termes que nous appellerons par la suite les *non-linéarités* dans le champ externe. Leur introduction ouvre des nouvelles voies au mécanisme d'excitation. En effet, les termes  $a_p^\dagger a_{p'}$  et  $a_t^\dagger a_{t'}$  transforment un état de particule (de trou) dans un autre état de particule (de trou). Par conséquent, ils permettent une transition d'une excitation p-t à une autre et donc, par exemple, des transitions entre les états à 1-phonon. De même, les termes  $a_p^\dagger a_{p'}$  et  $a_t^\dagger a_{t'}$  introduisent des transitions directes du fondamental aux états à 2-phonons, grâce aux corrélations dans le fondamental RPA (chapitre 7).

Actuellement, les études des effets des anharmonicités et des non-linéarités ne sont pas très nombreuses. Des calculs microscopiques de l'interaction résiduelle entre phonons ainsi que des termes dus au principe de Pauli ont montrés que les corrections apportées aux énergies et aux fonctions d'onde de phonons sont petites. Les énergies ne sont modifiées que de l'ordre de quelques centaines de keV jusqu'à un maximum de un MeV par rapport à leur valeur harmonique [64, 65].

Du fait des petites corrections apportées par les anharmonicités aux états à 2-phonons, l'opinion commune était qu'elles ne pouvaient pas avoir d'effets importants sur les probabilités d'excitations de ces états. Par conséquent, elles n'avaient jamais été introduites dans un calcul dynamique des sections efficaces d'excitation des DGR.

Les effets des termes non-linéaires dans l'excitation nucléaire des DGR harmoniques ont été étudiés dans le passé. De calculs classiques [67, 68] ainsi que



de calculs quantiques (incluant seulement les termes non-linéaires permettant des transitions entre les états à 1-phonon) [69, 70] ont montré que les effets de termes non-linéaires sur les probabilités d'excitations ne sont pas très importants.

Nous avons donc étudié les effets des anharmonicités et des non-linéarités sur les sections efficaces d'excitation des DGR.

## Chapitre 3

# Excitation non-linéaire d'un oscillateur anharmonique

Dans ce chapitre nous présenterons l'étude d'un modèle schématique. En effet, la simplicité des modèles schématiques permet de comprendre plus facilement les mécanismes mis en jeu et d'entrevoir des comportements généraux présents dans des descriptions plus réalistes. C'est pour cette raison que nous avons utilisé le modèle exactement soluble d'un oscillateur anharmonique excité non-linéairement pour étudier les effets des anharmonicités et des non-linéarités, notamment sur la probabilité d'excitation du deuxième état excité.

Avant de présenter le modèle, rappelons brièvement les propriétés classiques et quantiques d'un oscillateur anharmonique.

### 3.1 Propriétés classiques et quantiques

L'étude du comportement d'un système au voisinage d'un point d'équilibre  $q_0$  se ramène souvent à l'équation du mouvement d'un oscillateur harmonique. A l'ordre le plus bas, le développement autour du point d'équilibre du potentiel  $U(q)$  s'écrit :

$$U(q) \approx U(q_0) + \frac{d^2U(q)}{2dq^2} \Big|_{q=q_0} (q - q_0)^2 \quad (3.1)$$

avec  $q$  la coordonnée pour un système à une dimension. L'équation du mouvement pour le système est donc celle d'un oscillateur harmonique dont la fréquence  $\omega_0$  ne dépend que de la masse du système et de la forme du potentiel.

Lorsqu'une force extérieure l'excite, le système est soumis à une force de rappel proportionnelle à l'écart  $(q - q_0)$  et effectue de petites oscillations autour du point d'équilibre  $q_0$ .

De nombreux systèmes peuvent être assimilés à un oscillateur harmonique. Mais, à partir du moment où l'amplitude des oscillations devient grande, l'hy-

pothèse harmonique exprimée par (3.1) n'est plus valable. Ces cas nécessitent l'introduction de termes d'ordre supérieur à 2, les anharmonicités, dans le développement de  $U(q)$ . Cela entraîne de nouvelles propriétés en mécanique classique ainsi qu'en mécanique quantique.

En mécanique classique [71], l'équation du mouvement d'un oscillateur anharmonique amorti, excité par une force sinusoidale de fréquence  $\gamma$ , est :

$$\ddot{q} + 2\lambda\dot{q} + \omega_0^2 q = \alpha q^2 + \beta q^3 + f \cos(\gamma t)/m \quad (3.2)$$

$\lambda$  étant le coefficient d'amortissement.

Dû aux anharmonicités, la fréquence  $\omega$  des oscillations n'est plus constante, elle dépend de l'amplitude  $b$ . A l'ordre le plus bas, cette dépendance est donnée par la relation  $\omega = \omega_0 + \xi b^2$ , où  $\xi = F(\alpha, \beta)$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  étant les coefficients des termes anharmoniques (éq.(3.2)).

Pour de faibles excitations (c.a.d. dans l'approximation harmonique), si  $\gamma = \omega_0 + \epsilon$  où  $\epsilon$  est petit et  $\lambda \ll \omega_0$  (3.2), l'amplitude des oscillations  $b$  est reliée à  $f$  par la relation approchée :

$$b \approx \frac{f}{2m\omega_0 \sqrt{(\gamma - \omega_0)^2 + \lambda^2}} \quad (3.3)$$

Le système présente un phénomène de résonance quand  $\gamma$  est proche de la fréquence propre  $\omega_0$ . Pour de fortes excitations, il existe une valeur critique pour l'intensité  $f$ ,  $f_k$ , telle que si  $f \geq f_k$ , la fonction  $b = b(\epsilon)$  admet, pour une valeur de  $\gamma$  donnée, deux solutions stables et une solution instable (fig.3.1).

Finalement, de nouveaux phénomènes de résonance apparaissent si la fréquence de la force  $\gamma$  est égale à  $p\omega_0/q$  où  $p$  et  $q$  sont des nombres entiers. Pour des valeurs de  $p$  et  $q$  données, les fréquences excitées sont la fréquence  $p\omega_0/q$  ainsi que les fréquences multiples et sous-multiples. L'intensité de ces phénomènes de résonance décroît très vite pour des harmoniques grandes. De ce fait, une force présentant seulement des fréquences sous-multiples de la fréquence propre  $\omega$  de l'oscillateur peut, par exemple, exciter une résonance de fréquence  $\omega$ .

En mécanique quantique [72], la séparation en énergie des états excités d'un oscillateur harmonique à une dimension est donnée par la relation  $E_{n+1} - E_n = \hbar\omega$ . Le spectre en énergie présente donc des fréquences multiples d'une seule fréquence. La base standard de fonctions propres  $|n\rangle$ , relatives aux valeurs propres  $E_n$  est donnée, dans la représentation  $x$ , par les fonctions

$$\psi_n(x) = \langle x|n\rangle = N_n H_n(ax) e^{-\frac{x^2}{2a^2}} \quad (3.4)$$

où  $N_n$  est un facteur de normalisation,  $a = (m\omega/\hbar)^{1/2}$  et  $H_n$  sont les polynômes d'Hermite de degré  $n$ .

Lors de l'excitation d'un oscillateur quantique par une force externe, la probabilité  $P_n$  de le trouver dans un des niveaux d'énergie  $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$ ,

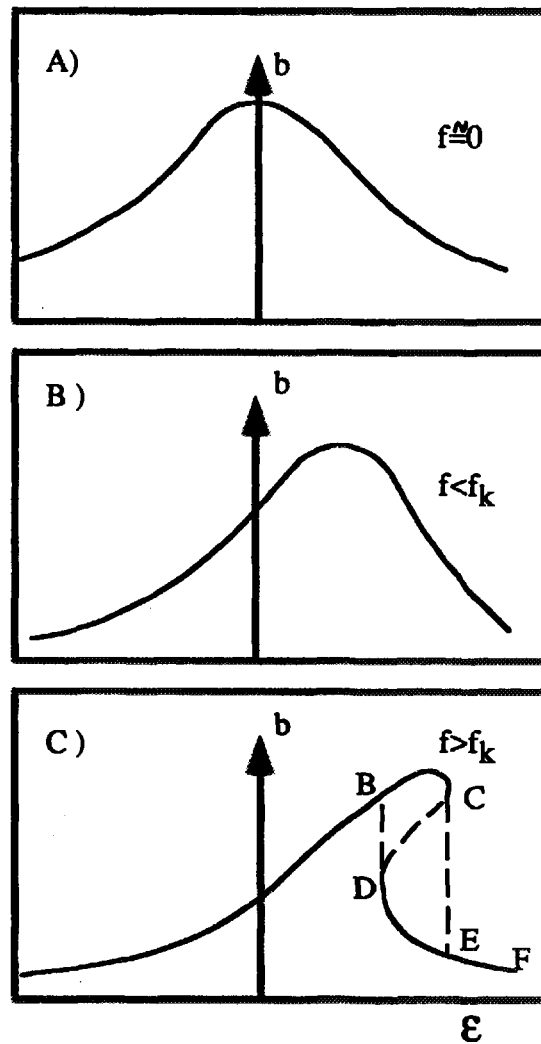


FIG. 3.1 - Les figures, a) b) c) représentent schématiquement la réponse d'un oscillateur anharmonique classique à des excitations d'amplitude  $f$  croissante. En passant d'une faible excitation ( $f \rightarrow 0$ ) à une valeur de  $f$  supérieure à la valeur critique  $f_k$  (voir texte), la fonction  $b(\epsilon)$  donnant l'amplitude des oscillations devient une fonction à plusieurs valeurs [71].

$n = 0, 1, 2, \text{etc.}$ , est donnée par une loi de Poisson

$$P_n = e^{-\bar{n}} \frac{\bar{n}^n}{n!} \quad (3.5)$$

où  $\bar{n}$  est la valeur moyenne du nombre de quanta :

$$\bar{n} = \int_{-\infty}^{\infty} F(t') e^{-i\omega t'} dt' \quad (3.6)$$

$F(t)$  étant la force externe dépendante du temps. Une fois la probabilité du premier état excité connue, la probabilité du  $n^{\text{ieme}}$  état excité est connue. Les probabilités d'excitation calculées en théorie des perturbations suivent la loi de Poisson (3.5), au facteur  $e^{-\bar{n}}$  près.

Signalons qu'un oscillateur harmonique quantique excité par une force externe représente le premier exemple d'état cohérent introduit par Schrödinger en 1926 [73]. Les états cohérents sont les états quantiques les plus proches des états classiques c'est-à-dire que l'évolution en temps des coordonnées généralisées, régie par l'équation de Schrödinger, satisfait à l'équation d'Ehrenfest : leurs valeurs moyennes évoluent dans le temps selon les équations classiques d'Hamilton.

L'introduction de termes anharmoniques dans l'hamiltonien de l'oscillateur harmonique s'écrit :

$$H(q, p) = \frac{1}{2m} p^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 q^2 + \frac{1}{3} \alpha q^3 + \frac{1}{4} \beta q^4 \quad (3.7)$$

où  $p$  est l'impulsion associée à la coordonnée  $q$ . Cela modifie les énergies et les fonctions d'ondes associées, solutions de l'équation de Schrödinger statique,  $H|\psi\rangle = E|\psi\rangle$ . D'une part la séparation en énergie entre niveaux voisins n'est plus constante,  $E_{n+1} - E_n \neq \hbar\omega$ , d'autre part les fonctions d'ondes sont des mélanges de fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique (3.4) (fig.3.2).

La solution de l'équation de Schrödinger d'un oscillateur anharmonique quantique n'est plus un état cohérent. La probabilité  $P_j$  de le trouver dans un état excité  $|\phi_j\rangle$ , lors d'une excitation, n'est plus donnée par la loi (3.5). C'est alors l'effet des anharmonicités sur les énergies et sur les fonctions d'onde qui entraîne des déviations importantes à la loi de Poisson. Par la suite, la comparaison avec une loi de Poisson sera employée pour étudier les effets des termes anharmoniques sur les probabilités d'excitation des différents niveaux, notamment du deuxième état excité.

## 3.2 Description du modèle

Nous allons maintenant décrire l'hamiltonien statique, l'opérateur d'excitation et les règles de somme du modèle schématique à une dimension [16, 17]. Ce modèle n'inclut ni la parité ni le moment angulaire. En outre, il n'y a qu'un seul type d'états excités. Toutefois, il a été construit de telle sorte que ces caractéristiques soient les plus proches possibles du calcul microscopique (chapitre 7) [4, 64, 18].

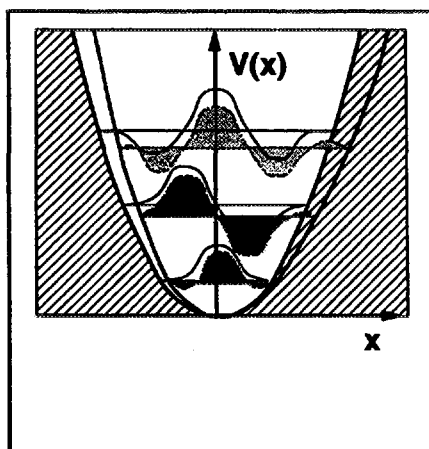


FIG. 3.2 - L'introduction d'anharmonicités dans l'hamiltonien d'un oscillateur harmonique quantique (3.7) modifie d'une part le spectre en énergie ( $E_{n+1} \neq nE_n$ ) et d'autre part les fonctions d'ondes associées.

### L'hamiltonien statique

Soit un oscillateur anharmonique de fréquence propre  $\omega$  et masse  $m$  ( $\hbar = 1$ ) dont l'hamiltonien est donnée par :

$$H(x, p) = \frac{1}{2m}p^2 + \frac{1}{2}m\omega^2x^2 + \alpha x^3 + \beta x^4 \quad (3.8)$$

Le terme  $x^3$  introduit une interaction résiduelle entre le premier et le deuxième état excité de l'oscillateur harmonique, tandis que le terme  $x^4$  dans (3.8) couple le deuxième état avec lui-même. Ces termes simulent l'interaction résiduelle entre les états à 1-phonon et 2-phonons et entre les états à 2-phonons (chapitre 7). Les coefficients des termes anharmoniques dans (3.8) peuvent être fixés à partir des valeurs des éléments de matrice de couplage obtenues dans les calculs microscopiques.

Le signe du coefficient  $\alpha$  ne modifie pas les valeurs propres et les fonctions propres de  $H$  (3.8). Par contre, il change la probabilité d'excitation des états car le terme  $\alpha x^3$  n'est pas symétrique par réflexion. Le signe de  $\beta$  modifie la forme du potentiel qui devient plus "aplatie" ou plus "étroite" selon que le signe est négatif ou positif. Par conséquent, l'énergie du deuxième état excité est plus petite (si  $\beta < 0$ ) ou plus grande (si  $\beta > 0$ ) que deux fois l'énergie du premier état excité. Les signes peuvent également être choisis suivant les résultats de calculs microscopiques. Si  $\beta < 0$  le potentiel associé à l'hamiltonien (3.8) n'est pas borné inférieurement. Il faut donc ajouter des termes en  $\delta x^6$  avec  $\delta > 0$  afin de le rendre borné inférieurement.

Une fois introduites les anharmonicités, l'hamiltonien  $H$  (3.8) a été renormalisé, afin de garder l'énergie du premier état excité fixe. Des variations de cette

énergie auraient modifié de façon triviale les probabilités d'excitation des états excités.

Selon une des interprétations possibles de ce modèle, les opérateurs  $x$  et  $p$  sont des variables collectives et représentent la distance entre le centre de masse des protons et des neutrons et l'impulsion associée. La masse  $m$  correspond à la masse réduite du système proton-neutron, i.e.  $NZ/(N + Z)$ ,  $N$  et  $Z$  étant le nombre de neutrons et de protons. La fréquence  $\omega$  est donnée par l'énergie de la vibration des protons en opposition de phase avec les neutrons. Dans ce cas, l'hamiltonien (3.8) ne devrait pas présenter de termes en  $x^3$  car ce terme n'est pas symétrique par réflexion.

### L'opérateur d'excitation

L'opérateur d'excitation utilisé a été fixé afin de simuler l'excitation électromagnétique d'une résonance géante produite dans une collision relativiste entre ions lourds, collision qui sera traitée de façon semi-classique. Une description classique d'une collision entre deux ions lourds n'est valable que lorsque la longueur d'onde de de Broglie associée au projectile est plus petite que la distance d'approche.

Aux énergies relativistes [74, 62], la trajectoire du projectile peut être approximée par une droite définie par le paramètre d'impact  $b$  et une vitesse constante  $v$ . Les composantes transverse,  $E_T(t)$ , et longitudinale,  $E_P(t)$  du champ électromagnétique produit par une charge  $Z_P$  se déplaçant à vitesse constante le long d'une droite, dans le référentiel de la cible au repos, sont données par les relations :

$$E_T(t) = -\frac{Z_P e \gamma b}{(b^2 + (\gamma v t)^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3.9)$$

et

$$E_P(t) = -\frac{Z_P e \gamma v t}{(b^2 + (\gamma v t)^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3.10)$$

où  $\gamma$  est le facteur de Lorentz associé à  $v$ . Dans le modèle schématique nous n'utiliserons que la composante électromagnétique  $E_T$  qui est la plus importante (annexe A). Le champ externe  $W(t)$  est donné alors par

$$W(t) = \mathcal{N} E_T(t) x \quad (3.11)$$

où  $\mathcal{N}$  est un facteur de normalisation.

Dans le formalisme de la seconde quantification, les opérateurs  $x$  et  $p$  peuvent s'exprimer en fonction des opérateurs de destruction  $b$  et de création  $b^\dagger$  :

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} (b^\dagger + b) \\ p &= -i\sqrt{\frac{m\omega}{2}} (b^\dagger - b) \end{aligned} \quad (3.12)$$

A l'aide des relations (3.12), le champ  $W(t)$  (3.11) s'écrit :

$$W(t) = F(t)(b^\dagger + b) \quad (3.13)$$

où  $F(t)$  est donné par la relation :

$$F(t) = -\frac{\mathcal{N}Z_{pe}\gamma b}{(b^2 + (\gamma vt)^2)^{\frac{3}{2}}} \sqrt{\frac{1}{2m\omega}} \quad (3.14)$$

Afin d'étudier des effets de non-linéarités dans le champ externe (3.11), les termes non-linéaires  $\delta_1 b^\dagger b$ ,  $\delta_2 (b^\dagger b^\dagger + bb)$  ont été ajoutés à (3.13). Dans ce cadre, le terme  $b^\dagger b$  ainsi que les termes  $b^\dagger b^\dagger$  et  $bb$  simuleraient les opérateurs d'excitation non-linéaires  $Q_\nu^\dagger Q_{\nu'}$ ,  $Q_\nu^\dagger Q_{\nu'}^\dagger$  et  $Q_\nu Q_{\nu'}$  dans le champ externe dont les effets sur les probabilités d'excitation seront étudiés dans le calcul microscopique (chapitre 7). Le premier terme,  $Q_\nu^\dagger Q_{\nu'}$ , permet des transitions d'un état à 1-phonon à un autre état à 1-phonon (par exemple,  $|GDR\rangle \rightarrow |GQR\rangle$ ). Le deuxième,  $Q_\nu^\dagger Q_{\nu'}^\dagger$  et son hermitique conjugué, introduisent des transitions directes de l'état fondamental à un état à 2-phonons (par exemple,  $|0\rangle \rightarrow |GDR \otimes GQR\rangle$ ). Les coefficients  $\delta_1$  et  $\delta_2$  des termes non-linéaires peuvent être fixés suivant des résultats de calculs microscopiques.

### Les règles de somme

Il est possible d'associer à l'opérateur d'excitation  $x$  (3.11) et à l'hamiltonien  $H$  (3.8), les règles de somme définies par la relation :

$$m_{|k\rangle} = \sum_{k'} |\langle k'|x|k\rangle|^2 (E_{k'} - E_k) \quad (3.15)$$

où les états  $|k\rangle$ ,  $|k'\rangle$  et les énergies  $E_{k'}$ ,  $E_k$  sont solutions exactes de l'équation de Schrödinger pour l'hamiltonien  $H$ . A l'aide des règles de commutation entre les opérateurs  $H$  et  $x$ , les règles de somme (3.15) peuvent être exprimées [75] :

$$m_{|k\rangle} = \sum_{k'} |\langle k'|x|k\rangle|^2 (E_{k'} - E_k) = \frac{1}{2} \langle k|[x, [H, x]]|k\rangle \quad (3.16)$$

Les règles de somme associées à l'opérateur  $x$  et évaluées sur l'état fondamental,  $m_{|0\rangle}$ , ainsi que sur le premier état excité,  $m_{|1\rangle}$ , sont données par  $1/2m$  car le double commutateur  $[x, [H, x]]$  est égal à  $1/m$ . A partir de cette relation et dans l'hypothèse où la règle de somme  $m_{|0\rangle}$  est dominée par la transition entre le fondamental et le premier état excité, on en déduit la relation  $|\langle 1|x|0\rangle|^2 \approx 1/2mE_1$ . Egalement, dans l'hypothèse que  $m_{|1\rangle}$  est dominée par deux transitions seulement, la transition du premier état excité au fondamental et du premier état au deuxième état excité, on obtient  $|\langle 2|x|1\rangle|^2 \approx 1/m(E_2 - E_1)$ . Le rapport entre ces éléments de matrice est donné par la relation [17] :

$$\frac{|\langle 2|x|1\rangle|^2}{|\langle 1|x|0\rangle|^2} \simeq 2 \frac{E_1}{E_2 - E_1} \quad (3.17)$$



Dans le cas harmonique, ce rapport est trivialement égal à 2 car  $E_2 - E_1 = E_1$ . L'introduction de termes anharmoniques produit une augmentation ou bien une diminution de ce rapport selon que  $E_2 - E_1$  est plus petit ou plus grand que  $E_1$ . Ceci sera utilisé dans la suite pour l'interprétation des résultats sur les probabilités d'excitation (paragraphe 3.4.1).

Le fait, démontré précédemment, que le double commutateur  $[x, [H, x]]$  ne varie pas après l'introduction des termes anharmoniques dans  $H$  est une propriété toute particulière de ce modèle. Cette propriété permet d'éliminer les variations triviales des probabilités d'excitation dues à une éventuelle modification des règles de somme (3.16).

En ce qui concerne les termes non-linéaires dans le champ exciteur (3.11), décrits dans le paragraphe précédent, ces termes modifient les règles de somme (3.16). Rappelons que ces termes nouveaux n'ont jamais été inclus dans les calculs microscopiques de l'excitation coulombienne des Résonances Géantes Doubles [4].

### 3.3 Le choix des paramètres

Le choix des paramètres a été déterminé suivant les résultats de calculs microscopiques antérieures et pour être consistant avec le calcul réaliste que nous voulions réaliser (chapitre 7).

- *l'hamiltonien statique.* Les valeurs des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  des termes anharmoniques dans (3.8) ont été calculées afin que les éléments de matrice  $\langle 2|\alpha x^3|1 \rangle$  et  $\langle 2|\beta x^4|2 \rangle$  soient au maximum de 1 MeV. (Le produit normal a été introduit pour empêcher le couplage des états à 1-phonon avec eux-mêmes.) La valeur de 1 MeV représente une valeur indicative pour l'interaction résiduelle entre phonons [64] qui varie, comme nous le verrons (chapitre 7), selon le noyau considéré. En ce qui concerne les signes des coefficients, les résultats des calculs microscopiques montrent que l'interaction résiduelle entre deux résonances géantes dipolaires est négative et diminue l'énergie du deuxième phonon tandis que dans le cas de deux résonances géantes quadrupolaires, l'interaction résiduelle tend à augmenter l'énergie du deuxième phonon [64]. Le signe de  $\beta$  a donc été pris négatif pour simuler le cas dipolaire.
- *l'opérateur d'excitation.* Afin de simuler l'excitation d'une résonance géante dipolaire dans un noyau donnée, le facteur de normalisation  $\mathcal{N}$  dans le champ externe (3.11) a été pris égal à

$$m_1 = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar NZ}{mc A} = 60 \frac{NZ}{A} (\text{MeV barn}) \quad (3.18)$$

### 3.4 Résultats : les probabilités d'excitation et les sections efficaces 37

$Z$ ,  $N$  et  $A$  sont la charge, le nombre de neutrons et la masse du noyau cible, c'est-à-dire qu'il a été fixé à 100% de la règle de somme de Thomas-Reiche-Kuhn,  $60NZ/A$ , qui représente la force dipolaire isovectorielle [76, 75].

- *les termes non-linéaires.* Les résultats microscopiques correspondant à la réf.[18] montrent que, suite à l'introduction des termes non-linéaires du type  $Q_{\nu}^{\dagger}Q_{\nu'}$ , dans le champ externe exciteur, la transition  $|GQR\rangle \rightarrow |GDR\rangle$  est  $\approx 1/36$  de la transition  $|0\rangle \rightarrow |GDR\rangle$ . De plus, les transitions directes du fondamental aux états à 2-phonons, dues aux termes de type  $Q_{\nu}^{\dagger}Q_{\nu'}^{\dagger}$  et  $Q_{\nu}Q_{\nu'}$ , sont dix fois plus petites [63]. Les coefficients  $\delta_1, \delta_2$  ont été fixés suivant les résultats microscopiques correspondant à la réf.[18]. Le coefficient  $\delta_1$  a été évalué afin d'avoir l'élément de matrice  $\langle 1|W|1\rangle$  égal à  $1/6$  de l'élément  $\langle 1|W|0\rangle$ . Le coefficient  $\delta_2$  a été fixé de façon à ce que  $\langle 2|W|0\rangle$  soit égal à  $\langle 1|W|1\rangle / 10$ . Il en résulte que les effets des termes  $\delta_2 b^{\dagger}b^{\dagger}$  et  $\delta_2 bb$  sur les probabilités d'excitation sont négligeables. Par conséquent, seulement le terme  $\delta_1 b^{\dagger}b$  sera pris en compte dans (3.11).

Nous avons utilisé ce modèle pour simuler l'excitation d'une résonance géante double dans le  $^{136}\text{Xe}$  lors de la réaction  $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$  à  $E/A = 700\text{MeV}/A$  [10]. Rappelons que la section efficace expérimentale totale dans la région de la GDR est  $\sigma = 1485 \pm 100$  mb (cette valeur inclut la GQR isoscalaire et isovectorielle) et que celle de la DGDR est  $\sigma_{DGDR} = 210 \pm 50$  mb. L'énergie mesurée de la GDR dans le  $^{136}\text{Xe}$  est 15.2 MeV tandis que  $E_{DGDR} = 28.3 \pm 0.7$  MeV.

Rappelons que dans le calcul microscopique basé sur la RPA [15] des sections efficaces d'excitation coulombienne dans le  $^{136}\text{Xe}$ , la section efficace calculée pour le premier phonon est de 1480 mb tandis que celle du deuxième phonon est de 50 mb, c'est-à-dire qu'elle est 4 fois plus petite que la section efficace expérimentale de la DGDR [10, 15]. Ce désaccord très important, ne peut pas être dû au paramètre  $r_0$ , définissant la distance minimale entre les ions (annexe B) car une réduction de ce paramètre entraînerait une augmentation simultanée des sections efficaces  $\sigma_2$  et  $\sigma_1$ .

Comme nous le verrons (paragraphe 3.4), les sections efficaces du premier et du deuxième état excité calculées dans notre modèle dans le cas harmonique et linéaire (tab.3.1) sont compatibles avec les prédictions du calcul [15]. Ceci montre, bien que le modèle utilisé soit schématique, que l'ordre de grandeur des sections efficaces est raisonnable.

### 3.4 Résultats : les probabilités d'excitation et les sections efficaces

La méthode des voies couplées a été employée pour calculer les probabilités d'excitation (annexe B). Afin d'étudier les effets des anharmonicités ainsi que

des termes non-linéaires du champ externe sur les probabilités d'excitation du premier et du deuxième état excité de l'hamiltonien (3.8), quatre cas ont été étudiés :

- Un oscillateur harmonique excité linéairement (calcul de référence),
- Un oscillateur harmonique excité non-linéairement,
- Un oscillateur anharmonique excité linéairement,
- Un oscillateur anharmonique excité non-linéairement.

**1) Un oscillateur harmonique excité linéairement** Les paramètres  $\alpha, \beta$  dans (3.8) ont été pris égaux à zéro. Les énergies sont alors  $E_n = E_1(n + \frac{1}{2})$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) et les fonctions d'ondes  $|n\rangle$  sont données par l'équation (3.4). Comme nous l'avons vu, un oscillateur harmonique excité linéairement est un état cohérent. La probabilité  $P_n$  de trouver le système dans l'état  $|n\rangle$  doit donc suivre la loi de Poisson (3.5),  $F(t)$  dans (3.6) étant donné par (3.14).

Les sections efficaces calculées du premier et du deuxième état excité  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont données (tab.3.1).

**2) Un oscillateur harmonique excité non-linéairement** L'effet du terme non-linéaire  $\delta_1 b^\dagger b$  est d'augmenter  $\sigma_1$  de 5% et  $\sigma_2$  de 10% (tab.3.1) car il introduit une variation dynamique des énergies des états.

Le rapport  $\sigma_2/\sigma_1$  est pratiquement le même que dans le cas harmonique et linéaire (tab.3.1) car après l'introduction de termes non-linéaires quadratiques dans les opérateurs  $b^\dagger$  et  $b$ , la fonction d'onde  $|\psi(t)\rangle$  solution de l'équation de Schrödinger dépendante du temps reste un état cohérent c'est-à-dire que la loi de Poisson est préservée (3.5) [4, 69].

**3) Un oscillateur anharmonique excité linéairement** L'introduction des anharmonicités modifie l'énergie du deuxième état excité par rapport à la valeur harmonique. Elle est  $E_2 = 28.3$  MeV. Cette anharmonicité de moins de 10% est consistante avec la systématique expérimentale sur l'énergie de DGR (fig.2.6) [10].

La section efficace du deuxième état excité augmente d'un facteur 1.7 par rapport à la valeur harmonique tandis que celle du premier état reste pratiquement constante (tab.3.1). Ce résultat indique que les anharmonicités peuvent modifier la probabilité d'excitation du deuxième état excité de manière importante.

**4) Un oscillateur anharmonique excité non-linéairement** Le rapport  $\sigma_2/\sigma_1$  est presque 2 fois plus grand que dans le cas harmonique et linéaire parce que

	$\sigma_1(\text{mb})$	$\sigma_2(\text{mb})$	$\sigma_2/\sigma_1$	$\sigma_1/\sigma_1^{ref}$	$\sigma_2/\sigma_2^{ref}$
lin. et har. (réf)	1153 (1698)	33 (93)	0.029	1.	1.
non-lin. et har.	1200 (1762)	36 (101)	0.030	1.0	1.1
lin. et anhar.	1267 (1835)	55 (139)	0.044	1.1	1.7
non-lin. et anhar.	1352 (1938)	67 (166)	0.05	1.2	2.0

TAB. 3.1 - Section efficace d'excitation coulombienne du premier et du deuxième état excité,  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ . Les valeurs ont été obtenues avec le paramètre  $r_0$  égal à 1.5 fm (les valeurs entre parenthèses correspondent à  $r_0 = 1.2$  fm). La première ligne donne les résultats du calcul de référence, à savoir un oscillateur harmonique excité linéairement. La deuxième ligne présente l'effet de l'inclusion des seuls termes non-linéaires dans le champ externe tandis que les résultats obtenus après l'introduction des anharmonicités seules sont donnés à la troisième ligne. La dernière ligne indique les effets des termes non-linéaires ainsi qu'anharmoniques [16].

l'introduction des termes anharmoniques dans l'hamiltonien (3.8) ainsi que non-linéaires dans le champ externe (3.11) induit une augmentation de 100% de  $\sigma_2$  et de 20% de  $\sigma_1$  par rapport au calcul de référence (tab.3.1).

Le rapport  $\sigma_2/\sigma_1$  a été calculé pour différentes énergies du projectile dans les deux cas (harmonique et linéaire et anharmonique et non-linéaire) (fig.3.3). Les résultats montrent que l'augmentation du rapport  $\sigma_2/\sigma_1$  due aux anharmonicités et aux non-linéarités (tab.3.1) dépend de l'énergie du projectile et elle est plus importante pour des faibles énergies incidentes (fig.3.3). En effet, dans ce cas, la probabilité d'excitation coulombienne est très sensible à des variations de l'énergie du deuxième état excité, énergie qui est effectivement modifiée par les termes anharmoniques et non-linéaires. En outre, le rapport  $\sigma_2/\sigma_1$  présente un maximum (fig.3.3). Dans un calcul réaliste des sections efficaces, l'énergie correspondante à ce maximum donnerait les conditions expérimentales optimales pour l'observation des DGR.

Nous avons vu que l'introduction des anharmonicités et des non-linéarités peut augmenter la section efficace d'excitation du deuxième état d'un facteur 2 (tab.3.1). Dans le calcul microscopique, nous retrouverons des effets également importants sur la probabilité d'excitation de certains états à 2-phonons (chapitre 7). Par contre, l'effet des anharmonicités et des non-linéarités sur la section efficace totale dans la région de la DGDR sera beaucoup plus petit car l'interaction résiduelle s'est avérée être en moyenne plus faible dans les noyaux étudiés (chapitre 7) que la valeur indicative de 1 MeV considérée dans ce modèle (paragraphe 3.3).

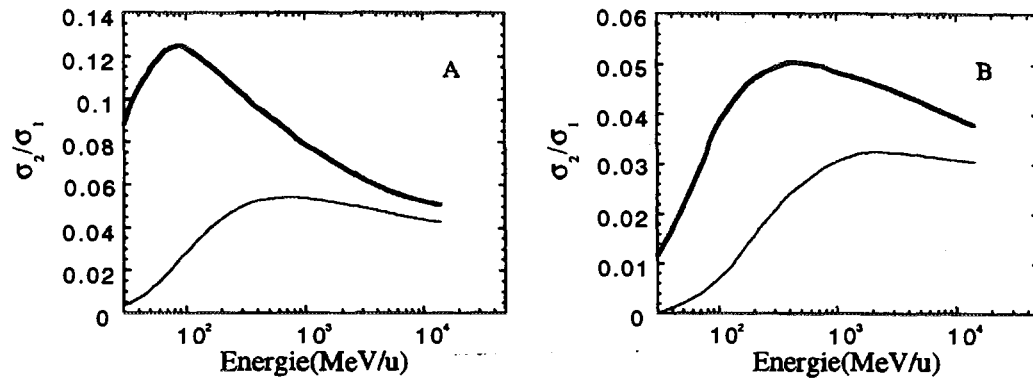


FIG. 3.3 - Rapport de la section efficace du deuxième et du premier état excité,  $\sigma_2/\sigma_1$ , en fonction de l'énergie du projectile pour deux valeurs du paramètre  $r_0$ ,  $r_0 = 1.2$  fm (A) et  $r_0 = 1.5$  fm (B). Les courbes du-dessous correspondent au calcul de référence, linéaire et harmonique, tandis que celles du-dessus se réfèrent au calcul non-linéaire et anharmonique [16].

### 3.4.1 Interprétation perturbative des résultats exacts

Nous allons maintenant utiliser un calcul perturbatif des probabilités d'excitation du premier et du deuxième état excité pour interpréter les effets des anharmonicités sur le rapport exact  $P_2/P_1^2$  en fonction du paramètre d'impact  $b$  (fig.3.4) ainsi que l'augmentation produite sur  $\sigma_2$  par rapport à la valeur harmonique (tab.3.1, troisième ligne). Dans la suite, le champ externe est linéaire.

Au premier ordre en théorie des perturbations, la probabilité d'excitation du premier état excité est  $P_1 = |A_1^{(1)}|^2$  où

$$A_1^{(1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \phi_1 | W(t) | \phi_0 \rangle e^{iE_1 t} dt = \langle \phi_1 | (b^\dagger + b) | \phi_0 \rangle \tilde{F}_1(E_1) \quad (3.19)$$

et  $\tilde{F}_1(E_1)$  est la transformée de Fourier du champ externe  $W(t)$  linéaire en  $x$  (éq.(3.11)).

En ce qui concerne la transition directe  $A_2^{(1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \phi_2 | W(t) | \phi_0 \rangle e^{iE_2 t} dt$ , elle est négligeable. Ceci montre que la probabilité d'exciter le deuxième état dans une seule étape à partir de l'état fondamental est peu probable.

Au deuxième ordre en théorie des perturbations, la probabilité d'excitation du deuxième état excité est  $P_2 = |A_2^{(2)}|^2$  où l'amplitude  $A_2^{(2)}$  est

$$\begin{aligned} A_2^{(2)} &= \langle \phi_2 | (b^\dagger + b) | \phi_1 \rangle \langle \phi_1 | (b^\dagger + b) | \phi_0 \rangle \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) e^{i(E_2 - E_1)t} dt \int_{-\infty}^t F(t') e^{iE_1 t'} dt' \\ &= \frac{1}{2} \langle \phi_2 | (b^\dagger + b) | \phi_1 \rangle \langle \phi_1 | (b^\dagger + b) | \phi_0 \rangle \tilde{F}_2(E_2 - E_1, E_1) \end{aligned} \quad (3.20)$$

et

$$\tilde{F}_2(E_2 - E_1, E_1) = \tilde{F}_1(E_2 - E_1) \tilde{F}_1(E_1) + \frac{i}{\pi} P \int \frac{d\omega}{\omega} \tilde{F}_1(E_2 - E_1 - \omega) \tilde{F}_1(E_1 + \omega). \quad (3.21)$$

En utilisant les expressions (3.19) et (3.20), la fonction  $P_2/P_1^2$ , fonction du paramètre d'impact  $b$ , s'écrit en théorie des perturbations :

$$\frac{P_2}{P_1^2} \approx \frac{1}{4} \frac{|\langle \phi_2 | (b^\dagger + b) | \phi_1 \rangle|^2 |\tilde{F}_2(E_2 - E_1, E_1)|^2}{|\langle \phi_1 | (b^\dagger + b) | \phi_0 \rangle|^2 |\tilde{F}_1(E_1)|^4} \quad (3.22)$$

Cette fonction est donc exprimable comme produit de deux facteurs. Le premier facteur ne dépend que des fonctions d'ondes tandis que le deuxième ne dépend que des énergies.

Afin de discerner entre les différents effets des anharmonicités sur les probabilités d'excitation, le rapport  $P_2/P_1^2$  exact a été calculé dans les quatre cas (fig.3.4) : - 1) un oscillateur harmonique, - 2) des anharmonicités dans les fonctions d'onde, - 3) des anharmonicités dans les énergies, - 4) des anharmonicités dans les fonctions d'onde et dans les énergies. L'interprétation perturbative que

nous allons donner dans chaque cas n'est valable que pour de grands paramètres d'impact, car pour des paramètres d'impact petits, l'interaction entre les deux ions est intense et l'utilisation de la relation (3.22) n'est plus justifiée.

### 1) Un oscillateur harmonique

Dans une approximation harmonique, l'énergie  $E_2 = 2E_1$  et la base  $|\phi_j\rangle$  se réduit à la base standard  $|n\rangle$  de l'oscillateur harmonique. De ce fait, la valeur principale dans (3.21) est égale à zéro. A l'aide des relations :

$$b^\dagger|n\rangle = \sqrt{(n+1)}|n+1\rangle, \quad b|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad (3.23)$$

qui expriment l'action des opérateurs  $b^\dagger$  et  $b$  sur la base  $|n\rangle$ , il en résulte que le rapport (3.22) vaut 1/2. Rappelons que ce rapport est au facteur  $e^{-\pi}$  près celui donné par une loi de Poisson (3.5). Aux grands paramètres d'impact, la fonction exacte  $P_2/P_1^2$  tend effectivement vers la valeur 1/2 (fig.3.4, courbe en pointillé).

### 2) Des anharmonicités dans les fonctions d'onde

L'inclusion d'anharmonicités dans les fonctions d'ondes modifie le rapport  $|\langle \phi_2|(b^\dagger + b)|\phi_1\rangle|^2 / |\langle \phi_1|(b^\dagger + b)|\phi_0\rangle|^2$  dans l'éq.(3.22) par rapport à la valeur harmonique. En effet, la relation (3.17), déduite à l'aide des règles de somme, montre que ce rapport augmente d'un facteur constant car  $E_2 - E_1 < E_1$ . Ceci explique alors l'augmentation constante du rapport exact  $P_2/P_1^2$  par rapport à la valeur 1/2 dans la figure (3.4) (courbe en trait mixte).

### 3) Des anharmonicités dans les énergies

L'inclusion des anharmonicités dans les énergies des états produit une déviation croissante avec  $b$  à la valeur 1/2. En effet, en négligeant dans (3.21) la valeur principale, le rapport entre les transformées de Fourier du champ dans (3.22) s'écrit :

$$\frac{|\tilde{F}_2(E_2 - E_1, E_1)|^2}{|\tilde{F}_1(E_1)|^4} \simeq \left[ \frac{E_2 - E_1}{E_1} \frac{K_1((E_2 - E_1)\tau)}{K_1(E_1\tau)} \right]^2 \quad (3.24)$$

où  $K_1$  est la fonction de Bessel modifiée du premier ordre et  $\tau \approx b/\gamma v$  est le temps d'interaction de la collision. A la limite  $b \rightarrow \infty$ , cette relation devient :

$$\frac{|\tilde{F}_2(E_2 - E_1, E_1)|^2}{|\tilde{F}_1(E_1)|^4} \longrightarrow \left[ \frac{E_2 - E_1}{E_1} \right]^2 e^{[2(E_1 - E_2)\tau]} \quad (3.25)$$

Si  $(2E_1 - E_2) \geq 0$  et du fait que le rapport entre les éléments de matrices dans (3.22) vaut 2, alors le rapport  $P_2/P_1^2$  (3.22) est une fonction croissante de  $b$  car  $\tau$  croît avec  $b$ .

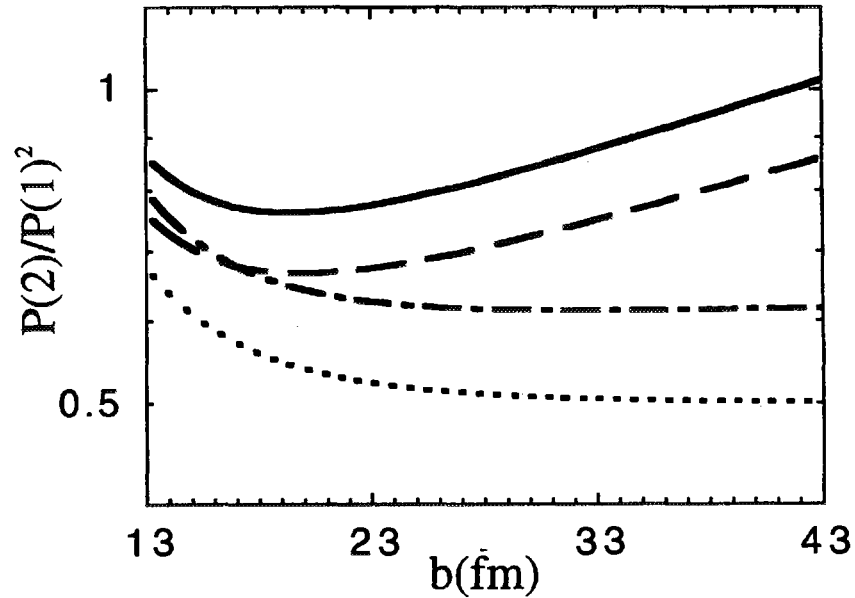


FIG. 3.4 - Rapport  $P_2/P_1^2$  en fonction du paramètre d'impact  $b$ ,  $P_j$  étant la probabilité exacte d'excitation de l'état excité  $|\phi_j\rangle$ . La courbe en pointillé est le résultat du calcul harmonique. Les autres courbes illustrent la déviation à la loi de Poisson due aux anharmonicités. La courbe en trait mixte est le résultat quand seules les anharmonicités sur les fonctions d'onde sont incluses. La courbe en tirets montre la déviation quand les anharmonicités sur les énergies sont incluses. La courbe en ligne pleine est le résultat d'un calcul où les anharmonicités sur les fonctions d'ondes ainsi que sur les énergies sont incluses. Dans tous les calculs le champ externe est linéaire [16].



Ce qui explique donc le comportement de  $P_2/P_1^2$  exact en fonction de  $b$  (fig.3.4, courbe en tirets).

#### 4) Des anharmonicités dans les fonctions d'onde et dans les énergies

D'après les relations (3.17) et (3.25), après l'inclusion des anharmonicités dans les fonctions d'onde et dans les énergies, le rapport perturbatif (3.22) s'écrit à la limite  $b \rightarrow \infty$  :

$$\frac{P_2}{P_1^2} \longrightarrow \frac{1}{2} \frac{E_2 - E_1}{E_1} e^{[2(2E_1 - E_2)\tau]} \quad (3.26)$$

Nous comprenons donc que la fonction exacte  $P_2/P_1^2$  (fig.3.4, courbe en ligne pleine) dévie de la valeur  $1/2$  ainsi que de la loi de Poisson.

Ces effets des anharmonicités à la fois sur les énergies et sur les fonctions d'onde expliquent aussi l'augmentation de la section efficace du deuxième état excité par rapport au cas de référence. En effet,  $\sigma_2$  passe de 33 mb (valeur harmonique) (tab.3.1) à 40 mb (effet sur les énergies) et de 33 mb à 48 mb (effet sur les fonctions d'ondes). L'inclusion des anharmonicités sur les énergies et sur les fonctions d'onde porte cette section efficace à 55 mb (tab.3.1).

### 3.5 Conclusions

A l'aide d'un modèle schématique à une dimension, c'est-à-dire d'un oscillateur anharmonique quantique excité par un champ externe non-linéaire, nous avons étudié les effets des anharmonicités et des non-linéarités sur les probabilités d'excitation des états excités, notamment du deuxième état. Le choix des paramètres, présents dans ce modèle, a été fait suivant les résultats de calculs microscopiques (chapitre 7) [18].

L'introduction d'anharmonicités et de non-linéarités augmente la section efficace du deuxième état excité de 100% tandis que son énergie est modifiée de moins de 10%. Un calcul perturbatif montre que cette augmentation est due aux effets de ces nouveaux termes d'une part sur les fonctions d'onde et d'autre part sur les énergies des états excités.

Ce modèle schématique ne contient pas de principe d'exclusion de Pauli qui peut évidemment avoir un effet. Nous allons donc présenter et utiliser un modèle contenant le principe d'exclusion de Pauli.

## Chapitre 4

# Un modèle à deux niveaux

Le modèle de l'oscillateur est un modèle macroscopique. Cet aspect macroscopique ne permet pas de faire facilement le lien avec les calculs microscopiques. C'est pourquoi nous avons employé le modèle à deux niveaux qui est un modèle encore schématique, mais pour un système de fermions, afin d'étudier les effets des anharmonicités et des non-linéarités sur les probabilités d'excitation. Ces caractéristiques ont été définies pour simuler les calculs microscopiques (chapitre 7) [4, 64, 18]. Il s'agit d'une extension du modèle exactement soluble de Lipkin-Meshkov-Glick, introduit en 1965 afin de tester les approximations présentes dans des approches microscopiques, notamment la RPA [77].

### 4.1 Le modèle de Lipkin-Meshkov-Glick

#### L'hamiltonien de Lipkin-Meshkov-Glick

Dans le modèle original [77], un nombre fini de particules,  $\Omega$ , peut être rangé dans deux niveaux séparés de  $\epsilon$  en énergie. Le nombre d'états accessibles dans chaque niveau est égal au nombre de particules  $\Omega$ . De ce fait, deux nombres quantiques,  $\sigma$  et  $i$ , sont nécessaires pour identifier l'état de chaque particule. Le premier,  $\sigma$ , indique si la particule se trouve dans l'un des deux niveaux ( $\sigma$  prenant les valeurs  $+$  ou  $-$ ). Le second,  $i$ , désigne les  $\Omega$  différents états quantiques dans chaque niveau (fig.4.1). L'état fondamental en absence d'interaction correspond à l'état où toutes les particules se trouvent dans le niveau d'énergie le plus bas. Les particules peuvent être excitées seulement d'un état quantique  $m$  du niveau inférieur à un état  $i$  du niveau supérieur. Ce qui donne évidemment  $2^\Omega$  états possibles.

Si nous imposons que chaque état  $i$  joue un rôle symétrique, alors le système peut se décrire à l'aide des opérateurs :

$$K_+ = \sum_{m=1}^{\Omega} a_{+,i}^\dagger a_{-,i}$$

$$\begin{aligned}
K_- &= (K_+)^{\dagger} = \sum_{m=1}^{\Omega} a_{-,i}^{\dagger} a_{+,i} \\
K_0 &= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\Omega} (a_{+,i}^{\dagger} a_{+,i} - a_{-,i}^{\dagger} a_{-,i})
\end{aligned} \tag{4.1}$$

où l'opérateur  $a_{\sigma,i}^{\dagger}$  (et son hermitique conjugué  $a_{\sigma,i}$ ) crée (détruit) une particule dans un état quantique  $(\sigma, i)$ . Les opérateurs  $K_0, K_-, K_+$  satisfont aux relations de commutations :

$$[K_+, K_-] = 2K_0 \quad [K_0, K_{\pm}] = \pm K_{\pm} \tag{4.2}$$

Ce sont les générateurs de l'algèbre SU(2). Vu l'analogie formelle avec le moment angulaire, ces opérateurs sont appelés opérateurs de quasi-spin. Les opérateurs  $K_+$  et  $K_-$  (4.1) respectent le nombre quantique  $i$ , c'est-à-dire qu'il ne peut pas y avoir deux particules avec les mêmes nombres quantiques,  $\sigma$  et  $i$ , ce qui correspond au principe d'exclusion de Pauli.

L'application de l'opérateur  $a_{+,i}^{\dagger} a_{-,i}$  sur l'état fondamental excite une particule de l'état  $(-, i)$  à l'état  $(+, i)$ , ce qui laisse un trou dans l'état  $(-, i)$ . Cet état excité est appelé un état particule-trou,  $|1p - 1t\rangle$ . De même, l'application de  $n$  opérateurs de type  $a_{+,i}^{\dagger} a_{-,i}$  avec des  $i$  différents à l'état fondamental produit un état  $n$  particules- $n$  trous,  $|np - nt\rangle$  (fig.4.1). Chaque état peut être construit de  $\binom{\Omega}{n}$  manières différentes.  $N$ -fois l'application de l'opérateur  $K_+$  (4.1) à l'état  $|0\rangle$  crée un état collectif  $|Np - Nt\rangle$ , c'est-à-dire une combinaison linéaire des  $\binom{\Omega}{n}$  états dégénérés  $|np - nt\rangle$ . Le paramètre  $\Omega$  est donc relié à la collectivité des états  $|Np - Nt\rangle$ . En ce qui concerne l'opérateur  $K_0$  (4.1), les opérateurs  $a_{+,i}^{\dagger} a_{+,i}$  et  $a_{-,i}^{\dagger} a_{-,i}$  dénombrent le nombre de particules dans les états  $(+, i)$  et  $(-, i)$ . Par conséquent, l'action de l'opérateur  $K_0$  sur un état  $|Np - Nt\rangle$  donne  $m = N - \Omega/2$  fois le même état.

L'opérateur  $K^2 = K_+ K_- - K_0 + K_0^2$  commute avec les trois générateurs (4.1), il est l'opérateur de Casimir du groupe. Ceci permet de ranger les  $2^{\Omega}$  états dans des sous-espaces irréductibles de dimension  $2k + 1$ ,  $k$  étant le nombre quantique associé à  $K^2$ . Le sous-espace incluant le fondamental correspond à  $k = \Omega/2$  la valeur propre maximale de l'opérateur  $K^2$ . C'est ce sous-espace de dimension  $\Omega + 1$ , obtenu en appliquant  $\Omega$ -fois l'opérateur  $K_+$  (4.1) à l'état fondamental qui sera utilisé par la suite. Afin de rappeler qu'il s'agit du sous-espace correspondant à  $k = \Omega/2$ , ces vecteurs seront appelés  $|\Omega/2, m\rangle$ , le fondamental est alors associé à  $m = -\Omega/2$ .

A l'aide des opérateurs  $K_+, K_-, K_0$  (4.1), l'hamiltonien introduit par Lipkin-Meshkov-Glick s'écrit [77] :

$$H_{LMG} = \epsilon K_0 + V_1 K_+ K_- + V_2 (K_+ K_+ + K_- K_-) \tag{4.3}$$

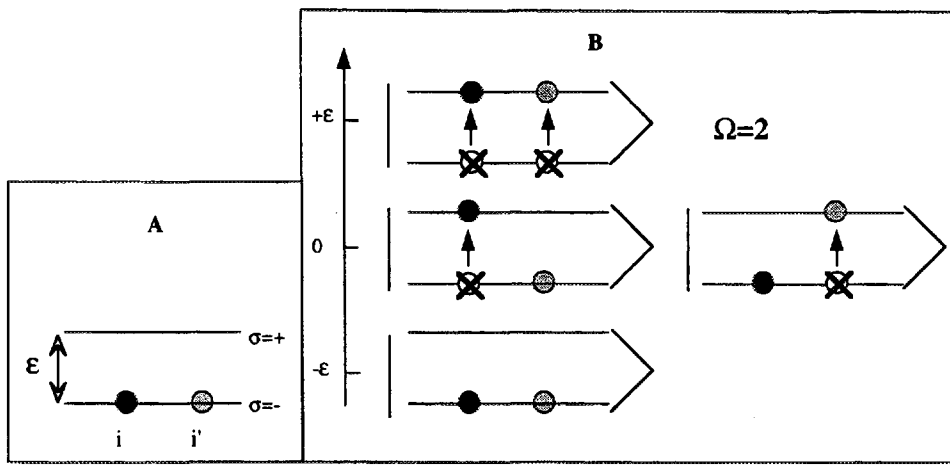


FIG. 4.1 - Un nombre  $\Omega$  de particules peut être rangé dans deux niveaux séparés de  $\epsilon$  en énergie. Le nombre maximal de particules dans chaque niveau est  $\Omega$ . a) Deux nombres définissent l'état quantique de chaque particule:  $\sigma$  indique si la particule se trouve dans le niveau inférieur ( $\sigma = -$ ) ou supérieur ( $\sigma = +$ ) en énergie;  $i$  désigne les  $\Omega$  différents états quantiques dans chaque niveau. b) Chaque particule peut être excitée de l'état quantique  $(-, i)$  à l'état  $(+, i)$ . Ce qui laisse un trou dans le niveau inférieur. Cet état excité est donc appelé un état particule - trou,  $|1p - 1t\rangle$ . De même, l'excitation de  $n$  particules correspond à un état  $n$  particules - trous.

Une interprétation du modèle de Lipkin-Meshkov-Glick est celle d'un nombre  $\Omega$  de particules rangées entre deux niveaux de même moment angulaire séparés d' $\epsilon$  en énergie. Dans cette interprétation, le terme  $\epsilon K_0$  correspond au champ-moyen d'Hartree-Fock. L'interaction résiduelle (4.3) est évidemment de type monopole-monopole car elle ne change pas le moment angulaire des particules. L'expression explicite de ces termes en fonction de l'opérateur de particules  $a_{\sigma,i}^\dagger$  et de son hermitique conjugué  $a_{\sigma,i}$  (4.1) montre qu'il s'agit d'une interaction résiduelle de type  $pt - p't'$  et  $pp' - tt'$  qui simule l'interaction résiduelle incluse dans l'approximation RPA (chapitre 7) [27].

Si les paramètres  $V_1$  et  $V_2$  (4.3) sont égaux à zéro, l'hamiltonien se réduit à  $\epsilon K_0$ . Dans ce cas, la base considérée est évidemment formée par les vecteurs propres de  $K_0$ . Par conséquent, les valeurs propres de  $H_{LMG} = \epsilon K_0$  relatives aux vecteurs propres  $|\Omega/2, m\rangle$  sont égales à  $m\epsilon$ , avec  $m \in [-\Omega/2, \Omega/2]$ . Ces valeurs propres étant équidistantes, le spectre en énergie est analogue à un spectre harmonique tronqué après  $\Omega + 1$  états.

Si  $V_1$  ou  $V_2$  sont différents de zéro, alors le spectre en énergie pour l'hamiltonien (4.3) n'est plus harmonique et si  $V_2 \neq 0$  les vecteurs propres correspondants sont un mélange des vecteurs  $|\Omega/2, m\rangle$ . En effet, l'action des opérateurs  $K_+$  et  $K_-$  sur la base  $|\Omega/2, m\rangle$  est donnée par les relations :

$$\begin{aligned} K_+ |\Omega/2, m\rangle &= \sqrt{\Omega/2(\Omega/2 + 1) - m(m + 1)} |\Omega/2, m + 1\rangle \\ K_- |\Omega/2, m\rangle &= \sqrt{\Omega/2(\Omega/2 + 1) - m(m - 1)} |\Omega/2, m - 1\rangle \end{aligned} \quad (4.4)$$

Par conséquent, le terme  $V_1 K_+ K_-$  (4.3) est diagonal dans la base  $|\Omega/2, m\rangle$ . Ce terme de type  $pt - p't'$  (particule-trou) ne mélange pas les états ayant des nombres différents de particules-trous. Par contre, les termes  $V_2(K_+^2 + K_-^2)$  de type  $pp' - tt'$  couplent les états  $|\Omega/2, m\rangle$  avec  $|\Omega/2, m \pm 2\rangle$  c'est-à-dire qu'ils mélangent les vecteurs ayant un nombre  $m$  avec ceux ayant un nombre  $m \pm 2$  de particule-trou. L'anharmonicité sur les énergies ainsi que le mélange des fonctions d'ondes associées dépendent alors des valeurs des coefficients  $V_1$  et  $V_2$ .

### La limite $\Omega$ grand

A la limite  $\Omega$  grand, l'hamiltonien  $H_{LMG}$  (4.3) est harmonique près du fondamental. En effet, il est possible de réduire l'algèbre  $SU(2)$  exprimée par les relations de commutation (4.2) à l'algèbre d'Heisenberg-Weyl pour les opérateurs de bosons,  $b^\dagger$  et  $b$

$$[b, b^\dagger] = 1 \quad (4.5)$$

Cela peut être également montré à l'aide des méthodes d'expansion en bosons [27, 78, 79] (paragraphe 6.1 et 6.1.1). Mais, montrons-le directement en considérant la transformation dépendant de  $\Omega$  [80] :

$$\bar{b}^\dagger \equiv \frac{K_+}{\sqrt{\Omega}}, \bar{b} \equiv \frac{K_-}{\sqrt{\Omega}} \quad (4.6)$$

Les relations de commutation pour  $\bar{b}, \bar{b}^\dagger$  s'écrivent :

$$[\bar{b}, \bar{b}^\dagger] = 1 - 2\frac{\bar{K}_0}{\Omega}$$

$\bar{K}_0$  étant  $\bar{K}_0 = K_0 + \Omega/2$ , d'où  $\langle \Omega/2, m | \bar{K}_0 | \Omega/2, m \rangle = (m + \Omega/2)$ . La limite  $\Omega \rightarrow \infty$  comporte la réduction des commutateurs (4.2) à (4.5), mais seulement dans un sous-espace de taille finie (paragraphe 6.1). En effet, si  $\Omega$  et  $m$  tendent simultanément vers l'infini, l'action de l'opérateur  $2\bar{K}_0/\Omega$  sur un état  $|\Omega/2, m \rangle$ ,  $2\bar{K}_0/\Omega |\Omega/2, m \rangle = (2m/\Omega + 1) |\Omega/2, m \rangle$ , n'est pas définie.

A la limite  $\Omega$  grand, d'après (4.6) et en imposant que les paramètres :

$$\delta_1 = V_1\Omega/\epsilon \quad \delta_2 = V_2\Omega/\epsilon \quad (4.7)$$

restent constants quand  $\Omega \rightarrow \infty$ , l'hamiltonien  $H_{LMG}$  (4.3) s'écrit :

$$\lim_{\Omega \rightarrow \infty} H_{LMG} = \left[ (1 + \delta_1)\epsilon b^\dagger b + \delta_2\epsilon(b^\dagger b^\dagger + h.c.) \right] \quad (4.8)$$

c'est-à-dire que  $H_{LMG}$  tend vers l'hamiltonien d'un oscillateur harmonique quantique à une dimension (paragraphe 6.1.1). C'est cette limite qui simulera dans la suite, l'approximation RPA des calculs microscopiques et qui sera utilisée comme cas harmonique de référence.

### Le cas $\Omega$ petit

Nous avons vu qu'à la limite  $\Omega$  grand, l'hamiltonien (4.3) devient harmonique près du fondamental. Dans ce cas, l'effet du principe d'exclusion de Pauli est négligeable. Par contre, pour les petites valeurs de  $\Omega$ , le principe d'exclusion de Pauli devient important.

Si  $V_2 = 0$  et  $V_1 = -\epsilon$ , l'hamiltonien (4.3) devient  $H_\epsilon = -\epsilon(K_+K_- - K_0) = -\epsilon(K^2 - K_0^2)$  c'est-à-dire que  $H_\epsilon = \epsilon K_0^2$  à une constante près. Il est intéressant de rechercher une représentation de l'algèbre  $SU(2)$  afin de donner une expression de cet hamiltonien dans une représentation  $r$ . Nous allons ainsi voir que pour  $\Omega$  petit, le principe d'exclusion de Pauli rend effectivement le potentiel de cette représentation anharmonique. A titre d'exemple, nous allons donner la correspondance entre cet hamiltonien et les potentiels anharmoniques de Morse [81] et de Pöschl-Teller [82] (fig.4.2).

Soit l'équation aux valeurs propres pour l'hamiltonien d'un oscillateur harmonique à deux dimensions ( $\hbar, \omega = 1$ , avec la masse égale à l'unité) en coordonnées polaires  $(r, \theta)$  :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{d}{dr} + \frac{m^2}{r^2} + r^2 \right) \phi(r) &= (\tilde{n} + 1) \phi(r) \\ -\frac{d^2}{d\theta^2} \psi(\theta) &= m^2 \psi(\theta) \end{aligned} \quad (4.9)$$

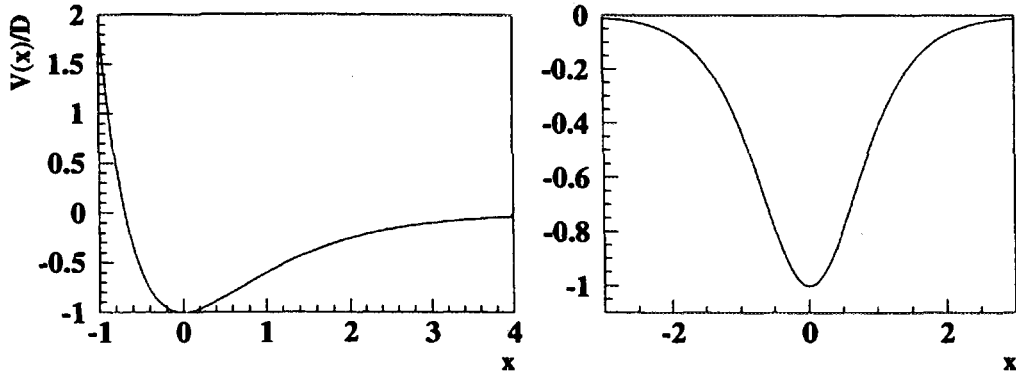


FIG. 4.2 - Représentations  $r$  de l'opérateur  $K_0^2$ : a) Potentiel de Morse,  $V(x)/D = (e^{-2x/d} - 2e^{-x/d})$ ; b) Potentiel de Pöschl-Teller  $V(x) = k(k+1)/\cosh^2(x)$ . La profondeur des deux potentiels dépend du nombre quantique  $k$  associé à  $K^2$ .

où  $\tilde{n} = 0, 1, 2, \dots$  et  $m = \pm\tilde{n}, \pm(\tilde{n}-2), \dots, \pm 1$  ou  $0$ , la fonction d'onde du système étant  $\chi(r, \theta) = \phi(r)\psi(\theta)$ . En utilisant la transformation

$$r^2 = (\tilde{n} + 1)e^\rho \quad (4.10)$$

l'équation (4.9) devient :

$$\left[ -\frac{d^2}{d\rho^2} + \left(\frac{\tilde{n}+1}{2}\right)^2 (e^{-2\rho} - 2e^{-\rho}) \right] \phi(\rho) = -\frac{m^2}{4}\phi(\rho) \quad (4.11)$$

En multipliant par  $d^2/2$  et posant  $x = \rho d$ , (4.11) s'écrit :

$$\left[ -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} + D(e^{-2x/d} - 2e^{-x/d}) \right] \phi(x) = E\phi(x) \quad (4.12)$$

où  $D = (\tilde{n}+1)^2 d/8$  et  $E = -m^2 d^2/8$ , c'est-à-dire qu'elle est l'équation aux valeurs propres pour le potentiel de Morse à une dimension  $V(x) = D(e^{-2x/d} - 2e^{-x/d})$  (fig.4.2). Du fait que le spectre en énergie de ce potentiel est le même que celui de  $K_0^2$  (à un facteur près), le potentiel de Morse est algébriquement équivalent à l'hamiltonien  $H_\epsilon = \epsilon K_0^2$  et en fournit donc une représentation  $x$  [81].

Une autre façon d'obtenir une représentation de  $H_\epsilon = \epsilon K_0^2$  est à partir de l'isomorphisme entre  $SU(2)$  et  $O(3)$ . En effet, l'écriture des équations aux valeurs propres pour  $L^2$  et  $L_z$  en coordonnées sphériques  $(r, \theta, \phi)$  est donnée par [72] :

$$\begin{aligned} \left[ -\frac{1}{\sin\theta} \frac{d}{d\theta} (\sin\theta \frac{d}{d\theta}) + \frac{m^2}{\sin^2\theta} \right] \xi(\theta) &= j(j+1)\xi(\theta) \\ -i \frac{d}{d\phi} \psi(\phi) &= m\psi(\phi) \end{aligned} \quad (4.13)$$

où la fonction d'onde est  $\Psi(r, \theta, \phi) = R(r)\xi(\theta)\psi(\phi)$ ,  $j(j+1)$  et  $m$  ( $m = -j, \dots, +j$ ) sont les valeurs propres de  $L^2$  et  $L_z$  respectivement. Or, l'algèbre  $O(3)$  est isomorphe à l'algèbre  $SU(2)$ , la seule différence étant que le nombre quantique  $k$  associé à  $K^2$  peut être un nombre entier ou demi-entier. D'après (4.13) et en faisant le changement de variable  $\cos\theta = \tanh(\rho)$  avec  $\rho \in (-\infty, \infty)$ , l'équation en  $\theta$  pour  $L^2$  et donc pour  $K_0^2$  s'écrit [82] :

$$\left[ -\frac{d^2}{d\rho^2} - \frac{j(j+1)}{\cosh^2(\rho)} \right] \phi(\rho) = -m^2 \phi(\rho) \quad (4.14)$$

L'équation (4.14) est donc l'équation aux valeurs propres du potentiel de Pöschl-Teller  $V(\rho) = V_0/\cosh^2(\rho)$ , où  $V_0 = j(j+1)$  [82] (fig.4.2). Du fait que son spectre en énergie est le même que celui de  $K_0^2$ , alors ce potentiel fournit une autre représentation pour l'opérateur  $K_0^2$  (pour  $\Omega$  pair et donc  $k$  entier).

La profondeur du potentiel de Morse,  $D$ , ainsi que de Pöschl-Teller,  $V_0$ , augmente avec l'accroissement de  $\Omega$ . A la limite  $\Omega$  grand, les états excités près du fondamental des deux potentiels tendent à ceux d'un oscillateur harmonique. Pour  $\Omega$  petit, le principe d'exclusion de Pauli rend ces potentiels anharmoniques aussi près du fondamental.

## 4.2 Extensions du modèle de LMG

### L'hamiltonien statique

Pour simuler les anharmonicités des calculs microscopiques, c'est-à-dire l'interaction résiduelle de type  $pp' - p''p'''$ ,  $tt' - t''t'''$ ,  $tt' - t''p$ ,  $pp' - p''t$  qui couple les états à 1- et 2-phonons avec les états à 2-phonons (chapitre 7), nous allons introduire de nouveaux termes dans l'hamiltonien  $H_{LMG}$  (4.3). Deux extensions ont été étudiées :

- 1) L'hamiltonien statique est quadratique dans les opérateurs  $K_+$ ,  $K_-$ ,  $K_0$  :

$$H_A = H_{LMG} + \Delta V = H_{LMG} + V_3(K_+K_0 + K_0K_-) + V_4K_0^2 \quad (4.15)$$

$H_{LMG}$  étant donné par (4.3). Les termes  $K_+K_0$  (et son hermitique conjugué) (4.15) introduisent un couplage entre les états  $|\Omega/2, m >$  et  $|\Omega/2, m \pm 1 >$  tandis que le terme  $V_4K_0^2$  (4.15) introduit un couplage entre les états  $|\Omega/2, m >$  (chapitre 7).

- 2) L'hamiltonien statique est quartique dans l'opérateur  $K_x = (K_+ + K_-)/2$  :

$$H_B = H_{LMG} + \Delta V = H_{LMG} + c_3K_x^3 + c_4K_x^4 \quad (4.16)$$

$H_{LMG}$  étant donné par (4.3). Cet hamiltonien est plus "algébrique". D'après (4.6), (4.7) et en imposant que les paramètres

$$\delta_3 = c_3\Omega^{3/2}/\epsilon \quad \delta_4 = c_4\Omega^2/\epsilon \quad (4.17)$$



restent constants quand  $\Omega \rightarrow \infty$ , l'hamiltonien  $H_B$  tend à la limite  $\Omega$  grand vers celui d'un oscillateur anharmonique. Le terme  $c_3 K_x^3$  (4.16) introduit un couplage entre les états  $|\Omega/2, m \rangle$  et  $|\Omega/2, m \pm 1 \rangle$  et le terme  $c_4 K_x^4$  (4.16) introduit un couplage entre les états  $|\Omega/2, m \rangle$  (chapitre 7).

Les deux hamiltoniens ont été renormalisés, après l'introduction de ces nouveaux termes, pour garder l'énergie du premier état excité fixe. Cela afin d'éviter des variations des probabilités d'excitation qui ne seraient pas dues à un effet des termes anharmoniques, mais plutôt à une variation de l'énergie de cet état.

### L'opérateur d'excitation

Afin de simuler l'excitation coulombienne d'une DGR dans une collision relativiste entre ions lourds, uniquement la composante transverse du champ électrique a été prise en compte (annexe A). La trajectoire du projectile supposé rectiligne est définie par le paramètre d'impact  $b$  [74, 62]. L'opérateur d'excitation  $W(t)$  est alors :

$$W(t) = \mathcal{N} E_T(t) K_x \quad (4.18)$$

où  $\mathcal{N}$  est un facteur de normalisation. L'expression (4.18) s'écrit également :

$$W(t) = F(t) K_x \quad (4.19)$$

où

$$F(t) = -\frac{\mathcal{N} Z_P e \gamma b}{(b^2 + (\gamma v t)^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (4.20)$$

où  $Z_P$  est la charge du projectile et  $\gamma$  le facteur de Lorentz associé à la vitesse constante  $v$  du projectile.

Des termes non-linéaires dans le champ externe (4.19) ont été introduits, à savoir  $\delta_1 K_+ K_-$  et  $\delta_2 (\epsilon K_0 + c_0 K_x^2)$ . En analogie avec le terme  $Q_\nu^\dagger Q_\nu$ , des calculs microscopiques (chapitre 7), ces termes introduisent des transitions entre les états  $|\Omega/2, m \rangle$ .

De façon à simplifier les notations, nous noterons dorénavant les états  $|\Omega/2, m \rangle = |N \rangle$  avec  $N \in [0, \Omega]$ .

## 4.3 Le choix des paramètres

Les paramètres du modèle ont été fixés suivant les calculs microscopiques et afin de simuler l'excitation d'une résonance géante dipolaire dans un noyau.

– *l'hamiltonien statique.*

- 1)  $H = \epsilon K_0$ . Le paramètre  $\epsilon$  a été pris égal à l'énergie de la résonance.

- 2)  $H = H_{LMG}$ . Le paramètre  $\epsilon$  a été pris égal à  $41/A^{1/3}$  [27]. Le paramètre  $V_2$ , a été pris égal à  $V_1/2$ . Ce choix particulier nous permet de réduire le nombre de paramètres présents dans le modèle. Les valeurs de  $V_1$  et  $V_2$  ont été fixées afin d'avoir l'énergie du premier état excité égal à l'énergie de la résonance.
  - 3)  $H = H_A$  (4.15) et  $H = H_B$  (4.16). Les paramètres  $\epsilon, V_1, V_2$  ont été choisis de la même façon que précédemment. En ce qui concerne les valeurs des coefficients des termes  $\Delta V$  dans (4.15) et (4.16),  $V_3, c_3$  et  $V_4, c_4$ , ils ont été fixés pour que les éléments de matrice de transition  $|1 \rangle \rightarrow |2 \rangle$  et  $|2 \rangle \rightarrow |2 \rangle$  soient de 1 MeV. Cette valeur indicative a été choisie d'après les résultats microscopiques comportant une interaction résiduelle entre phonons [64]. Les signes de  $V_3$  et  $c_3$  ne modifient pas le spectre en énergie, mais ils modifient les probabilités d'excitation. Les signes de  $V_4$  et  $c_4$  ont été pris négatifs afin de simuler l'excitation de deux résonances géantes dipolaires [64]. De ce fait, l'énergie du deuxième état excité est plus petite que deux fois l'énergie du premier état.
- *l'opérateur d'excitation.* Le champ externe (4.18) a été normalisé par le facteur  $\mathcal{N} = 2ZN_e/A\sqrt{\Omega}$  de façon à ce que la transition  $\langle 1|K_x|0 \rangle$  corresponde à 100% de la règle de somme de Thomas-Reiche-Kuhn (3.18) [76]. En ce qui concerne les coefficients des termes non-linéaires,  $\delta_1$  et  $\delta_2$ , ils ont été fixés afin d'avoir la transition  $|1 \rangle \rightarrow |1 \rangle$  égale à 1/36 de la transition  $|1 \rangle \rightarrow |0 \rangle$ , suivant des résultats des calculs microscopiques correspondant à la réf.[18].

Le modèle a été utilisé pour étudier l'excitation des DRG dans le noyau  $^{136}\text{Xe}$  excité lors de la réaction  $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$  à  $E/A = 700\text{MeV}/A$  [10]. Rappelons que l'énergie de la résonance géante dipolaire dans le  $^{136}\text{Xe}$  est 15.25 MeV.

## 4.4 Résultats : les probabilités d'excitation et les sections efficaces

Afin de déterminer les effets des anharmonicités sur les probabilités d'excitation et sur les sections efficaces des états, la méthode des voies couplées a été employée (annexe B), pour les trois cas précédents soit :

- 1)  $H = \epsilon K_0$ ,
- 2)  $H = H_{LMG}$  (4.3),
- 3)  $H = H_A$  (4.15) et  $H = H_B$  (4.16)

CAS	$\Omega$	$\sigma_1(mb)$	$\sigma_2(mb)$	$\sigma_1/\sigma_1^{har}$	$\sigma_2/\sigma_2^{har}$
I	8	1153 (1704)	29 (82)	1. (1.)	0.88 (0.89)
	49	1152 (1698)	32 (91)	1. (1.)	0.97 (0.98)
II	8	1122 (1654)	33 (91)	1. (1.)	1. (0.98)
	49	1150 (1693)	33 (92)	1. (1.)	1. (1.)

TAB. 4.1 - Sections efficaces calculées du premier et du deuxième état excité et leurs rapports avec le calcul harmonique de référence donné par  $H_{LMG}$  (4.3) à la limite  $\Omega$  grand (quatrième ligne). Les valeurs montrées ont été obtenues avec  $r_0 = 1.5fm$  ( $r_0 = 1.2fm$ ). Les résultats correspondent à deux différents hamiltoniens : cas I)  $H = \epsilon K_0$ ; cas II)  $H = H_{LMG}$  (4.3). Dans tous les calculs le champ externe est linéaire.

Discutons ces trois cas.

### 1) $H = \epsilon K_0$

Ce cas permet d'estimer les effets du seul principe d'exclusion de Pauli sur les probabilités d'excitation.

Les valeurs pour les sections efficaces du premier état  $\sigma_1$ , et du deuxième état excité  $\sigma_2$ , sont données dans le tableau (4.1). La valeur de  $\sigma_2$  est plus petite que dans le cas harmonique. Cette réduction diminue avec l'accroissement de  $\Omega$  (tab.4.1). Elle est uniquement due au principe d'exclusion de Pauli qui interdit certaines transitions et réduit donc la probabilité d'excitation.

### 2) $H = H_{LMG}$

Dans ce cas,  $E_2$  est égal à 29.5 MeV.

Les résultats sur les sections efficaces  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  (tab.4.1) montrent que l'interaction résiduelle de type particule-trou introduite, a un effet opposé au principe d'exclusion de Pauli sur la probabilité d'excitation du deuxième état excité. En effet, la section efficace  $\sigma_2$  augmente par rapport au cas précédent.

Rappelons que la limite  $\Omega \rightarrow \infty$  représente le calcul harmonique de référence dans ce modèle.

### 3) $H = H_A$ et $H = H_B$

Après l'introduction des nouveaux termes  $E_2$  est égal à 28.3 MeV pour  $H = H_A$  (4.15) et 28.5 MeV pour  $H = H_B$  (4.16). Ce qui correspond à moins de 10% d'anharmonicité sur l'énergie du deuxième état excité, en accord avec la systématique expérimentale sur l'énergie des états à 2-phonons (fig.2.6).

CAS	$\Omega$	$\sigma_1/\sigma_1^{har}$	$\sigma_2/\sigma_2^{har}$
quadratique	8	1.2 (1.2)	1.6 (1.5)
	49	1. (1.)	1. (1.)
quartique	8	1. (1.)	1.2 (1.1)
	49	1. (1.)	1.3 (1.2)

TAB. 4.2 - Rapports entre les sections efficaces du premier et du deuxième état excité et les valeurs obtenues dans le calcul de référence (i.e.  $H_{LMG}$  (4.3) à la limite  $\Omega \rightarrow \infty$  (Tableau (4.1))). Les sections efficaces ont été calculées avec  $r_0 = 1.5$  fm ( $r_0 = 1.2$  fm). Les résultats se réfèrent à l'hamiltonien quadratique (4.15) et à l'hamiltonien quartique (4.16) pour deux différentes valeurs de  $\Omega$ . Pour  $\Omega$  grand, l'hamiltonien quadratique devient harmonique. Dans tous les calculs le champ externe est linéaire.

Dans le cas de l'hamiltonien quadratique (4.15), l'introduction de nouveaux termes augmente  $\sigma_2$  de 60% et  $\sigma_1$  de 20% par rapport à la valeur harmonique (tableau 4.2). Ceci est en partie dû à la variation des règles de somme  $m_{|0\rangle}$  et  $m_{|1\rangle}$  (annexe C). Afin d'estimer les effets de ces variations sur l'augmentation de  $\sigma_2$ , un troisième hamiltonien a été étudié (annexe C). Les résultats obtenus montrent qu'en gardant les règles de somme fixes (ce qui correspond au cas dipolaire),  $\sigma_2$  augmente seulement de 20% par rapport à la limite harmonique (annexe C). En ce qui concerne l'hamiltonien quartique, l'introduction des termes anharmoniques d'ordre 3 et 4 en  $K_x$  (4.16) augmente la section efficace du deuxième état excité de 20-30% par rapport à la limite harmonique (tableau 4.2).

Suite à l'introduction des termes non-linéaires dans le champ externe, la section efficace du deuxième état excité augmente de 5 – 10%. Leurs effets sont donc beaucoup moins importants que dans le modèle de l'oscillateur anharmonique (tab.3.1) ce qui est dû à la présence du principe d'exclusion de Pauli.

#### 4.4.1 Interprétation perturbative des résultats exacts

Nous avons vu qu'en théorie des perturbations le rapport  $P_2/P_1^2$  s'écrit (3.22) (paragraphe 3.4.1):

$$\frac{P_2}{P_1^2} \approx \frac{1}{4} \frac{|\langle 2|K_x|1 \rangle|^2 |\tilde{F}_2(E_2 - E_1, E_1)|^2}{|\langle 1|K_x|0 \rangle|^2 |\tilde{F}_1(E_1)|^4} \quad (4.21)$$

et que, dans le cas harmonique, ce rapport vaut 1/2.

Nous allons maintenant utiliser la relation perturbative (4.21) pour analyser le comportement du rapport exact  $P_2/P_1^2$  (figs.4.3,4.4) ainsi que les modifications

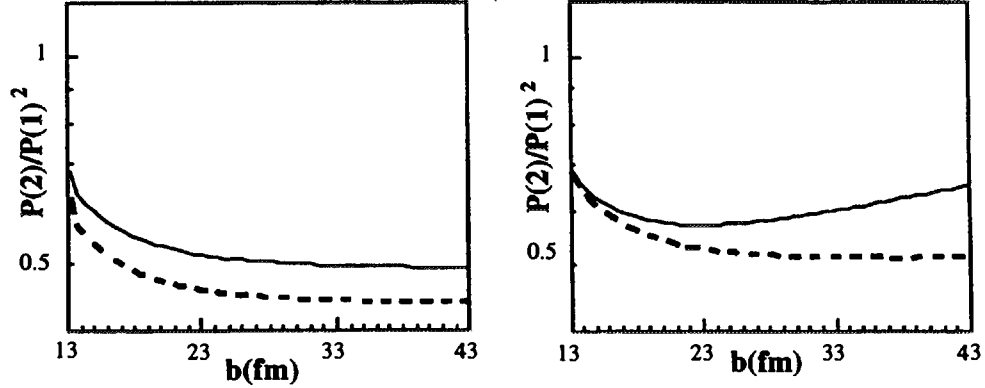


FIG. 4.3 - Rapport  $P_2/P_1^2$  entre les probabilités d'excitation exactes du deuxième et du premier état excité en fonction du paramètre d'impact  $b$ : a) pour  $H = \epsilon K_0$ , les courbes en pointillé et en ligne pleine correspondent à  $\Omega = 8$  et  $\Omega = 49$  respectivement; b) pour  $H = H_{LMG}$ , les courbes en pointillé et en ligne pleine correspondent à  $\Omega = 49$  et  $\Omega = 8$  respectivement. Le cas  $\Omega = 49$  représente le calcul harmonique de référence dans ce modèle. Le champ externe a été pris linéaire. Les déviations de  $P_2/P_1^2$  à la valeur harmonique  $1/2$  sont comprises avec un calcul perturbatif (voir texte).

de la section efficace exacte  $\sigma_2$  par rapport à la valeur harmonique dans les cas décrits précédemment (tab.4.1) et (tab.4.2). Rappelons que cette interprétation n'est valable que pour des grands paramètres d'impacts où le champ externe n'est pas trop intense et l'utilisation de la relation perturbative (4.21) justifiée. Rappelons que le champ externe est toujours pris linéaire.

#### 1) $H = \epsilon K_0$

Le spectre est harmonique,  $|\tilde{F}_2(E_2 - E_1, E_1)|^2$  est égal à  $|\tilde{F}_1(E_1)|^4$ . L'action de l'opérateur  $K_x$  sur les états  $|N\rangle$  (4.4) donne:

$$\frac{P_2}{P_1^2} \approx \frac{1}{4} \frac{|\langle 2|K_x|1\rangle|^2}{|\langle 1|K_x|0\rangle|^2} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\Omega}\right) \quad (4.22)$$

Nous voyons donc que, quand  $\Omega$  est petit, le rapport  $P_2/P_1^2$  (4.21) en fonction du paramètre d'impact  $b$  diminue d'un facteur constant et égal à  $(1 - 1/\Omega)$  qui vient de la réduction des éléments de matrice de transition par rapport à leurs valeurs dans le cas harmonique (3.23). Cette réduction, due au principe de Pauli, explique d'une part le comportement du rapport exact  $P_2/P_1^2$  dans la figure (fig.4.3), d'autre part la diminution trouvée de  $\sigma_2$  par rapport à  $\sigma_2^{har}$  (tab.4.1) et aussi leurs dépendances en  $\Omega$ .

### 2) $H = H_{\text{LMG}}$

L'inclusion des termes  $V_1 K_+ K_- + V_2 (K_+^2 + K_-^2)$  a deux effets. D'une part, ils mélangent les fonctions d'ondes  $|N\rangle$ , d'autre part ils rendent le spectre en énergie anharmonique. Le mélange des fonctions d'onde augmente le rapport  $\frac{|\langle 2|K_x|1\rangle|^2}{|\langle 1|K_x|0\rangle|^2}$  d'une valeur constante par rapport à la valeur  $(1 - 1/\Omega)$ . En ce qui concerne l'effet sur l'énergie, la limite  $b \rightarrow \infty$  implique (3.25) :

$$\frac{|\tilde{F}_2(E_2 - E_1, E_1)|^2}{|\tilde{F}_1(E_1)|^4} \rightarrow \left[ \frac{E_2 - E_1}{E_1} \right]^2 e^{[2(2E_1 - E_2)\tau]} \quad (4.23)$$

où  $\tau \approx b/\gamma v$  est le temps d'interaction de la collision. Ceci montre que, si  $2E_1 - E_2 > 0$ , alors le rapport  $P_2/P_1^2$  est plus grand que 1/2 et que cette augmentation croît avec  $b$ . Ce sont alors les effets de ces termes à la fois sur les fonctions d'ondes et sur les énergies qui expliquent la déviation du rapport exact  $P_2/P_1^2$  à la valeur 1/2 (fig.4.3) ainsi que l'augmentation de  $\sigma_2$  (cas I et II du tableau 4.1) quand  $\Omega$  est petit.

### 3) $H = H_A$ et $H = H_B$

Nous discuterons seulement les résultats de l'hamiltonien  $H_B$  quartique (4.16). Mais, l'interprétation que nous en donnerons s'applique aussi aux résultats de l'hamiltonien quadratique (4.15). L'introduction des nouveaux termes dans (4.16) mélange les fonctions d'ondes et augmente l'anharmonicité sur l'énergie du deuxième état excité. De la même façon que dans le point 2), ces deux effets impliquent à nouveau une déviation croissante en fonction de  $b$  du rapport  $P_2/P_1^2$  à la valeur harmonique 1/2. En outre, contrairement à l'hamiltonien  $H_A$  quadratique (4.15), pour  $\Omega$  grand l'hamiltonien  $H_B$  quartique tend, en imposant que les paramètres  $\delta_3 = c_3 \Omega^{3/2}/\epsilon$  et  $\delta_4 = c_4 \Omega^2/\epsilon$  restent constants quand  $\Omega \rightarrow \infty$  (éqs.4.16 et (4.17), vers l'hamiltonien d'un oscillateur anharmonique. De ce fait le rapport  $P_2/P_1^2$  dévie de la valeur 1/2 même pour des valeurs de  $\Omega$  grandes. Ceci explique à la fois la déviation, pour toutes valeurs de  $\Omega$ , du rapport exact  $P_2/P_1^2$  croissante avec  $b$  (fig.4.4) ainsi que l'augmentation de  $\sigma_2$  de 20 – 30% par rapport à la valeur harmonique (tab.4.2).

## 4.5 Conclusions

Le modèle à deux niveaux a été développé afin d'étudier les effets d'une interaction résiduelle de type  $pp' - p''p'''$ ,  $tt' - t''t'''$ ,  $pp' - p''t$ ,  $pt - t't''$  sur les probabilités d'excitation en analogie avec les approches microscopiques (chapitre 7) [4, 64, 18]. Ce modèle soluble exactement n'inclut ni la parité ni le moment angulaire et il n'y a qu'un seul type de phonons.

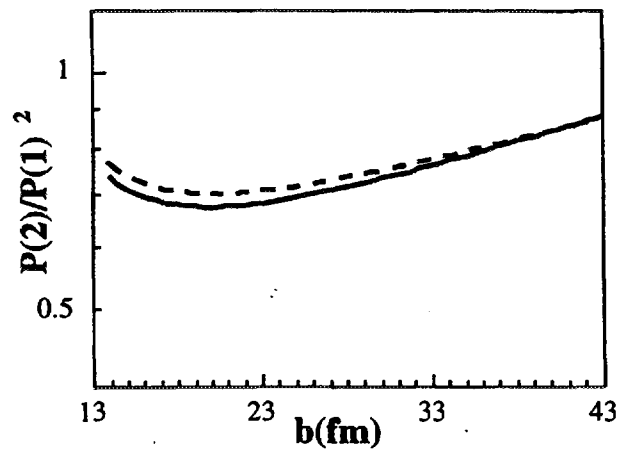


FIG. 4.4 - Rapport  $P_2/P_1^2$  entre les probabilités d'excitation exactes du deuxième et du premier état excité en fonction du paramètre d'impact  $b$  obtenu avec l'hamiltonien quartique (4.16) et le champ externe linéaire. Les courbes en pointillé et en ligne pleine correspondent à  $\Omega = 8$  et  $\Omega = 49$  respectivement. L'introduction de termes anharmoniques d'ordre 3 et 4 (4.16) entraîne une déviation importante pour toutes valeurs de  $\Omega$  de  $P_2/P_1^2$  à la valeur  $1/2$  (limite harmonique), déviation comprise à l'aide d'un calcul perturbatif.

La comparaison au cas harmonique et linéaire montre que l'introduction des nouveaux termes dans l'hamiltonien augmente la section efficace du deuxième état excité de 20 à 30%, et que l'adjonction des termes non-linéaires dans le champ exciteur introduit une augmentation supplémentaire de 5 à 10%. Ces effets sont moins importants que dans le modèle de l'oscillateur. Un calcul perturbatif indique que ceci est dû à une réduction des éléments de matrice de transition lié au principe d'exclusion de Pauli.



## Chapitre 5

# Le modèle à deux niveaux : une approche champ moyen dépendant du temps

Dans la deuxième partie de ce mémoire nous montrerons que les approches microscopiques basées sur les méthodes d'expansion en boson permettent d'aller au-delà des approximations linéaire et harmonique dans la description des vibrations de grande amplitude. Ce type d'approche présente des approximations, c'est à dire qu'elle implique des troncations de l'hamiltonien en boson et de l'espace physique. Ce qui implique, en outre, que certains problèmes peuvent être difficiles à maîtriser tels que les contributions des états spurieux appartenant à l'espace non-physique. L'étude de ces approximations sera abordée dans le prochain chapitre.

Une autre manière d'inclure les anharmonicités et les non-linéarités dans l'étude des mouvements de grande amplitude est donnée par l'approche de type champ moyen dépendant du temps (ou TDHF). Cette approche est a priori complètement anharmonique et non-linéaire. Toutefois, elle présente le désavantage d'être semi-classique [27, 28, 29]. Dans une description basée sur TDHF, il est donc nécessaire de "récupérer" les propriétés quantiques du système par des méthodes diverses. Un exemple est fourni par le spectre quantique en énergie qui peut être obtenu grâce à la méthode de quantification des orbites périodiques [27, 83].

Dans ce contexte, une des questions qui se pose alors est : quelles sont les observables les plus pertinentes reliées à l'excitation multiple des Résonances Géantes? Comment en extraire une section efficace? Et comment celle-ci se compare-t-elle au résultat exact?

Dans la réf.[84], l'évolution en temps des différents moments multipolaires de la densité d'un noyau excité lors d'une réaction entre ions lourds à des énergies intermédiaires a été calculée dans une approche de type champ moyen dépendant du temps. Les transformées de Fourier de ces observables à un corps présentant

des pics à des fréquences multiples de la fréquence de la Résonance Géante Quadrupolaire dans ce noyau, une tentative a été faite de les interpréter en connexion avec l'excitation d'états à plusieurs phonons [6, 84].

Nous avons utilisé l'approche champ moyen dépendant du temps dans le modèle à deux niveaux (chapitre 4) dans le but d'explorer la relation entre les valeurs moyennes des observables à un et deux corps et les probabilités d'excitation du premier et du deuxième état excité. Nous avons étudié les limites de cette approche dans la description de ces valeurs moyennes à travers la comparaison des solutions exactes et des solutions approchées.

## 5.1 L'approche champ moyen utilisée

La méthode champ moyen dépendant du temps consiste à remplacer la fonction d'onde exacte du système par une fonction d'onde  $|\psi(t)\rangle$  approchée, c'est à dire un déterminant de Slater, ce qui signifie que le noyau est décrit à chaque instant par un état de particules indépendantes. La densité à un corps associée au système,  $\rho_{p,q}(t) = \langle \psi(t) | a_p^\dagger a_q | \psi(t) \rangle$  ( $p$  et  $q$  indiquent les états à une particule) satisfait alors aux relations  $\rho(t)^2 = \rho(t)$  et la trace  $Tr \rho(t) = A$ , où  $A$  est le nombre de nucléons dans le noyau. Son évolution en temps est régie par l'équation TDHF non-linéaire [27]:

$$i\dot{\rho} = [H(\rho), \rho] \quad \hbar = 1 \quad (5.1)$$

où  $H(\rho)$  est le champ moyen autoconsistant de Hartree-Fock. L'équation d'évolution approchée (5.1) pour la densité à un corps peut être obtenue par un principe de moindre action, en minimisant l'action  $S(\psi, \psi^*)$  [27, 28]:

$$S(\psi, \psi^*) = \int_{t_1}^{t_2} \langle \psi(t) | i \frac{d}{dt} - H | \psi(t) \rangle \quad (5.2)$$

par rapport aux variations des fonctions d'ondes  $\psi(t)$  et  $\psi^*(t)$  telles que  $\delta\psi(t_1) = \delta\psi(t_2) = 0$ . Pour une description détaillée de cette approche, voir les références [27, 29, 28].

### 5.1.1 Evolution des valeurs moyennes en champ moyen

Dans le contexte du modèle à deux niveaux (chapitre 4), nous avons calculé les valeurs moyennes d'observables à un et deux corps dans l'approche champ moyen dépendant du temps.

La fonction d'onde approchée utilisée est l'état cohérent généralisé associé à l'algèbre  $SU(2)$  (4.2) [29, 85, 86]:

$$|\phi(t)\rangle = e^{-i\alpha(t)K_0} e^{-i\beta(t)K_y} e^{-i\gamma(t)K_0} |0\rangle \quad (5.3)$$

où  $(\alpha, \beta, \gamma)$  sont les angles d'Euler et  $K_y = (K_+ + K_-)/2i$ . Dans le système à deux niveaux,  $|\phi(t)\rangle$  est un déterminant de Slater si  $|0\rangle$  en est aussi un [87]. Son

évolution dynamique peut être déterminée en imposant que les valeurs moyennes pour les générateurs de l'algèbre évaluées sur (5.3) satisfassent aux équations [72]:

$$i \frac{d}{dt} \langle \phi(t) | A | \phi(t) \rangle = \langle \phi(t) | [A, H] | \phi(t) \rangle \quad (5.4)$$

ce qui est équivalent à déterminer l'évolution en temps des paramètres  $(\alpha, \beta, \gamma)$  minimisant l'action  $S$  (5.2) [88]. Nous avons utilisé cette méthode et résolu le système d'équations différentielles couplées :

$$\begin{cases} i \frac{d}{dt} \langle K_x \rangle = \langle [K_x, H(t)] \rangle \\ i \frac{d}{dt} \langle K_y \rangle = \langle [K_y, H(t)] \rangle \\ i \frac{d}{dt} \langle K_z \rangle = \langle [K_z, H(t)] \rangle \end{cases} \quad (5.5)$$

où  $H(t)$  est l'hamiltonien du système et les valeurs moyennes sont évaluées sur l'état (5.3). La condition initiale imposée est que le système se trouve dans son état fondamental HF,  $|\phi(t = -\infty)\rangle = |\Omega/2, -\Omega/2\rangle$ ,  $\Omega$  étant le nombre de particules dans le système (paragraphe 4.1). Si les commutateurs  $[K_i, H(t)]$  ( $i = x, y, z$ ) dans (5.5) sont d'ordre  $\geq 2$  dans les générateurs, alors le système est non-linéaire dans les valeurs moyennes  $\langle K_x \rangle$ ,  $\langle K_y \rangle$ ,  $\langle K_z \rangle$ .

En utilisant (5.5), nous avons calculé l'évolution en temps de l'observable à un corps  $K_x$ .

Dans cette approche, en absence de champ exciteur dépendant du temps, l'énergie et  $\langle K \rangle^2$  sont des constantes du mouvement (en plus de  $K^2$ ). De ce fait, le système est intégrable. Par conséquent, l'évolution en temps des observables dans l'espace  $(K_x, K_y, K_z)$  apparaît régulière.

L'évolution en temps des observables peut être séparée en deux périodes. La première  $t \in [0, t_{trans}]$  correspond à la période transitoire, de l'instant initial à la fin de l'excitation. La deuxième  $t > t_{trans}$  correspond aux temps où l'évolution du système est libre.

C'est aux temps  $t > t_{trans}$  que les transformées de Fourier des observables ont été calculées. Si les équations dynamiques (5.5) sont non-linéaires, le spectre en Fourier classique de  $\langle K_x \rangle(\omega)$  présente des pics à la fréquence fondamentale ainsi qu'à ses multiples, comme il a été observé pour un oscillateur anharmonique classique [71]. La non-linéarité des équations dynamiques (5.5) implique en outre que les fréquences de ces pics dépendent de l'amplitude des oscillations et donc de la force excitant le système, de même que dans un oscillateur anharmonique classique [71].

En ce qui concerne l'observable à deux corps  $K_x^2$ , sa valeur moyenne dépend de la valeur moyenne de  $K_x$  suivant :

$$\langle K_x^2 \rangle(t) = \langle K_x \rangle^2(t) (1 - 1/\Omega) \quad (5.6)$$

## 5.2 Valeurs moyennes dans le cas exact

Nous avons résolu l'équation de Schrödinger statique afin de déterminer les énergies  $E_\alpha$  et les fonctions d'onde associées  $|\alpha\rangle$  ainsi que l'équation de Schrödinger dépendante du temps avec la méthode des voies couplées pour déterminer les amplitudes d'excitation  $A_\alpha$  (annexe B). Ainsi, nous avons calculé les valeurs moyennes des observables.

Signalons que le nombre de variables est beaucoup plus grand que dans le cas classique. De ce fait, l'évolution dynamique des observables dans l'espace  $(K_x, K_y, K_z)$  apparaît plus complexe.

A nouveau, les transformées de Fourier des observables ont été calculées après la période transitoire, quand le champ externe est nul. Les transformées de Fourier des valeurs moyennes  $\langle K_x \rangle(t)$  et  $\langle K_x^2 \rangle(t)$  sont données à  $t = +\infty$  par les relations :

$$\langle K_x \rangle(\omega_{\alpha\alpha'}) = A_{\alpha'}^* A_\alpha \langle \alpha' | K_x | \alpha \rangle \quad (5.7)$$

$$\langle K_x^2 \rangle(\omega_{\alpha\alpha'}) = A_{\alpha'}^* A_\alpha \langle \alpha' | K_x^2 | \alpha \rangle \quad (5.8)$$

où  $A_{\alpha'}^*$ ,  $A_\alpha$  sont les amplitudes à  $t = +\infty$  et  $\omega_{\alpha\alpha'} = E_\alpha - E_{\alpha'}$  ( $\hbar = 1$ ).

Contrairement au cas classique, d'après (5.7) et (5.8), les transformées de Fourier exactes présentent des pics aux fréquences  $\omega_{\alpha,\alpha'}$  qui ne sont pas des multiples d'une seule fréquence si le spectre quantique est anharmonique. Suivant (5.7) et (5.8), une autre différence avec le cas classique est que les observables  $K_x$  et  $K_x^2$  ne dépendent pas l'une de l'autre par la simple relation (5.6). Finalement, une dernière différence entre les transformées de Fourier approchées et exactes (5.7) et (5.8) est, qu'en variant l'amplitude de la force excitant le système, les fréquences  $\omega_{\alpha,\alpha'}$  des pics restent évidemment inchangés tandis que leurs amplitudes varient.

Les relations (5.7) et (5.8) permettent de relier les transformées de Fourier des observables à un corps  $K_x$  et à deux corps  $K_x^2$  aux probabilités d'excitation du premier et du deuxième état excité. En ce qui concerne la transformée de Fourier de  $\langle K_x \rangle$ , l'amplitude du pic évaluée à la fréquence du premier état excité  $\omega_{10}$ ,  $|\langle K_x \rangle|^2(\omega_{10})$ , est liée à la probabilité d'excitation  $P_1$  par la relation :

$$|\langle K_x \rangle|^2(\omega_{10}) = P_0 P_1 | \langle 1 | K_x | 0 \rangle |^2 \quad (5.9)$$

si  $\omega_{10}$  n'est pas dégénéré. Par contre, l'amplitude du pic évalué à la fréquence du deuxième état excité  $\omega_{20}$ ,  $|\langle K_x \rangle|^2(\omega_{20})$ , est reliée à la probabilité d'excitation  $P_2$  par la relation :

$$|\langle K_x \rangle|^2(\omega_{20}) = P_0 P_2 | \langle 2 | K_x | 0 \rangle |^2 \quad (5.10)$$

Suivant (5.10), l'amplitude  $|\langle K_x \rangle|^2(\omega_{20})$  dépend de l'élément de transition  $|\langle 2 | K_x | 0 \rangle|^2$  qui est petit si les anharmonicités sont petites et il est égal à zéro dans le cas harmonique.

Dans la transformée de Fourier de  $\langle K_x^2 \rangle$ , l'amplitude du pic évaluée à la fréquence  $\omega_{20}$ ,  $|\langle K_x^2 \rangle|^2(\omega_{20})$ , est liée à  $P_2$  par :

$$|\langle K_x^2 \rangle|^2(\omega_{20}) = P_0 P_2 | \langle 2 | K_x^2 | 0 \rangle |^2 \quad (5.11)$$

La comparaison entre (5.10) et (5.11) montre que  $|\langle K_x \rangle|^2(\omega_{20})$  est fortement réduit par rapport à  $|\langle K_x^2 \rangle|^2(\omega_{20})$  car l'amplitude  $|\langle K_x \rangle|^2(\omega_{20})$  dépend à la fois de  $P_2$  et des anharmonicités présentes dans le système. Dans le cas harmonique, le spectre en Fourier de  $\langle K_x \rangle$  ne présente aucun pic à la fréquence  $\omega_{20}$  même si  $P_2 \neq 0$ , contrairement au spectre en Fourier de  $\langle K_x^2 \rangle$ .

### 5.3 Discussion des résultats

Nous présentons maintenant les résultats concernant la comparaison entre les solutions classiques et quantiques sur les valeurs moyennes des observables  $K_x$  et  $K_x^2$  et leurs transformées de Fourier. L'hamiltonien dépendant du temps étudié est  $H(t) = H + W(t)$  où les hamiltoniens  $H$  statiques considérés sont :

- 1)  $H = \epsilon' K_0$
- 2)  $H = H_{LMG}$  (4.3)
- 3)  $H = H_A$  (4.15) et  $H = H_B$  (4.16)

et le champ externe  $W(t)$  est donné par (4.18) (paragraphe 4.2). Dans les trois cas, les paramètres ont été fixés aux mêmes valeurs que celles du paragraphe (4.3). Rappelons que les transformées de Fourier ont été calculées après l'excitation transitoire.

#### L'hamiltonien $H = \epsilon' K_0$

Dans ce cas simple, la description classique coïncide avec celle quantique car la fonction d'onde exacte reste un déterminant de Slater pour tous temps.

Le système d'équations (5.5) est linéaire :

$$\begin{cases} i \frac{d}{dt} \langle K_x \rangle &= -\epsilon' \langle K_y \rangle \\ i \frac{d}{dt} \langle K_y \rangle &= \epsilon' \langle K_x \rangle - W(t) \langle K_z \rangle \\ i \frac{d}{dt} \langle K_z \rangle &= W(t) \langle K_y \rangle \end{cases} \quad (5.12)$$

Par conséquent, l'évolution en temps de l'opérateur  $\langle \vec{K} \rangle$  est une précession de Larmor de fréquence  $\epsilon'$  autour de l'axe  $z$  (fig.5.1).

En ce qui concerne les transformées de Fourier de  $K_x$  et  $K_x^2$ , les coefficients  $\langle \alpha' | K_x | \alpha \rangle$  et  $\langle \alpha' | K_x^2 | \alpha \rangle$  dans (5.7) et (5.8) se réduisent à  $\langle \Omega/2, m' | K_x | \Omega/2, m \rangle \delta(m \pm 1, m')$  et  $\langle \Omega/2, m' | K_x^2 | \Omega/2, m \rangle \delta(m \pm 2, m')$ ,  $|\Omega/2, m\rangle$  étant les vecteurs propres de l'opérateur  $K_0$  (paragraphe 4.1). Du fait que le spectre est harmonique (paragraphe 4.1),  $E_{m \pm 1} - E_m = \epsilon'$  et  $E_{m \pm 2} - E_m = 2\epsilon'$ . La transformée de Fourier de  $\langle K_x \rangle(t)$  présente un seul pic centré à la fréquence  $\epsilon'$  et celle de  $\langle K_x^2 \rangle(t)$  un pic centré à  $2\epsilon'$ .

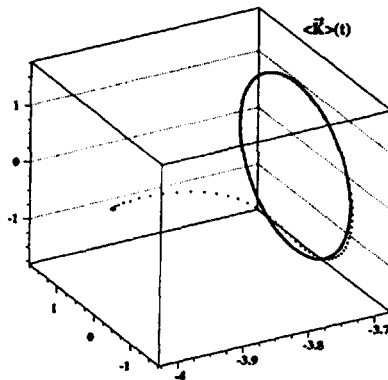


FIG. 5.1 - Evolution en temps classique et quantique de l'opérateur  $\vec{K}$  pour  $H = \epsilon K_0$  ( $\Omega = 8$ ). L'opérateur  $\vec{K}$  précesse autour d'un axe.

### L'hamiltonien $H = H_{LMG}$

Les résultats approchés et exacts pour  $\langle K_x \rangle(t)$  et  $\langle K_x^2 \rangle(t)$  et leurs transformées de Fourier sont montrés (fig.5.2). Nous voyons d'abord que la valeur de  $\langle K_x^2 \rangle(0)$  n'est pas la même dans les cas classique et quantique tandis que celle de  $\langle K_x \rangle(0)$  est identique dans les deux cas (fig.5.2). En effet, le fondamental approché n'est plus le même que celui exact car celui-ci contient des corrélations. Ces corrélations sont introduites par les termes  $V_1 K_+ K_-$  et  $V_2 (K_+^2 + K_-^2)$  (4.3) qui couplent les états  $|\Omega/2, m\rangle$  entre eux (paragraphe 4.1). De ce fait, la valeur  $\langle K_x \rangle(0)$  est égale à zéro aussi dans le cas exact.

Contrairement au cas approché, l'évolution en temps de  $\langle K_x \rangle(t)$  et  $\langle K_x^2 \rangle(t)$  exact présente des battements (fig.5.2). En effet, les transformées de Fourier correspondantes montrent deux pics plus importants aux fréquences proches ainsi qu'à toutes les autres fréquences du spectre (éqs.(5.7) et (5.8)). Par contre, dans le cas classique, les fréquences présentes sont multiples d'une seule fréquence (fig.5.2).

La différence entre l'évolution en temps des observables quantiques et classiques est également évidente dans l'évolution en temps de l'opérateur  $\vec{K}$ . Comme nous l'avons discuté auparavant, la dynamique classique de l'observable  $\langle \vec{K} \rangle(t)$  dans l'espace  $(K_x, K_y, K_z)$  apparaît plus régulière que la dynamique quantique (fig.5.3). Si, d'après le calcul TDHF,  $\langle \vec{K} \rangle(t)$  réalise une précession et une nutation autour d'un axe (fig.5.3), dans le cas quantique et pour  $\Omega$  petit, l'évolution de  $\langle \vec{K} \rangle(t)$  est bien plus complexe (fig.5.3).

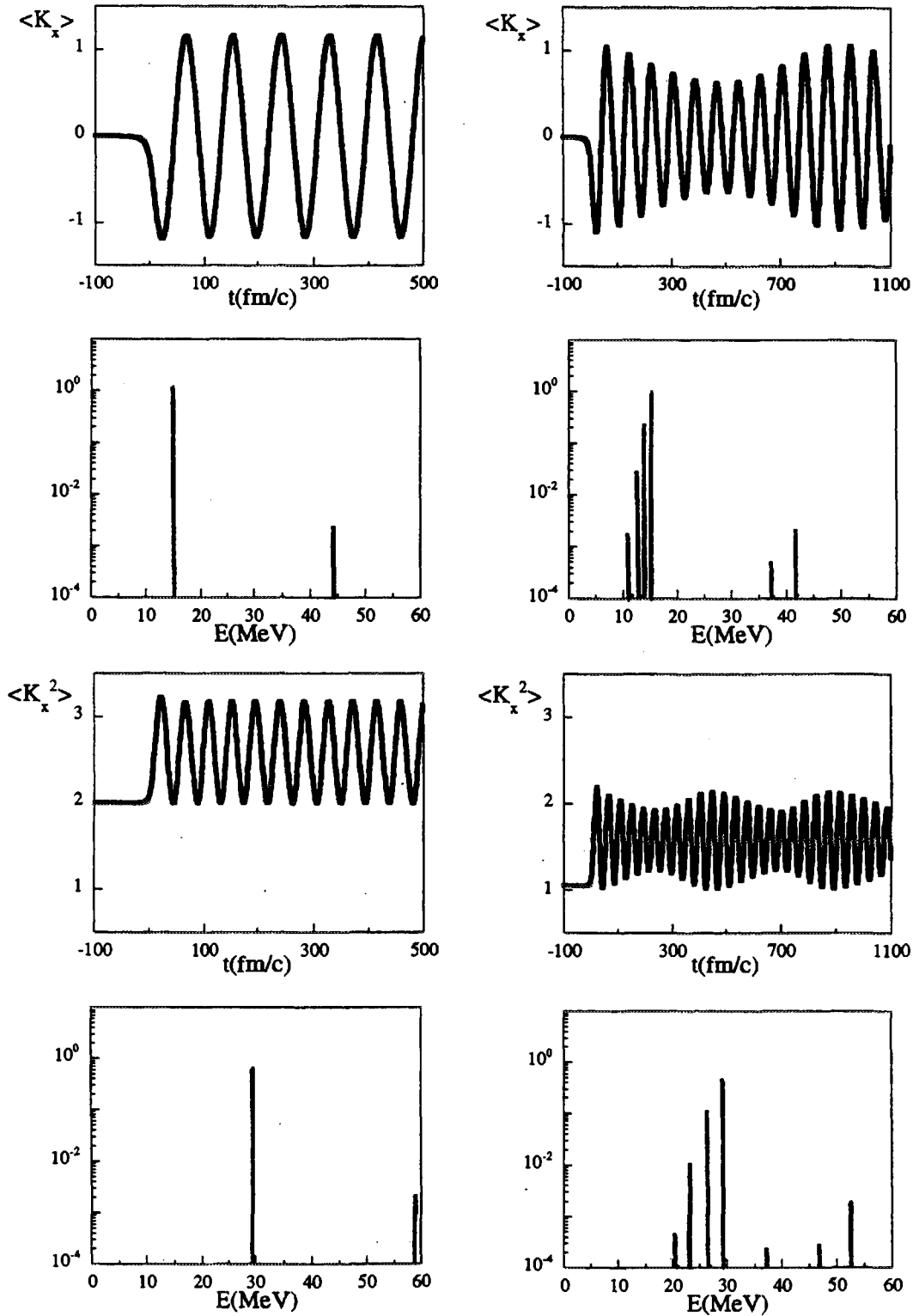


FIG. 5.2 - Valeurs moyennes  $\langle K_x \rangle(t)$  et  $\langle K_x^2 \rangle(t)$  et leurs transformées de Fourier pour l'hamiltonien  $H = H_{LMG}$  ( $\Omega = 8$ ). L'analyse en Fourier a été effectuée aux temps  $t > t_{trans}$ , quand le champ externe est nul. Les figures à gauche correspondent aux solutions classiques tandis que les figures à droite se réfèrent aux solutions quantiques exactes.

Ce n'est qu'à la limite  $\Omega$  grand que l'évolution quantique tend à être la même que celle classique car d'après (4.6) et en imposant que les paramètres  $\delta_1 = V_1\Omega$  et  $\delta_2 = V_2\Omega$  restent constants quand  $\Omega \rightarrow \infty$  (4.7), l'hamiltonien  $H_{LMG}$  tend à celui d'un oscillateur harmonique pour des valeurs grandes de  $\Omega$  (4.8) (paragraphe 4.1).

### L'hamiltonien $H = H_B$

Nous présenterons ici les résultats concernant l'hamiltonien  $H_B$  (4.16) car les résultats relatifs à  $H_A$  (4.15) sont qualitativement les mêmes.

L'évolution en temps de  $\langle K_x \rangle(t)$  et  $\langle K_x^2 \rangle(t)$  exactes et approchées est montrée ainsi que les transformées de Fourier pour des valeurs petites de  $\Omega$  (fig.5.4). Signalons que d'après (4.6) et en imposant que les paramètres  $\delta_3 = c_3\Omega^{3/2}/\epsilon$  et  $\delta_4 = c_4\Omega^2/\epsilon$  restent constants quand  $\Omega \rightarrow \infty$  (4.17), l'hamiltonien  $H_B$  reste anharmonique pour des valeurs grandes de  $\Omega$ .

Comme nous l'avons vu précédemment, la différence entre les valeurs moyennes classique et quantique à l'instant initial est due aux corrélations présentes dans le fondamental exact. De même qu'auparavant  $\langle K_x \rangle(t)$  et  $\langle K_x^2 \rangle(t)$  exacts présentent des battements. En effet, les transformées de Fourier exactes pour  $\langle K_x \rangle(t)$  et  $\langle K_x^2 \rangle(t)$  montrent des pics à toutes les fréquences du spectre quantique  $\omega_{\alpha\alpha'}$  (éqs.5.7) et (5.8)) (fig.5.4). Beaucoup d'entre eux ont maintenant une amplitude importante (fig.5.4). Les transformées de Fourier classiques présentent des pics à des fréquences multiples d'une seule fréquence.

La différence entre la réponse quantique et classique du système peut également être vue dans l'évolution de  $\vec{K}$  (fig.5.5).

Nous avons réalisé la même étude dans le cadre du modèle de l'oscillateur anharmonique (chapitre 3), nous avons comparé l'évolution en temps quantique exacte des observables à un corps  $\langle x \rangle(t)$  et à deux corps  $\langle x^2 \rangle(t)$  et leurs transformées de Fourier aux solutions classiques, calculés pour l'hamiltonien  $H(t) = H + W(t)$  (éqs.(3.8) et (3.11)). Les résultats de la comparaison entre les solutions classiques et quantiques sont qualitativement les mêmes que ceux décrits ici.

### 5.3.1 Les transformées de Fourier et les probabilités d'excitation

D'après (5.10) et (5.11), nous avons analysé les relations entre les amplitudes des pics dans les transformées de Fourier de  $\langle K_x \rangle$  et de  $\langle K_x^2 \rangle$  et les probabilités d'excitation du premier et du deuxième état. Nous discuterons seulement les résultats de l'hamiltonien  $H_B$  quantique (4.16) car les résultats obtenus pour l'hamiltonien  $H_{LMG}$  (4.3) ( $\Omega$  petit) sont qualitativement les mêmes.

Les amplitudes des pics centrés aux énergies du premier et du deuxième état excité dans les transformées de Fourier quantiques et classiques de  $\langle K_x \rangle$  et de  $\langle K_x^2 \rangle$



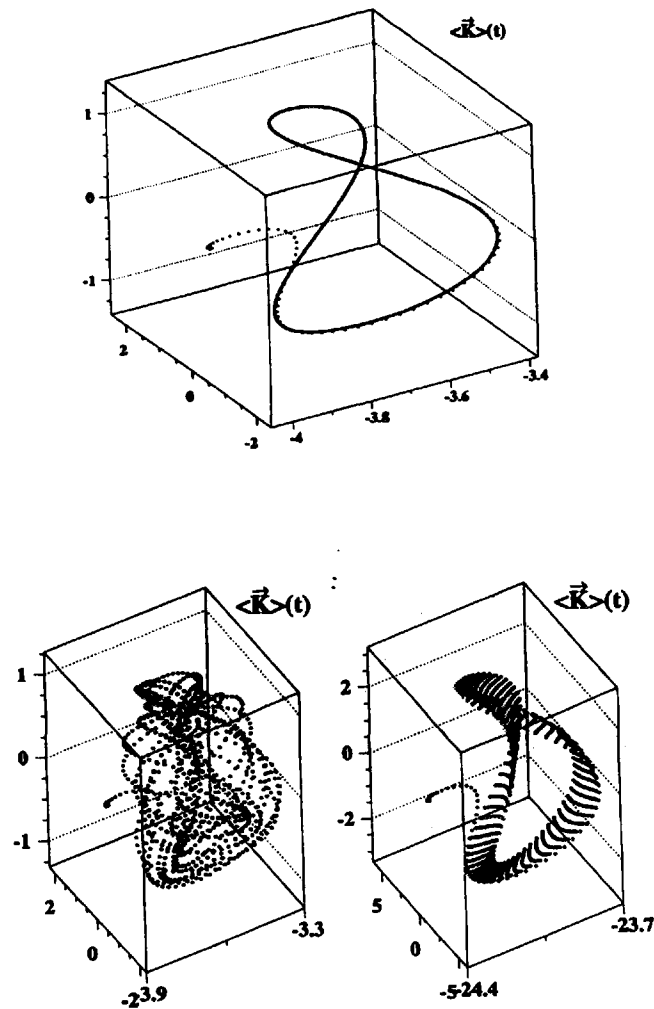


FIG. 5.3 - Evolution en temps de l'opérateur  $\vec{K}$  pour  $H = H_{LMG}$  ( $\Omega = 8$ ). La figure en haut montre que dans le cas semi-classique l'évolution de  $\vec{K}$  est une précession et une nutation autour d'un axe. Les figures en bas correspondent à la solution quantique à la fois pour des valeurs des  $\Omega$  petites (à gauche) et pour des valeurs des  $\Omega$  grandes (à droite). La limite  $\Omega$  grand représente une limite classique (voir texte). Dans ce cas, l'harmonicité n'est pas encore atteinte.

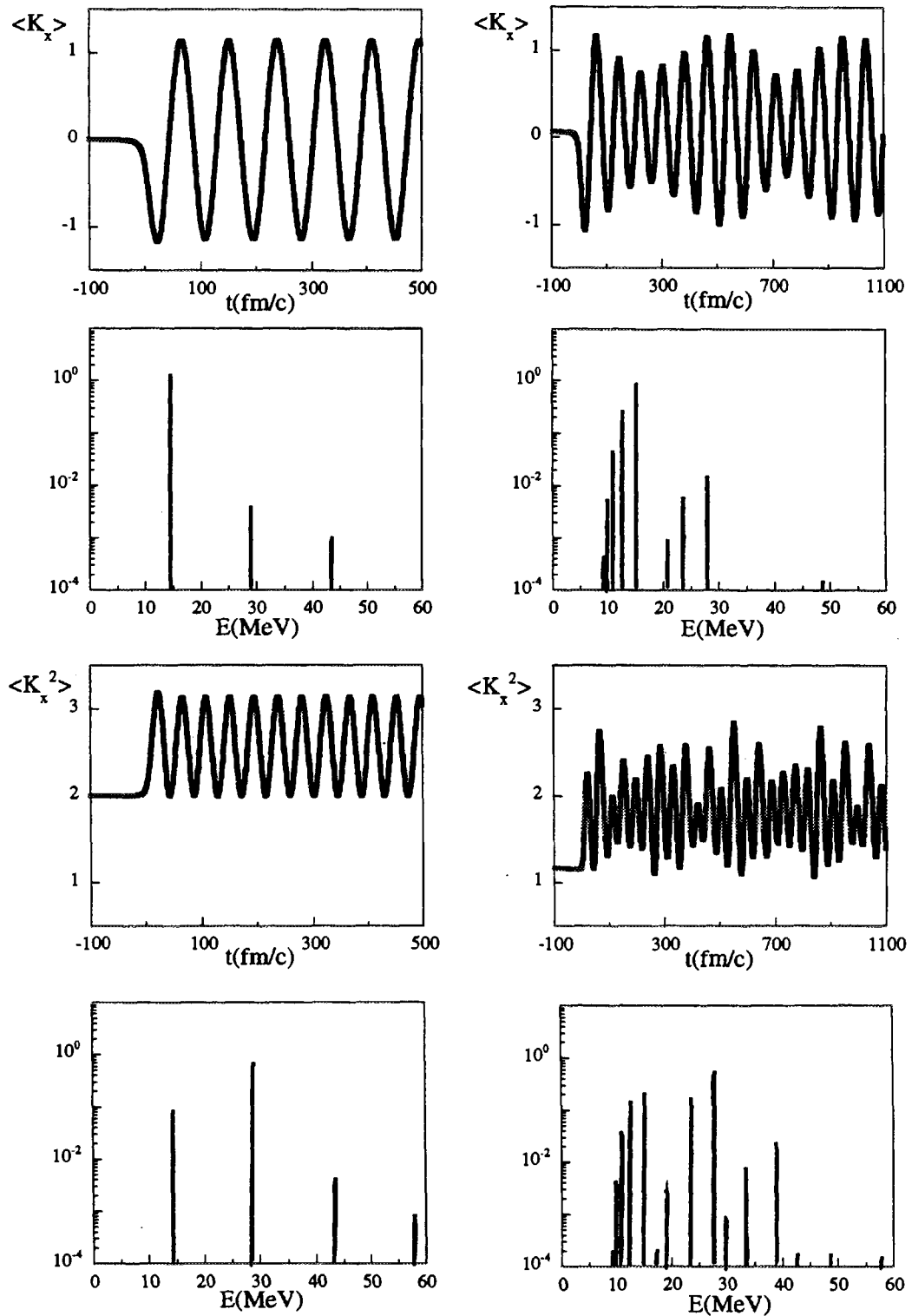


FIG. 5.4 - Valeurs moyennes  $\langle K_x \rangle(t)$  et  $\langle K_x^2 \rangle(t)$  et leurs transformées de Fourier pour l'hamiltonien  $H = H_B$  ( $\Omega = 8$ ). L'analyse en Fourier a été effectuée aux temps  $t > t_{trans}$ , quand le champ externe est nul. Les figures à gauche correspondent aux solutions semi-classiques tandis que les figures à droite se réfèrent aux solutions quantiques exactes.

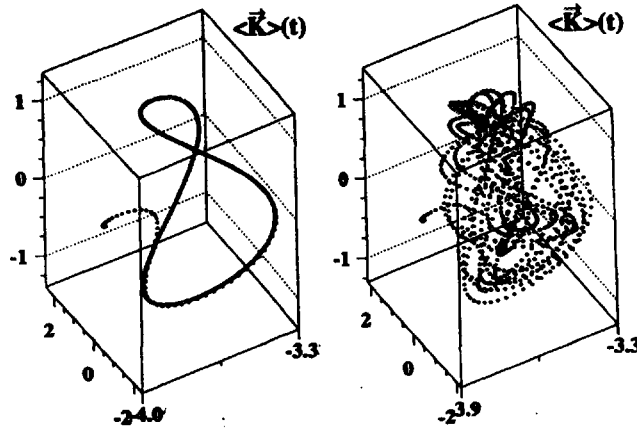


FIG. 5.5 - Evolution en temps de l'opérateur  $\vec{K}$  pour  $H = H_B$  ( $\Omega = 8$ ). La figure à gauche montre que dans le cas semi-classique l'évolution de  $\vec{K}$  reste une précession et une nutation autour d'un axe. La figure à droite correspond à la solution quantique.

sont données (tab.5.1). Les résultats dans le tableau (5.1) montrent que dans le cas classique l'amplitude exacte du pic centré à la fréquence du deuxième état excité est sous-estimée. En outre, les amplitudes classique et quantique des pics  $|\langle K_x(\omega) \rangle|$  à cette même fréquence sont plus petites que la probabilité d'excitation  $P_2$  du deuxième état excité (tab.5.1). Ces pics sont effectivement reliés à  $P_2$  mais, suivant (5.10), leurs amplitudes sont réduites par  $\langle 2|K_x|0 \rangle$  qui vaut 0.09.

En ce qui concerne les amplitudes classique et quantique des pics  $|\langle K_x^2(\omega) \rangle|$  centrées à la fréquence du deuxième état (tab.5.1), elles sont reliées à  $P_2$  sui-

$\omega(\text{MeV})$	$ \langle K_x(\omega) \rangle^{clas} $	$ \langle K_x^2(\omega) \rangle^{clas} $	$\omega$	$ \langle K_x(\omega) \rangle^{quan} $	$ \langle K_x^2(\omega) \rangle^{quan} $	$P$
14.48	1.217	0.083	15.25	0.843	0.101	0.202
28.98	0.004	0.67	27.97	0.014	0.254	0.032

TAB. 5.1 - Amplitudes des pics centrés aux énergies  $\omega$  du premier état (première ligne) et du deuxième état excité (deuxième ligne) dans les transformées de Fourier  $\langle K_x(\omega) \rangle$  et  $\langle K_x^2(\omega) \rangle$  pour l'hamiltonien  $H = H_B$ . Les premières trois colonnes correspondent aux résultats classiques et les autres aux résultats quantiques exacts. La dernière colonne donne les probabilités d'excitation  $P$ .

vant (5.11). Leurs amplitudes sont maintenant plus importantes que dans le cas précédent car  $\langle 2|K_x^2|0\rangle$  vaut 1.63.

Ces résultats suggèrent une démarche pour extraire les probabilités d'excitation des états dans l'approche en champ moyen dépendant du temps.

Il faudrait d'abord calculer les éléments de matrice de transitions  $\langle 1|K_x|0\rangle$  et  $\langle 2|K_x^2|0\rangle = \sum_j \langle 2|K_x|j\rangle \langle j|K_x|0\rangle$  à l'aide par exemple d'un calcul microscopique basé sur la RPA. Ensuite, d'après (5.9) et (5.11), à partir de ces éléments de matrices et des amplitudes des pics dans les transformées de Fourier d'observables à un ainsi qu'à deux corps, on pourrait déduire les probabilités d'excitation des états à 1 et à 2-phonons.

## 5.4 Conclusions

Dans le contexte du modèle à deux niveaux (chapitre 4), nous avons comparé l'évolution en temps quantique exacte et celle calculée dans une approche TDHF des valeurs moyennes des observables collectives à un corps  $K_x$  et à deux corps  $K_x^2$  ainsi que les transformées de Fourier. Les résultats montrent que si d'une part, les transformées de Fourier exactes présentent des pics à toutes les fréquences du spectre quantique, les transformées de Fourier des valeurs moyennes classiques ne présentent qu'une fréquence fondamentale ainsi que ses multiples dû à la non-linéarité des équations dynamiques classiques.

Les relations analytiques obtenues dans le cas exact montrent la relation entre les amplitudes des transformées de Fourier des valeurs moyennes de  $K_x$  et de  $K_x^2$  et les probabilités d'excitation du deuxième état excité. Dans la transformée de Fourier de  $\langle K_x \rangle$ , l'amplitude du pic centré à l'énergie de cet état est effectivement reliée à sa probabilité d'excitation. Mais, cette amplitude est réduite par des éléments de matrice de transition qui sont petits si les anharmonicités sont petites et qui sont égaux à zéro dans le cas harmonique. Par contre, l'amplitude du pic dans la transformée de Fourier de  $\langle K_x^2 \rangle$  centré à la fréquence du deuxième état est toujours différente de zéro si sa probabilité d'excitation est non-nulle.

Les résultats obtenus dans ce modèle schématique suggèrent que, afin d'extraire les probabilités d'excitation des états à 1 et à 2-phonons dans un calcul TDHF, il faudrait calculer les valeurs moyennes des observables collectives à un corps ainsi que celles à deux corps. Les probabilités des états à 2-phonons pourraient être déduites de l'amplitude des pics dans les transformées de Fourier de ces observables, une fois les éléments de matrice de transition calculés avec un calcul microscopique basé sur la RPA.

## Chapitre 6

# Le modèle à deux niveaux et les méthodes d'expansion en bosons

Le modèle schématique à deux niveaux permet de tester la validité de certaines approximations des calculs microscopiques basés sur les méthodes d'expansion en bosons (chapitre 7) [27, 65, 78]. En effet, deux approximations sont effectuées dans ces calculs. D'une part l'hamiltonien développé en bosons est tronqué à l'ordre 4 dans les opérateurs de bosons, d'autre part il n'y est pris en compte que le sous-espace généré par les états à 1 et à 2-phonons. Dans le cadre du modèle schématique, nous avons donc étudié la pertinence de l'approche utilisée pour les calculs microscopiques et en particulier l'influence de ces deux troncations sur les effets des seules anharmonicités. En premier lieu, nous avons utilisé les méthodes d'expansion en bosons pour transformer l'hamiltonien pour fermions dans un hamiltonien pour bosons tronqué à l'ordre 4. Dans un deuxième temps, les énergies et les probabilités d'excitation ont été calculées avec l'espace de boson tronqué à deux états excités et ensuite à trois états excités. En dernier lieu, les solutions approchées ainsi obtenues ont été comparées aux résultats exacts sur les énergies et les probabilités d'excitation des états excités.

### 6.1 L'hamiltonien intrinsèque

Considérons l'hamiltonien statique quadratique (4.15) du modèle à deux niveaux qui est le plus proche des calculs microscopiques (cf. chapitre 4 et annexe C):

$$H'_A = \varepsilon' \overline{K}_0 + V_1 K_+ K_- + V_2 (K_+^2 + K_-^2) + V_3 (K_+ \overline{K}_0 + \overline{K}_0 K_-) + V_4 (\overline{K}_0 - 1) \overline{K}_0 \quad (6.1)$$

où  $\overline{K}_0 = K_0 + \Omega/2$  et  $\Omega$  étant le nombre de particules dans le système (chapitre 4).

A l'aide des méthodes d'expansion en bosons appliquées à l'algèbre SU(2), nous avons transformé cet hamiltonien dans un hamiltonien pour bosons. De

manière générale, les méthodes d'expansion en bosons sont basées sur le fait que les propriétés des fermions peuvent être simulées exactement dans un sous-espace d'un espace d'Hilbert pour les bosons, appelé *espace physique*, son complément orthogonal étant *l'espace non-physique*. Il existe maintes méthodes d'expansions en bosons pour transformer les opérateurs  $K_+$ ,  $K_-$ ,  $K_0$  dans les générateurs de l'algèbre de Heisenberg-Weyl,  $b^\dagger$ ,  $b$  [27, 79, 89, 90, 91, 92, 93, 94]. L'une la représentation d'Holstein-Primakoff est donnée par [79, 95] :

$$\begin{aligned} (K_0)_b &= -\frac{\Omega}{2} + b^\dagger b \\ (K_+)_b &= \sqrt{\Omega} b^\dagger \left(1 - \frac{b^\dagger b}{\Omega}\right)^{1/2} \\ (K_-)_b &= \sqrt{\Omega} \left(1 - \frac{b^\dagger b}{\Omega}\right)^{1/2} b \end{aligned} \quad (6.2)$$

où les termes  $\left(1 - \frac{b^\dagger b}{\Omega}\right)^{1/2}$  sont des abréviations formelles pour les développements de Taylor dans le paramètre  $1/\Omega$  :

$$\left(1 - \frac{b^\dagger b}{\Omega}\right)^{1/2} = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (b^\dagger b)^n \quad (6.3)$$

les coefficients  $c_n$  étant  $c_0 = 1$   $c_1 = -1/2$   $c_n = -(2n-3)!!/(2^n n!)$  ( $n \geq 2$ ) [95]. La représentation d'Holstein-Primakoff (6.2) respecte les commutateurs de l'algèbre SU(2) (4.2) ainsi que l'hermiticité, c'est-à-dire que  $(K_-)_B = (K_+)_B^\dagger$  dans l'espace physique qui est généré par  $|n\rangle = (n!)^{-1/2} (b^\dagger)^n |0\rangle$  avec  $n \leq \Omega$ . En effet, dans le cas simple de l'algèbre SU(2), le seul effet du principe d'exclusion de Pauli dans l'espace de bosons est de limiter cet espace à  $n$  états avec  $n \leq \Omega$ . La série (6.2) est convergente dans cet espace mais ne converge pas dans l'espace non-physique généré par  $|n\rangle$  avec  $n \geq \Omega$  [95].

Le développement d'Holstein-Primakoff [78, 89, 95] peut s'écrire en produit normal :

$$\begin{aligned} (K_+)_b &= \sum_{i=0}^{\infty} a_i (b^\dagger)^{i+1} b^i \\ (K_-)_b &= \sum_{i=0}^{\infty} a_i (b^\dagger)^i b^{i+1} \\ (K_0)_b &= +b^\dagger b \end{aligned} \quad (6.4)$$

où

$$a_i = \sum_{m=0}^i \frac{(-1)^{i-m}}{m!(i-m)} (\Omega - m)^{1/2} \quad (6.5)$$

Les relations (6.5) montrent alors que les coefficients du développement (6.4) deviennent imaginaires dans l'espace non-physique, ce qui implique aussi  $(K_-)_B \neq (K_+)_B^\dagger$ . En particulier, dans le cas de l'algèbre SU(2), la méthode d'expansion de Hage-Hassan-Lambert [92] (paragraphe 7.3) se réduit à la transformation D'Holstein-Primakoff.

Signalons que la méthode d'expansion de Marumori [91] donne un autre développement en produit normal qui correspond à celui de Holstein-Primakoff correctement projeté sur l'espace physique [95].

A l'aide des relations (6.4), l'hamiltonien  $H = H(K_+, K_-, K_0)$  (6.1) peut s'écrire  $H = H_b(b^\dagger, b)$ . A l'ordre 2 et si  $V_3, V_4 = 0$ , cette transformation correspond, dans ce modèle, à la RPA des calculs microscopiques (équ.(7.3)). Dans ce chapitre, nous considérerons aussi l'ordre 4, ce qui correspond à l'hamiltonien anharmonique (équ.(7.17)). Par la suite, le premier cas sera appelé l'approximation quadratique et le deuxième cas l'approximation quartique.

### L'approximation quadratique

A l'aide de la série (6.4) et en considérant tous les termes contribuant à l'ordre 2, l'hamiltonien  $H (V_3, V_4 = 0)$  (6.1) se transforme dans l'hamiltonien pour bosons  $H_b^{(2)}$  :

$$H_b^{(2)} = \varepsilon'(1 + \delta_1)b^\dagger b + \frac{\delta_1 \varepsilon}{2} \left(1 - \frac{1}{\Omega}\right)^{1/2} (b^{\dagger 2} + b^2) \quad (6.6)$$

le paramètre  $\delta_1$  étant relié à l'interaction résiduelle particule-trou  $V_1$  par (chapitre 4) :

$$\delta_1 = \Omega V_1 / \varepsilon' \quad (6.7)$$

Suivant la transformation de Bogoliubov des opérateurs  $Q^\dagger, Q$  aux opérateurs  $b^\dagger, b$ , analogue à (7.5) [27]:

$$\begin{aligned} b^\dagger &= XQ^\dagger + YQ \\ b &= XQ + YQ^\dagger \end{aligned} \quad (6.8)$$

l'hamiltonien  $H_b^{(2)}$  (6.6) s'écrit :

$$H_b^{(2)} = H_{11}Q^\dagger Q + H_{20}(Q^{\dagger 2} + Q^2) \quad (6.9)$$

Les coefficients  $X$  et  $Y$  de la transformation (6.8) sont déterminés par les conditions:

$$\begin{aligned} X^2 - Y^2 &= 1 \\ H_{20} &= 0 \end{aligned} \quad (6.10)$$

c'est-à-dire en imposant que les nouveaux opérateurs satisfassent aux commutateurs  $[Q, Q^\dagger] = 1$  et que le coefficient  $H_{20}$  du terme  $(Q^{\dagger 2} + Q^2)$  soit égal à zéro. Ce qui correspond au système d'équations :

$$\begin{cases} X^2 - Y^2 = 1 \\ \varepsilon'(1 + \delta_1)XY + \frac{\delta_1 \varepsilon'}{2} \left(1 - \frac{1}{\Omega}\right)^{1/2} (X^2 + Y^2) = 0 \end{cases} \quad (6.11)$$

D'après (6.8) et (6.9), l'hamiltonien (6.6) devient diagonal dans les nouveaux opérateurs :

$$H_b^{(2)} = H_{11}Q^\dagger Q \quad (6.12)$$

où  $H_{11} = \varepsilon'(1 + \delta_1)(X^2 + Y^2) + 2XY\delta_1\varepsilon' \left(1 - \frac{1}{\Omega}\right)^{1/2}$

### L'approximation quartique

Lors de l'inclusion de tous les termes dans (6.4) contribuant à l'ordre 4, l'hamiltonien (6.1) se transforme en  $H_b^{(4)}$  :

$$\begin{aligned} H_b^{(4)} = & \varepsilon'(1 + \delta_1)b^\dagger b + \frac{\delta_1 \varepsilon}{2} \left(1 - \frac{1}{\Omega}\right)^{1/2} (b^{\dagger 2} + b^2) \\ & + V_3 \left[ \sqrt{\Omega} \left(1 - \frac{1}{\Omega}\right) \right] (b^{\dagger 2} b + b^\dagger b^2) (-\delta_1 \varepsilon' + V_4) b^{\dagger 2} b^2 \\ & + \frac{\delta_1 \varepsilon'}{2} \left(1 - \frac{1}{\Omega}\right)^{1/2} \left[ \left(1 - \frac{1}{\Omega}\right) - 1 \right] (b^{\dagger 3} b^\dagger + b^{\dagger 1} b^3) \end{aligned} \quad (6.13)$$

Les coefficients  $X$  et  $Y$  de la transformation de Bogoliubov (6.8) sont fixés à nouveau par les conditions (6.10), ce qui donne le système d'équations :

$$\begin{cases} X^2 - Y^2 = 1 \\ \varepsilon'(1 + \delta_1)XY + \delta_1 \varepsilon' \left(1 - \frac{1}{\Omega}\right)^{1/2} (X^2 + Y^2) + \\ (-V_1 + V_4)XY(X^2 + 5Y^2) + 3\lambda(3X^2Y^2 + Y^4) = 0 \end{cases} \quad (6.14)$$

D'après (6.8) et (6.14), l'hamiltonien (6.13) devient :

$$\begin{aligned} H_b^{(4)} = & H_{11}Q^\dagger Q + H_{30}(Q^{\dagger 3} + Q^3) + H_{21}(Q^{\dagger 2}Q + Q^\dagger Q^2) + \\ & H_{31}(Q^{\dagger 3}Q + Q^\dagger Q^3) + H_{22}Q^{\dagger 2}Q^2 + H_{40}(Q^{\dagger 4} + Q^4) \end{aligned} \quad (6.15)$$

Les autres coefficients dans (6.15) sont donnés par les relations :

$$\begin{aligned} H_{11} = & \varepsilon'(1 + \delta_1)(X^2 + Y^2) + 2XY\delta_1\varepsilon \left(1 - \frac{1}{\Omega}\right)^{1/2} + (8X^2Y^2 + 4Y^4) \\ & (-V_1 + V_4) + 3XY\delta_1(X^2 + 3Y^2) \left(1 - \frac{1}{\Omega}\right)^{1/2} \left[ \left(1 - \frac{2}{\Omega}\right)^{1/2} - 1 \right] \end{aligned} \quad (6.16)$$

$$H_{30} = V_3XY(X + Y)\sqrt{\Omega} \left(1 - \frac{1}{\Omega}\right)^{1/2} \quad (6.17)$$

$$H_{21} = V_3\sqrt{\Omega} \left(1 - \frac{1}{\Omega}\right)^{1/2} (X^3 + 2XY^2 + 2X^2Y + Y^3) \quad (6.18)$$

$$H_{40} = (-V_1 + V_4)X^2Y^2 + \lambda XY(X^2 + Y^2) \quad (6.19)$$

$$H_{31} = (-V_1 + V_4)2XY(X + Y) + \lambda(X^4 + 6X^2Y^2 + Y^4) \quad (6.20)$$

$$H_{22} = (-V_1 + V_4)(X^4 + 4X^2Y^2 + Y^4) + 6XY\lambda(X^2 + Y^2) \quad (6.21)$$

et

$$\lambda = \frac{\delta_1 \varepsilon'}{2} \left(1 - \frac{1}{\Omega}\right)^{1/2} \left[ \left(1 - \frac{2}{\Omega}\right)^{1/2} - 1 \right] \quad (6.22)$$

Dans le cas particulier  $V_1 = V_3 = V_4 = 0$ , les relations (6.16)-(6.22) sont en accord avec celles de la réf. [78].



### 6.1.1 Résultats : le spectre en énergie

Nous avons résolu l'équation de Schrödinger statique pour les hamiltoniens :

$$- H = (H_{LMG})_b,$$

$$- H = H_b.$$

les indices  $b$  indiquent que les hamiltoniens de Lipkin-Meshkov-Glick (4.3) et  $H$  (6.1) sont transformés en hamiltoniens pour bosons. Nous avons comparé le spectre en énergie exact et les spectres approchés, calculés suivant l'approximation quartique et en tronquant l'espace à 2 et 3 états excités. A titre de comparaison, nous avons aussi calculé le spectre dans l'approximation quadratique. Les paramètres  $\epsilon$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  et  $V_4$  dans les hamiltoniens ont été fixés aux mêmes valeurs que celles du paragraphe (4.3).

#### L'hamiltonien $(H_{LMG})_b$

Dans les travaux [65, 78] l'hamiltonien  $(H_{LMG})_b$  a été utilisé pour étudier les spectres en énergie obtenus dans l'approximation quadratique et quartique. Dans [78] où l'on ne considère que  $(H_{LMG})_b$  avec  $V_1 = 0$ , les énergies du premier et du deuxième état excité calculées dans l'approximation quadratique, sont proches des solutions exactes pour  $\delta_1$  petit, mais elles en dévient de manière importante pour  $\delta_1 \geq 0.5$ . Par contre, l'approximation quartique se révèle une bonne approximation pour le premier ainsi que pour le deuxième état pour toutes valeurs de  $\delta_1$ . En outre, les résultats approchés concernant les niveaux hauts en énergie diffèrent des valeurs exactes pour  $\delta_1 \geq 0.5$  montrant que, pour ces niveaux, l'expansion en bosons n'est plus fiable.

En ce qui concerne l'autre cas particulier, c'est-à-dire  $(H_{LMG})_b$  avec  $V_2 = 0$ , cet hamiltonien se transforme par (6.2) en  $(H_{LMG})_b/\epsilon' = b^\dagger b + \delta_1 b^\dagger b (1 - b^\dagger b/\Omega)$  car le développement correspondant à  $K_+ K_-$ , sommée à tous les ordres, est égale à  $b^\dagger b (1 - b^\dagger b/\Omega)$ . Par conséquent, le spectre en énergie est évidemment exactement reproduit dans l'approximation quartique.

Nous avons calculé le spectre en énergie relatif à l'hamiltonien  $(H_{LMG})_b$  complet ( $V_1, V_2 \neq 0$ ). Les résultats montrent que l'énergie du premier et du deuxième état excité en fonction du paramètre  $\delta_1$  dans l'approximation quadratique et quartique sont très proches des solutions exactes (fig.6.1), ce qui est en accord avec les résultats sur l'énergie du premier état excité obtenus dans la réf.[65]. En particulier, si  $\delta_1 = 0$ ,  $E_1/\epsilon = (E_2 - E_1)/\epsilon = 1$  car l'hamiltonien  $H = \epsilon' \overline{K}_0$  est harmonique (pour  $\Omega$  quelconque).

Pour  $\Omega$  petit, les énergies du premier et du deuxième état excité calculées dans l'approximation quadratique montrent une petite déviation par rapport aux valeurs exactes pour  $\delta_1 \geq 0.5$  (fig.6.1). Rappelons que pour  $\Omega$  petit cet hamiltonien contient le principe d'exclusion de Pauli qui introduit des anharmonicités dont

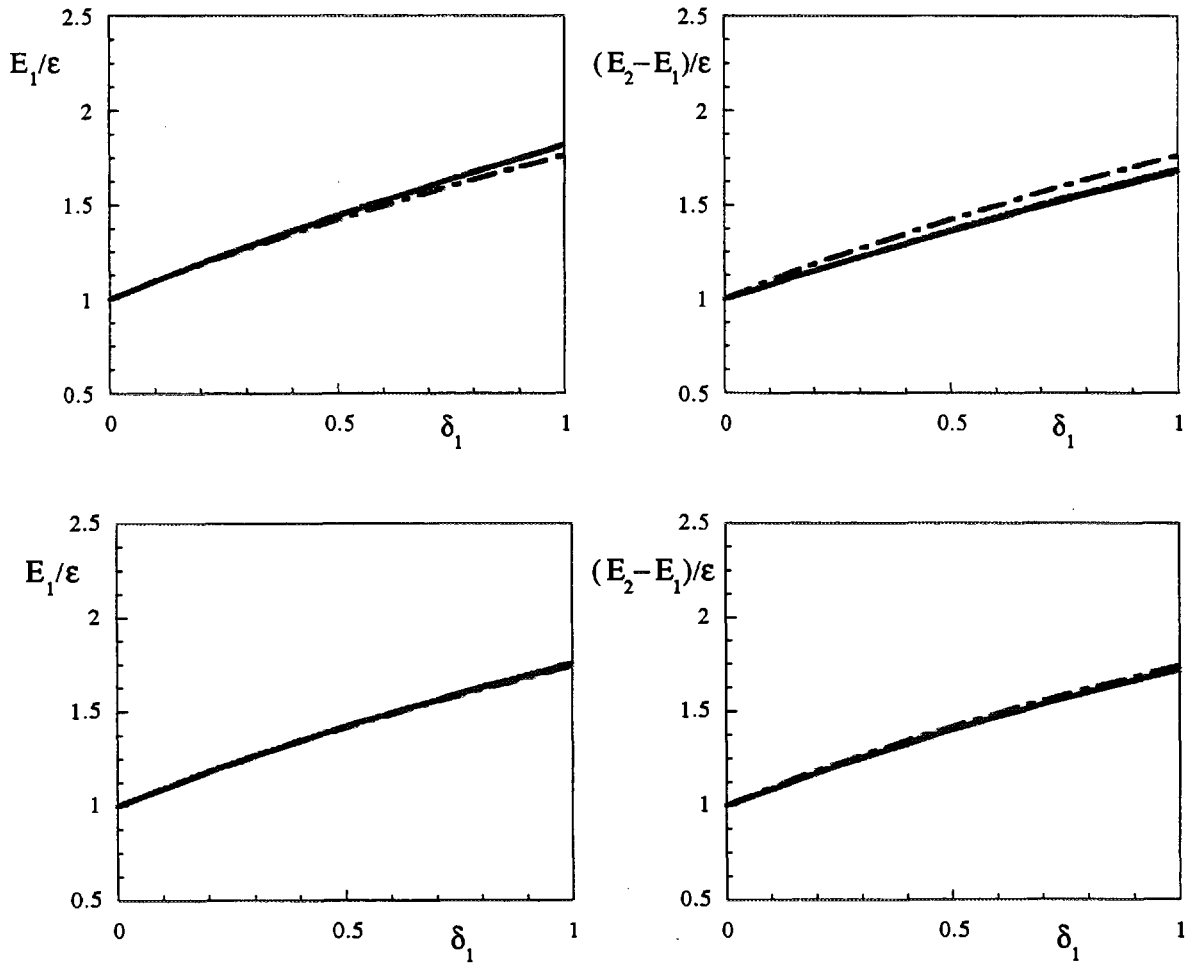


FIG. 6.1 - Comparaison entre les énergies du premier et du deuxième état excité (en unité d' $\epsilon$ ) exactes et approchées, pour l'hamiltonien  $(H_{LMG})_b$  en fonction du paramètre  $\delta_1$  (voir texte). Les figures du haut correspondent à  $\Omega$  petit ( $\Omega = 8$ ) et celles du bas à  $\Omega$  grand ( $\Omega = 30$ ). Les courbes en trait mixte correspondent aux résultats obtenus dans l'approximation quadratique tandis que celles en ligne pleine se réfèrent aux résultats exactes. Les résultats obtenus dans l'approximation quartique et en tronquant l'espace à deux et trois états excités sont superposés aux solutions exactes.

l'importance augmente avec le paramètre  $\delta_1$  (paragraphe 4.1). Nous comprenons donc bien que la déviation entre les énergies calculées dans l'approximation quadratique et les valeurs exactes soit croissante avec  $\delta_1$  et que la valeur de  $(E_2 - E_1)/\epsilon$  s'éloigne de  $E_1/\epsilon$  (fig.6.1).

Pour  $\Omega$  grand, les relations (6.2) donnent  $(K_+)_b \rightarrow \sqrt{\Omega}b^\dagger$ ,  $(K_-)_b \rightarrow \sqrt{\Omega}b$  et  $(K_0)_b = b^\dagger b$ . De ce fait et en imposant que les paramètres  $\delta_1 = V_1\Omega$  et  $\delta_2 = V_2\Omega$  restent constants quand  $\Omega \rightarrow \infty$  (4.7),  $(H_{LMG})_b$  tend à l'hamiltonien de l'oscillateur harmonique (paragraphe 4.1). Par conséquent,  $(E_2 - E_1)/\epsilon$  tend vers  $E_1/\epsilon$  car le spectre est harmonique (fig.6.1).

Finalement, les énergies du premier et du deuxième état excité ne changent pas en élargissant l'espace de deux à trois états excités et restent toujours très proches des résultats exacts (fig.6.1).

En conclusion, les résultats obtenus pour l'hamiltonien  $(H_{LMG})_b$  montrent que l'approximation quartique donne des énergies presque identiques à celles exactes et que la troncation de l'espace n'affecte pas ce résultat.

### L'hamiltonien $H_b$

Nous nous intéresserons au cas  $\Omega$  petit. Rappelons que pour  $\Omega$  grand d'après (6.2) et en imposant que les paramètres  $\delta_1 = V_1\Omega$ ,  $\delta_2 = V_2\Omega$  et  $\delta_3 = V_3\sqrt{\Omega}$  restent constants quand  $\Omega \rightarrow \infty$  (4.7), l'hamiltonien  $H$  (6.1) tend vers l'hamiltonien d'un oscillateur harmonique (paragraphe 4.1). Dans ce cas, les résultats sur les énergies  $E_1$  et  $E_2$  calculées avec les différentes approximations sont toujours évidemment proches des valeurs exactes. Signalons que la valeur  $\delta_1 = 1.6$  correspond au paramètre  $V_1$  utilisé dans le paragraphe (4.3) et rappelons que  $V_4$  a été choisi de façon à ce que l'énergie du deuxième état excité soit plus petite que la valeur harmonique (paragraphe 4.3).

Pour l'énergie du premier état excité, les approximations quadratique et quartique donnent des résultats proches des valeurs exactes. Plus précisément, les résultats obtenus dans l'approximation quadratique s'éloignent un peu de la valeur exacte, la déviation étant de 14% pour  $\delta_1 = 1.6$ . En élargissant l'espace à trois états excités, l'énergie du premier état excité calculée dans l'approximation quartique reste identique à la valeur exacte (fig.6.2).

Les résultats sur le deuxième état, quant à eux, indiquent clairement que l'approximation quartique est nécessaire pour s'approcher des solutions exactes (fig.6.2). De plus, dans cette approximation, la troncation de la base à trois états excités donne des solutions plus proches des valeurs exactes que la troncation à deux états qui devient elle même de plus en plus proche de la solution exacte au fur et à mesure que  $\delta_1$  croît (fig.6.2). Il est important de remarquer que pour  $\delta_1 = 1.6$  l'approximation quartique donne des énergies qui sont proches des valeurs exactes à la fois pour le premier et pour le deuxième état excité que l'espace contienne 2 ou 3 états excités.

En conclusion, la comparaison entre les spectres exact et approché calculé

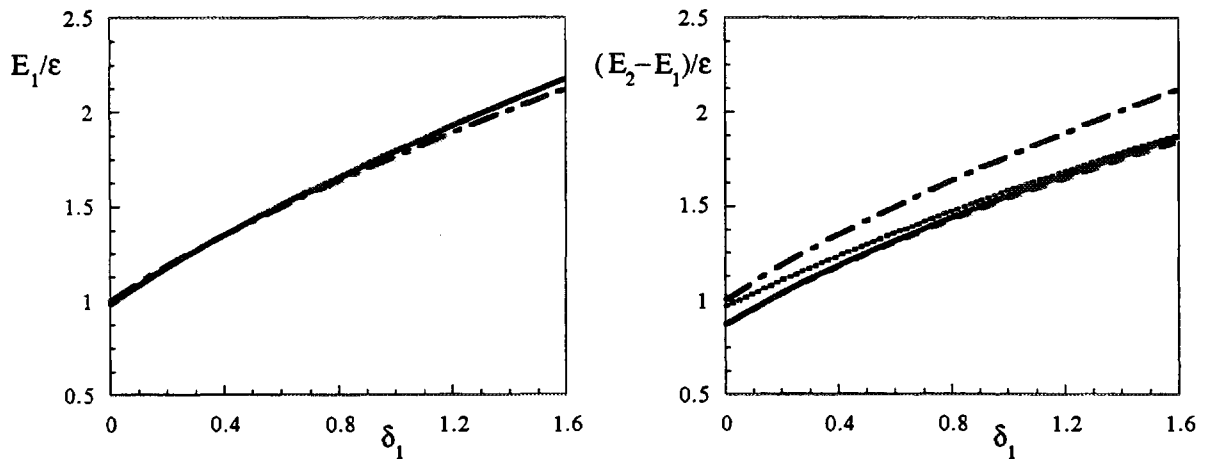


FIG. 6.2 - Comparaison entre les énergies du premier et du deuxième état excité (en unité d' $\epsilon$ ) exactes et approchées pour  $H_b$ , en fonction du paramètre  $\delta_1$  (voir texte). Les calculs ont été réalisés pour  $\Omega = 8$ . Les courbes en trait mixte correspondent aux résultats obtenus dans l'approximation quadratique tandis que celles en ligne pleine se réfèrent aux résultats exacts. La courbe en pointillé (en tirets) montre les résultats obtenus dans l'approximation quartique et en tronquant l'espace à deux (trois) états excités. Ces courbes sont superposées aux solutions exactes dans le cas du premier état excité.

dans l'approximation quartique et en tronquant l'espace à deux états excités, montre que les énergies du premier et du deuxième état excité obtenues dans cette approximation sont satisfaisantes.

Signalons que les transformations de Bogoliubov (6.8) et (6.11) pour l'approximation quadratique et (6.8) et (6.14) pour l'approximation quartique introduisent dans le fondamental et dans les états excités des composantes des états spurieux, c'est-à-dire des états appartenant à l'espace non-physique. D'après la comparaison entre les résultats exacts et approchés, il est raisonnable de penser que l'effet de ces composantes est peu important.

La présence de contributions des états spurieux est un phénomène récurrent aussi dans les calculs microscopiques basés sur la RPA ainsi que ceux basés sur les méthodes d'expansion en bosons (chapitre 7).

## 6.2 L'hamiltonien dépendant du temps

Considérons l'hamiltonien dépendant du temps :

$$H(t) = H + W(t)$$

où  $H$  est donné par (6.1) et  $W(t) = F(t)K_x$  (éqs.(4.19) et (4.20)). D'après la série (6.4), l'hamiltonien  $H(t)$  se transforme en :

$$H_b(t) = H_b + \widetilde{F}(t)(Q^\dagger + Q) \quad (6.23)$$

$\widetilde{F}(t) = F(t)\sqrt{\Omega}(X + Y)$  où  $X, Y$  sont les solutions du système d'équations (6.11) ou (6.14) suivant l'approximation considérée.

### 6.2.1 Résultats : les probabilités d'excitation

A l'aide de la méthode des voies couplées (annexe B), les probabilités d'excitation des états excités ont été calculées.

Nous avons regardé comment les effets des anharmonicités sur les probabilités d'excitation sont affectés par la troncation de l'hamiltonien et de l'espace. Dans ce but, nous nous sommes placés aux paramètres d'impact où les effets des anharmonicités sont importants. Rappelons que l'effet des anharmonicités dépend de  $b$  et que l'augmentation globale sur la section efficace trouvée pour  $H$  (6.1) est de 20% (annexe C).

Les comparaisons entre les énergies et les probabilités exactes et celles calculées dans différentes approximations pour  $\Omega$  petit sont montrées pour  $H = (H_{LMG})_b$  (tab.6.1) et pour  $H_b$  (tab.6.2).

Les résultats obtenus pour les deux hamiltoniens montrent que la troncation de l'hamiltonien (à l'ordre 4) et de l'espace (à 2 états) donne des probabilités

CAS	$E_1/\epsilon$	$(E_2 - E_1)/\epsilon$	$\frac{\langle 2 K_x 1\rangle}{\langle 1 K_x 0\rangle}$	$P_1(10^{-2})$	$P_2(10^{-4})$
exact	2.216	2.023	1.36	1.6	1.49
quartique (2)	2.222	2.043	1.41	1.6	1.49
quartique (3)	2.222	2.044	1.44	1.6	1.58
quadratique (2)	2.124	2.124	1.41	1.7	1.52

TAB. 6.1 - Energies et probabilités d'excitation pour le premier et le deuxième état excité et rapport entre les éléments de matrice de transition  $\langle 2|K_x|1\rangle/\langle 1|K_x|0\rangle$  pour  $H = (H_{LMG})_b$ . Les différents lignes donnent les résultats obtenus dans le cas exact et dans les approximations quartique et quadratique. (2) et (3) correspondent à la troncation de l'espace à 2 et 3 états excités. Dans tous les cas, les probabilités d'excitation ont été calculées pour  $b \approx 30 fm$ ,  $\Omega = 8$  et  $\delta_1 = 1.6$ .

CAS	$E_1/\epsilon$	$(E_2 - E_1)/\epsilon$	$\frac{\langle 2 K_x 1\rangle}{\langle 1 K_x 0\rangle}$	$P_1(10^{-2})$	$P_2(10^{-4})$
exact	2.177	1.868	1.33	1.6	1.75
quartique (2)	2.168	1.812	1.39	1.6	1.76
quartique (3)	2.178	1.846	1.41	1.6	1.98
quadratique (2)	2.124	2.124	1.41	1.7	1.52

TAB. 6.2 - Energies, probabilités d'excitation pour le premier et le deuxième état excité et rapport entre les éléments de matrice de transition  $\langle 2|K_x|1\rangle/\langle 1|K_x|0\rangle$  pour  $H = H_b$ . Les différents lignes donnent les résultats obtenus dans le cas exact et dans les approximations quartique et quadratique. (2) et (3) correspondent à la troncation de l'espace à 2 et 3 états excités. Dans tous les cas, les probabilités d'excitation ont été calculées pour  $b \approx 30 fm$ ,  $\Omega = 8$  et  $\delta_1 = 1.6$ .

d'excitation du premier ainsi que du deuxième état excité proches des valeurs exactes (tab.6.1) et (tab.6.2).

En élargissant l'espace à trois états excités, les probabilités  $P_2$ , calculées dans la même approximation, surestiment les valeurs exactes de 6% pour  $H = (H_{LMG})_b$  (tab.6.1) et de 13% pour  $H = H_b$  (tab.6.2). Cet écart entre les solutions exactes et celles approchées indique donc que l'élargissement de l'espace à trois états nécessite l'inclusion de termes d'ordre supérieurs à 4 dans l'hamiltonien  $H_b$ . En effet, dans le sous-espace contenant les premiers deux états excités, ces termes sont nuls. Ce n'est qu'après avoir élargi l'espace que ces termes peuvent être pris en compte (chapitre 7).

Finalelement, la probabilité d'excitation  $P_2$  calculée dans l'approximation quadratique (l'espace incluant seulement deux états excités) surestime la valeur exacte de 2% pour  $(H_{LMG})_b$  et la sous-estime de 13% pour  $H_b$  (tab.6.2).

A l'aide de l'expression perturbative (4.21), nous pouvons comprendre qualitativement les déviations des probabilités d'excitation  $P_2$  approchées aux solutions exactes pour  $(H_{LMG})_b$  et  $H_b$  aussi bien dans l'approximation quadratique que dans l'approximation quartique avec l'espace à trois états excités. Une interprétation perturbative est justifiée vu les paramètres d'impact auxquels nous nous sommes placés.

Dans le cas de l'hamiltonien  $(H_{LMG})_b$ , les énergies du deuxième état calculées dans l'approximation quadratique et quartique avec l'espace incluant trois états sont toujours plus grandes que la valeur exacte (tab.6.1). Suivant (4.21) et (4.23), ceci implique une diminution de  $P_2$  par rapport à  $P_2^{exact}$ , mais cet effet est petit car les différences entre l'énergie exacte et les énergies approchées sont petites (tab.6.1). Par contre, le rapport  $\langle 2|K_x|1 \rangle / \langle 1|K_x|0 \rangle$  est surestimé dans le deux cas (tab.6.1) d'où (éq.4.21)  $P_2 > P_2^{exact}$  (tab.6.1).

En ce qui concerne l'hamiltonien  $H_b$ , dans le cas de l'approximation quadratique  $(E_2 - E_1)^{exact}$  est surestimée ainsi que le rapport  $\langle 2|K_x|1 \rangle / \langle 1|K_x|0 \rangle$  (tab.6.2). Le fait que  $E_2 - E_1$  soit plus grande que  $(E_2 - E_1)^{exact}$  implique une diminution de  $P_2$  par rapport à  $P_2^{exact}$  (4.21). Par contre, le fait que le rapport des éléments de matrice de transition soit surestimé implique une augmentation de  $P_2$  par rapport à  $P_2^{exact}$  (4.21). Mais, aux paramètres d'impact grands,  $P_2$  est plus sensible aux variations de  $E_2 - E_1$  (4.23). De ce fait,  $P_2 < P_2^{exact}$  (tab.6.2).

Pour le même hamiltonien, dans le cas de l'approximation quartique et de l'espace tronqué à trois états excités,  $E_2 - E_1$  est très proche de  $(E_2 - E_1)^{exact}$ ; mais le rapport  $\langle 2|K_x|1 \rangle / \langle 1|K_x|0 \rangle$  est plus grand que celui exact (tab.6.2). Pour cela, il en résulte que  $P_2 > P_2^{exact}$  (4.21) (tab.6.2).

## 6.3 Conclusions

Les calculs microscopiques réalisés (chapitre 7) présentent deux approximations : d'une part l'hamiltonien est tronqué jusqu'à l'ordre 4 et d'autre part l'es-

## 84 Le modèle à deux niveaux et les méthodes d'expansion en bosons

pace est limité à 2 états excités. A l'aide du modèle à deux niveaux, nous avons étudié l'influence des troncations sur les effets des anharmonicités. Nous avons comparé les solutions exactes et celles obtenues dans les approximations : a) quadratique, b) quartique avec l'espace de boson tronqué à 2 et 3 états excités.

L'énergie et la probabilité d'excitation du premier état excité sont toujours très proches de valeurs exactes dans l'approximation quadratique. Par contre, dans le cas du deuxième état excité, l'énergie calculée dans cette même approximation, dévie peu de la valeur exacte, tandis que la probabilité d'excitation sous-estime de manière significative la probabilité d'excitation exacte.

L'approximation quartique et la troncation de l'espace à deux états excités se révèlent être une bonne approximation. Les résultats sont toujours proches du résultat exact à la fois pour les énergies ainsi que pour les probabilités d'excitation du premier et du deuxième état excité.

En revanche, la probabilité d'excitation du deuxième état excité calculée en élargissant l'espace à trois états excités dans la même approximation dévie de la valeur exacte et montre qu'il faut, dans ce cas, inclure des termes d'ordres supérieurs à 4 dans l'hamiltonien.

L'ensemble des résultats indique donc que les troncations de l'hamiltonien (à l'ordre 4) et de l'espace (à 2 états excités) n'influencent pas de manière significative les effets des anharmonicités sur la probabilité d'excitation du deuxième état excité.



# Chapitre 7

## Le calcul microscopique

Les études avec des modèles schématiques nous ont montré que les effets des anharmonicités et des non-linéarités pouvaient modifier la probabilité d'excitation du deuxième état excité. Nous allons maintenant présenter ces effets dans un calcul microscopique [18]. Mais, rappelons tout d'abord les hypothèses et les résultats essentiels des approches standard en quasi-bosons.

### 7.1 Le modèle des quasi-bosons

Le modèle des quasi-bosons est l'approche microscopique standard utilisée dans la description de l'excitation des GR et des DGR. Cette approche est basée sur l'approximation RPA qui permet de calculer la réponse linéaire du noyau à un champ externe exciteur [27, 3, 29, 28, 30, 4].

#### 7.1.1 La RPA et les règles de somme

Considérons l'hamiltonien  $H_f$  pour un système de fermions :

$$H_f = \sum_i \varepsilon_i a_i^\dagger a_i + \frac{1}{2} \sum_{ij,kl} V_{ij,kl}^{RES} a_i^\dagger a_j^\dagger a_l a_k \quad (7.1)$$

où  $a_i^\dagger$  et  $a_i$  sont les opérateurs de création et d'annihilation d'une particule dans l'état quantique  $i$ .

L'approximation RPA consiste à remplacer le produit des opérateurs de fermions par un opérateur de boson :

$$a_p^\dagger a_t \longrightarrow b_{pt}^\dagger \quad (7.2)$$

Dans cette approximation, l'hamiltonien  $H_f$  s'écrit :

$$\begin{aligned}
H_{RPA} &= E_{hf} + \sum_{\alpha, \alpha'} [A_{\alpha, \alpha'} b_{\alpha}^{\dagger} b_{\alpha'} + \frac{1}{2} (B_{\alpha, \alpha'} b_{\alpha}^{\dagger} b_{\alpha'}^{\dagger} + h.c.)] \\
H_{RPA} &= E_{hf} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \alpha'} A_{\alpha, \alpha'} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} b^{\dagger} & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ b^{\dagger} \end{pmatrix}
\end{aligned} \quad (7.3)$$

où l'indice  $\alpha$  désigne des états de particule (p) et de trou (t) et  $E_{hf}$  correspond à la valeur moyenne de  $H_{RPA}$  évaluée sur le vide d'Hartree-Fock. Les matrices  $A$  et  $B$  peuvent être calculées à l'aide des commutateurs entre  $b_{\alpha}$  et  $H_{RPA}$ , évalués sur le vide d'Hartree-Fock  $|HF\rangle$  :

$$\begin{aligned}
A_{\alpha, \alpha'} &= \langle HF | [b_{\alpha}, [H_{RPA}, b_{\alpha'}^{\dagger}]] | HF \rangle \\
-B_{\alpha, \alpha'} &= \langle HF | [b_{\alpha}, [H_{RPA}, b_{\alpha'}]] | HF \rangle
\end{aligned} \quad (7.4)$$

L'interaction résiduelle entre fermions incluse dans cette approximation (7.1) est alors l'interaction résiduelle particule-trou (p-t).

Les états excités ou phonons,  $|\nu\rangle$ , sont obtenus en appliquant les opérateurs :

$$Q_{\alpha}^{\dagger} = \sum_{\nu} X_{\alpha}^{\nu} b_{\alpha}^{\dagger} - Y_{\alpha}^{\nu} b_{\alpha} \quad (7.5)$$

au vide RPA,  $Q_{\nu}^{\dagger} |RPA\rangle = |\nu\rangle$ , où  $Q_{\nu} |RPA\rangle = 0$ . Ce vide est équivalent au vide d'Hartree-Fock incluant les corrélations de type 2p-2t, 4p-4t, ... 2Np-2Nt. Les fréquences  $\omega_{\nu}$  des états  $|\nu\rangle$  et les amplitudes  $X_{\alpha}^{\nu}$  et  $Y_{\alpha}^{\nu}$  sont déterminées en résolvant les équations RPA :

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^{\nu} \\ Y^{\nu} \end{pmatrix} = \omega_{\nu} \begin{pmatrix} X^{\nu} \\ -Y^{\nu} \end{pmatrix} \quad (7.6)$$

Après la transformation de Bogoliubov (7.5), l'hamiltonien  $H_{RPA}$  (7.3) devient la somme d'hamiltoniens d'oscillateurs harmoniques :

$$H_{RPA} = E_{RPA} + \sum_{\nu} E_{\nu} Q_{\nu}^{\dagger} Q_{\nu} \quad (7.7)$$

où  $E_{RPA}$  correspond à la valeur moyenne de  $H_{RPA}$  évaluée sur le vide RPA. La collectivité de chaque état excité  $|\nu\rangle$  (7.5) peut être appréciée grâce à la fraction de la règle de somme pondérée en énergie [75] :

$$m_{|0\rangle} = \sum_{\nu} (E_{\nu} - E_0) |\langle \nu | Q_{\lambda} | 0 \rangle|^2 = \sum_{\nu} (E_{\nu} - E_0) B(E_{\lambda}) \quad (7.8)$$

pour une force de multipolarité  $\lambda$ . En effet, la quantité  $(E_{\nu} - E_0) |\langle \nu | Q_{\lambda} | 0 \rangle|^2$  pour l'état  $|\nu\rangle$  fournit l'intensité de sa collectivité.

### 7.1.2 Le champ externe linéaire

Dans une collision périphérique entre deux ions A et B, l'hamiltonien associé au système peut être approximé par :

$$H(t) = H_A(t) + H_B(t) \quad (7.9)$$

$$H_A(t) = H_A^0 + \sum_{i,j} \langle i|U_B(\vec{R}(t))|j \rangle a_i^\dagger a_j = H_A^0 + W_A(t) \quad (7.10)$$

$H_A^0$  représente l'hamiltonien intrinsèque du noyau A et  $W_A(t)$  est le champ moyen du noyau B excitant le noyau A. Ce champ dépend du temps à travers la distance entre les centres de masse des deux noyaux  $\vec{R}(t)$ . La somme dans (7.10) varie sur tous les états à une particule.

Dans l'hypothèse où le champ externe induit de petites variations de la densité seuls les termes particule-trou (p-t) contribuent à  $W_A(t)$  :

$$W_A(t) = \sum_{ph} \langle p|U_B(\vec{R}(t))|t \rangle a_p^\dagger a_t + h.c. \quad (7.11)$$

En introduisant la même transformation en boson (7.2) et à l'aide de (7.5), l'expression (7.11) devient :

$$W_A(t) = \sum_{\nu} W_{\nu}^{10}(t) Q_{\nu}^{\dagger} + h.c. \quad (7.12)$$

où  $W_{\nu}^{10}(t) = \sum_{\nu} [\langle p|U_B(t)|t \rangle X_{pt}^{\nu} + \langle t|U_B(t)|p \rangle Y_{pt}^{\nu}]$ , c'est-à-dire que le champ externe est linéaire dans les opérateurs de création et d'annihilation de bosons,  $Q_{\nu}^{\dagger}$  et  $Q_{\nu}$ . Ceci implique que l'excitation d'une DGR est un processus en deux étapes.

Suivant les relations (7.7) et (7.12), dans (7.10),  $H_A^0$  est harmonique et  $W_A(t)$  est linéaire.

Dans ce contexte, l'équation de Schrödinger dépendante du temps :

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = H_A(t) |\Psi(t)\rangle \quad (7.13)$$

est soluble exactement. La fonction d'onde associée au noyau A,  $|\Psi(t)\rangle$ , est alors à chaque instant t, égale à l'état cohérent de l'oscillateur harmonique [4] :

$$|\Psi(t)\rangle = \Pi_{\nu} e^{-\frac{1}{2}|I_{\nu}(t)|^2} \frac{[I_{\nu}(t)]^{2n_{\nu}}}{n_{\nu}!} e^{-in_{\nu}E_{\nu}t} (Q_{\nu}^{\dagger})^{n_{\nu}} |\Psi_0\rangle \quad (7.14)$$

où  $I_{\nu} = \int_{-\infty}^t W_{\nu}^{10}(t') e^{-in_{\nu}E_{\nu}t'} dt'$  est l'intégrale calculée le long de la trajectoire relative des deux ions A et B. Lors d'une excitation, la probabilité de trouver le noyau A dans un état excité  $|n_{\nu}\rangle$  est donnée par une loi de Poisson [4].

## 7.2 Limitations du modèle des quasi-bosons

Nous avons vu que le modèle des quasi-bosons est basé sur les éqs.(7.7) et (7.12). Les deux limitations les plus importantes de ce modèle sont :

1. le spectre d'excitation est calculé dans la RPA. Il est donc harmonique (7.7). De ce fait, l'énergie d'une GR est simplement donnée par la somme des énergies et la fonction d'onde associée par le produit des fonctions d'onde des deux résonances qui la constituent. Par conséquent, dans cette approche, l'interaction résiduelle entre GR ainsi que le principe d'exclusion de Pauli sont négligés (7.2).
2. le champ externe est linéaire dans les opérateurs de création et d'annihilation de boson (7.12). Ceci est dû au fait que les termes pp et tt ont été négligés dans (7.11).

Dans la plupart des calculs réalisés jusqu'à présent [10, 9, 48, 13, 52, 51, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 62, 61], les approximations 1) et 2) ont été faites. Dans les travaux [15, 96, 97, 98] une étude microscopique de la GDR et de la DGDR dans le  $^{136}\text{Xe}$  a été réalisée. Dans ces calculs une interaction résiduelle entre états qui diffèrent d'un phonon a été incluse.

## 7.3 L'approche utilisée

C'est à l'aide des méthodes d'expansion en boson [27, 79] que nous sommes allés au-delà du modèle microscopique standard et que nous avons ajouté des anharmonicités à l'hamiltonien intrinsèque  $H_{RPA}$  (éq.7.7) et des non-linéarités au champ externe  $W_A(t)$  (éq.7.12). Pour cela, nous suivons l'approche développée en [4, 63, 64, 65].

### 7.3.1 Les anharmonicités

Afin de prendre en compte le principe de Pauli, il faut remplacer le terme  $a_p^\dagger a_t$  dans (7.2) par une série infinie en utilisant les méthodes de développement en bosons telles que [92] :

$$a_p^\dagger a_t \longrightarrow (a_p^\dagger a_t)_B = b_{pt} + (1 - \sqrt{2}) \sum_{p't'} b_{p't'}^\dagger b_{p't} b_{p't'} + \dots \quad (7.15)$$

L'inclusion de termes supplémentaires à  $b_{pt}$  correspond alors à des corrections dues au principe d'exclusion de Pauli qui introduisent une interaction résiduelle entre phonons.

Il faut aussi inclure une autre partie de l'interaction résiduelle entre fermions qui n'est pas prise en compte dans la RPA à savoir, l'interaction résiduelle

particule-particule (pp) et trou-trou (tt) qui est exprimable, dans le contexte des méthodes d'expansion en boson, par un produit d'ordre 2 des opérateurs  $b_{pt}^\dagger, b_{pt}$  [92]:

$$\begin{aligned} a_p^\dagger a_{p'} &\longrightarrow (a_p^\dagger a_{p'})_B = \sum_t b_{pt}^\dagger b_{p't} \\ a_t a_{t'}^\dagger &\longrightarrow (a_t a_{t'}^\dagger)_B = \sum_p b_{pt}^\dagger b_{p't'} \end{aligned} \quad (7.16)$$

A partir de l'hamiltonien  $H_f$  (7.1) et des relations (7.15) et (7.16), nous obtenons cet hamiltonien dans l'espace de boson jusqu'à l'ordre 4 et en suivant l'approche développée en [4, 64, 65, 92]:

$$\begin{aligned} H_f \rightarrow H_b = E_0 &+ \sum_{pt} (\varepsilon_p - \varepsilon_h) b_{pt}^\dagger b_{pt} + \sum_{ptp't'} V_{pt',tp'} b_{pt}^\dagger b_{p't'} \\ &+ \frac{1}{2\sqrt{2}} \sum_{pp',tt'} [V_{pp',tt'} b_{pt}^\dagger b_{p't'}^\dagger + h.c.] \\ &+ \frac{1}{2\sqrt{2}} \sum_{pp'p'',tt'} [V_{pp',tp''} b_{pt}^\dagger b_{p't'}^\dagger b_{p''t'} + h.c.] \\ &+ \frac{1}{2\sqrt{2}} \sum_{pp',tt't''} [V_{pt',t''} b_{pt}^\dagger b_{p't'}^\dagger b_{p''t} + h.c.] \\ &\quad - \sum_{pp'p'',tt't''} V_{pt',tp''} b_{pt}^\dagger b_{p''t} b_{p't''} b_{p't'} \\ &+ \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \sum_{pp'p'',tt't''} V_{pp',tt'} [b_{pt}^\dagger b_{p't'}^\dagger b_{p''t''} b_{p''t''} + h.c.] \\ &\quad - \frac{1}{4} \sum_{pp'p''p''',tt'} V_{pp',p''p'''} b_{pt}^\dagger b_{p't'}^\dagger b_{p''t''} b_{p''t''} \\ &\quad - \frac{1}{4} \sum_{pp',tt't''t'''} V_{tt',t''t'''} b_{pt}^\dagger b_{p't'}^\dagger b_{p''t''} b_{p''t''} \end{aligned} \quad (7.17)$$

C'est l'hamiltonien  $H_b$  qui a été utilisé dans les calculs microscopiques. La partie quadratique dans les opérateurs  $b_{pt}^\dagger, b_{pt}$  (7.17) est analogue à la RPA (7.3). Les termes d'ordre 3 qui sont dus à l'interaction résiduelle  $pp' - p''t, pt - t''t''$  couplent les états ayant un nombre différent d'excitation p-t. En particulier, ils introduisent un couplage entre les états à 1-phonon et les états à 2-phonons. Les termes d'ordre 4 sont dus à la fois à cette interaction résiduelle entre particules ou entre trous (termes  $V_{pp',p''p''}$  et  $V_{tt',t''t''}$ ) et aux corrections dues au principe de Pauli (termes  $V_{pt,tp'}$  et  $V_{pp',tt'}$ ). Ces termes couplent les états à 2-phonons entre eux.

L'hamiltonien  $H_b$  (7.17) s'écrit donc :

$$H_b = H_{RPA} + \Delta V \quad (7.18)$$

où  $H_{RPA}$  est la partie quadratique et  $\Delta V$  les anharmonicités.

L'introduction des termes d'ordre 3 et 4 mélange les vecteurs propres de l'hamiltonien  $H_{RPA}$  (7.7).

L'hamiltonien  $H_b$  est diagonalisé dans le sous-espace des états à 1- et 2-phonons. Dans ce cas, les vecteurs propres de l'hamiltonien  $H_b$  sont les états (pour plus de détails voir [4, 64, 65]):

$$|\Phi_\alpha\rangle = \sum_\nu c_\nu^\alpha |\nu\rangle + \sum_{\nu_1\nu_2} d_{\nu_1\nu_2}^\alpha |\nu_1\nu_2\rangle \quad (7.19)$$

Ils sont des mélanges des états à 1-phonon  $|\nu\rangle$  et des états à 2-phonons  $|\nu_1\nu_2\rangle$  suivant les coefficients de mélange  $c_\nu^\alpha, d_{\nu_1\nu_2}^\alpha$ . Les énergies  $E_\alpha$  des états  $|\Phi_\alpha\rangle$  ne

sont évidemment plus celles de l'approximation RPA. Nous appellerons dans la suite les états (7.19), les états mélangés. Lors d'une excitation, les états excités sont les états mélangés qui peuvent être excités via la composante à 1-phonon,  $c_\nu^\alpha$ , ainsi que celle à 2-phonons,  $d_{\nu_1\nu_2}^\alpha$ .

### 7.3.2 Les non-linéarités

En ce qui concerne le champ externe  $W_A(t)$  (7.10), l'inclusion des termes pp, tt correspond à l'inclusion de termes quadratiques dans les opérateurs  $b_{pt}^\dagger, b_{pt}$  (7.16) [63, 69, 92]. Suivant la transformation de Bogoliubov (7.5), ce champ s'écrit :

$$W_A(t) = W_{00} + \sum_{\nu} W_{\nu}^{10}(t) Q_{\nu}^{\dagger} + h.c. + \sum_{\nu, \nu'} W_{\nu, \nu'}^{11}(t) Q_{\nu}^{\dagger} Q_{\nu'} + \sum_{\nu, \nu'} W_{\nu, \nu'}^{20}(t) Q_{\nu}^{\dagger} Q_{\nu'}^{\dagger} + h.c. \quad (7.20)$$

où les coefficients des termes non-linéaires sont donnés par les relations :

$$\begin{aligned} W_{\nu, \nu'}^{11}(t) &= \sum_{ptp't'} [\langle p | U_B(t) | p' \rangle \delta_{tt'} - \langle t | U_B(t) | t' \rangle \delta_{pp'}] (X_{pt}^{\nu*} X_{p't'}^{\nu'} + Y_{pt}^{\nu*} Y_{p't'}^{\nu'}) \\ W_{\nu, \nu'}^{20}(t) &= \sum_{ptp't'} [\langle p | U_B(t) | p' \rangle \delta_{tt'} - \langle t | U_B(t) | t' \rangle \delta_{pp'}] X_{pt}^{\nu*} Y_{p't'}^{\nu'*} \end{aligned} \quad (7.21)$$

L'inclusion de ces termes dans le champ externe ouvre de nouvelles possibilités dans le mécanisme d'excitation des DGR. Plus précisément, le terme  $Q_{\nu}^{\dagger} Q_{\nu'}$  permet des transitions d'une GR à une autre GR et le terme  $Q_{\nu}^{\dagger} Q_{\nu'}^{\dagger}$ , introduit des transitions directes de l'état fondamental à une DGR en agissant sur les corrélations dans le fondamental RPA (7.21).

A partir des relations (7.17) et (7.20) et (7.21), l'hamiltonien total (7.10) s'écrit maintenant :

$$H_A(t) = H_b + W_A(t) \quad (7.22)$$

Par conséquent, la solution de l'équation de Schrödinger dépendante du temps pour  $H_A(t)$  (7.22) n'est plus un état cohérent (7.14). Les probabilités de trouver le système dans un états excité  $|\nu\rangle$ , lors d'une excitation, ne sont plus données par une loi de Poisson. Par contre, la seule inclusion des non-linéarités dans le champ externe ne modifie pas la loi de Poisson si l'hamiltonien dépendant du temps est au plus quadratique [4, 69].

## 7.4 Résultats : $^{208}\text{Pb}$

Nous avons utilisé cette approche pour calculer les anharmonicités et les sections efficaces d'excitation électromagnétique des GR et des DGR dans différents noyaux lors d'une collision relativiste entre ions lourds [18, 19, 20].

Afin de mettre en évidence ces effets sur les sections efficaces, nous allons présenter de façon détaillée les résultats obtenus pour le  $^{208}\text{Pb}$ . De plus, nous allons comparer nos prédictions théoriques avec les valeurs mesurées [13].

En outre, nous donnerons de manière succincte les résultats globaux sur les sections efficaces des GR et des DGR pour d'autres noyaux étudiés avec cette même approche, à savoir, le noyau doublement magique  $^{40}\text{Ca}$  [18], le noyau magique  $^{90}\text{Zr}$  [44, 20] et le noyau riche en neutrons  $^{28}\text{O}$  (annexe E) [19, 20].

### 7.4.1 Le spectre harmonique

Nous avons tout d'abord déterminé les états à 1-phonon avec un calcul RPA autoconsistant, la force utilisée est la force effective SGII [99]. Bien que la représentation soit explicite en protons et neutrons, l'isospin apparaît comme un nombre quantique approché qui nous servira à caractériser les états.

Les  $B(E\lambda)$  (7.8) pour les opérateurs statiques électriques de multipolarité  $\lambda = 0, 1, 2, 3$  sont présentés (figs.7.1, 7.2, 7.3, 7.4). Nous voyons que la force monopolaire isoscalaire est concentrée dans deux états centrés autour de 13 MeV et 15 MeV. Du fait du pourcentage important de la règle de somme associée emporté par ces deux états, nous avons retenu ces deux états, la  $GMR_1$  et la  $GMR_2$ . En ce qui concerne la force monopolaire isovectorielle, nous n'avons retenu aucun état car elle est trop fragmentée (fig.7.1). La force dipolaire isovectorielle est dominée par deux états centrés autour de 12 et 16 MeV, la  $GDR_1$  et la  $GDR_2$  (fig.7.2). La force quadrupolaire isoscalaire est dominée par un bas niveau  $2^+$  à 5 MeV et par un état à 11 MeV, la ISGQR. En ce qui concerne la force quadrupolaire isovectorielle, elle est très fragmentée autour de 22 MeV. Nous avons donc sommé les états proches en énergie par la méthode décrite en [64]. L'état ainsi obtenu est la IVGQR (fig.7.3). Finalement, deux états octupolaires isoscalaires, l'un à 3 MeV et l'autre à 21 MeV, ont été retenus. Ils satisfont à un pourcentage important de la règle de somme. Aucun état octupolaire isovectoriel n'a été retenu car la force est trop fragmentée (fig.7.4). Les plus hautes multipolarités n'ont pas été retenues car elles sont à la fois peu collectives, très fragmentées et surtout peu excitées par le champ coulombien.

La base des états à 1-phonon considérée est résumée dans le tableau (7.1).

En utilisant les neuf états à 1-phonon ainsi obtenus (tab.7.1) comme base, 23 paires de phonons de parité positive et 20 paires de phonons de parité négative couplées à plusieurs spins totaux peuvent être construites. Les états à parité non-naturelle construits par couplage de deux phonons non-identiques ont été inclus. Seuls les états à 2-phonons ayant un moment angulaire  $\leq 3$  ont été considérés dans les calculs des sections efficaces, car ceux ayant un moment angulaire supérieur ont un poids négligeable dans les processus d'excitation coulombienne.

### 7.4.2 Le spectre anharmonique

Nous avons calculé l'interaction résiduelle entre phonons (7.17) avec la force effective SGII [99] à l'aide du code de calcul ANIE développé en [64]. Dans le cas des états  $1^-$ , l'interaction résiduelle calculée entre les états à 1-phonon et les

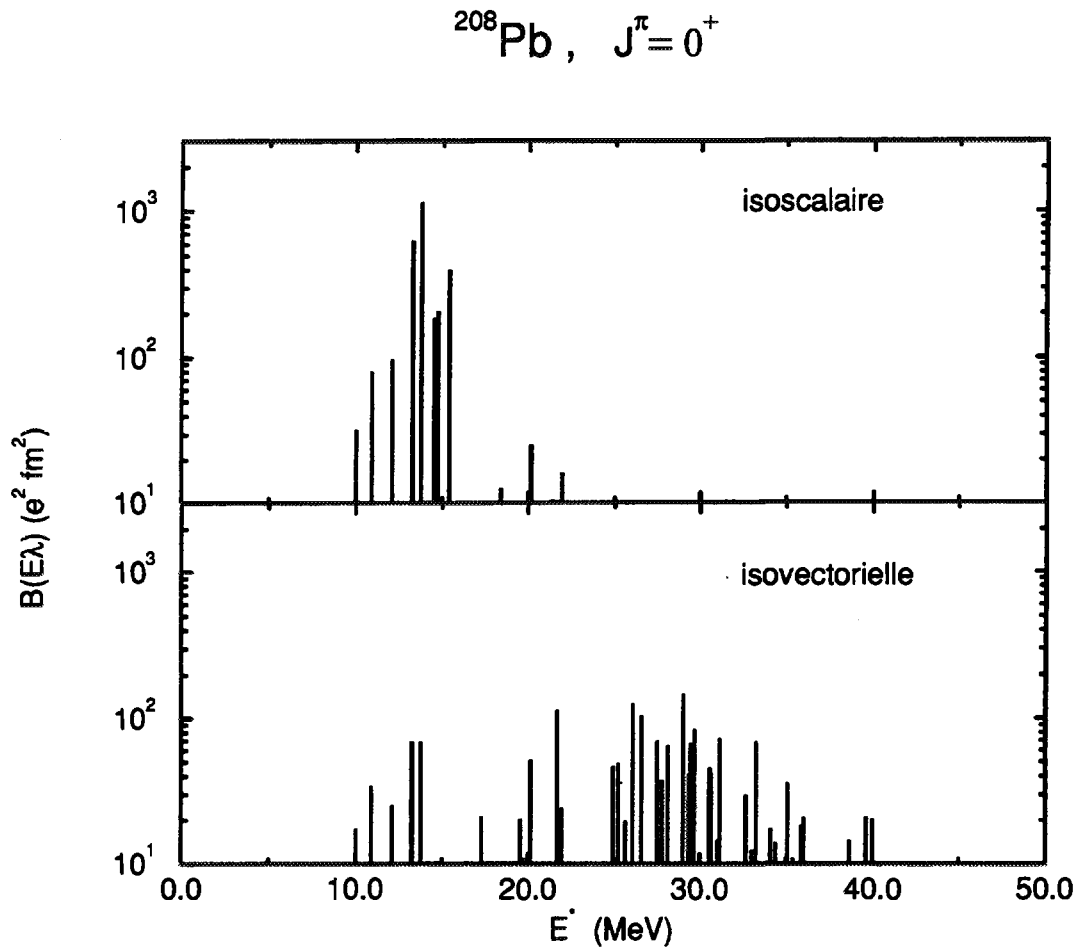
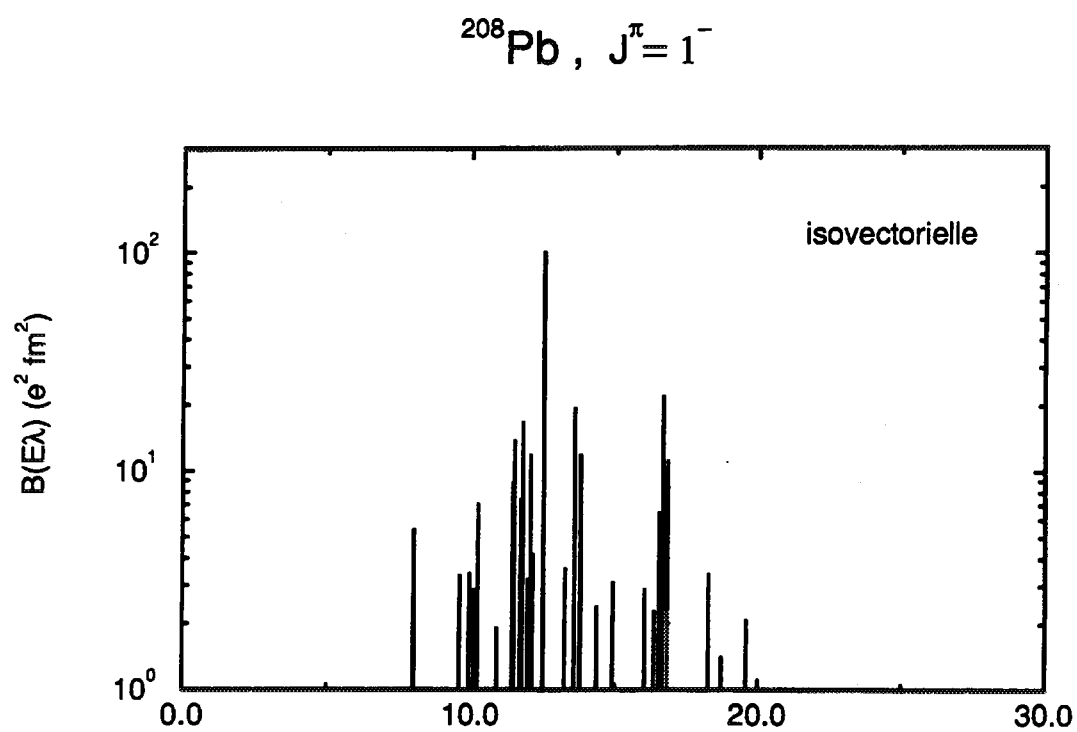


FIG. 7.1 -  $B(E0)$  isoscalaire et isovectorielle dans le  $^{208}\text{Pb}$ .



FIG. 7.2 -  $B(E1)$  isovectorielle dans le  $^{208}\text{Pb}$ .

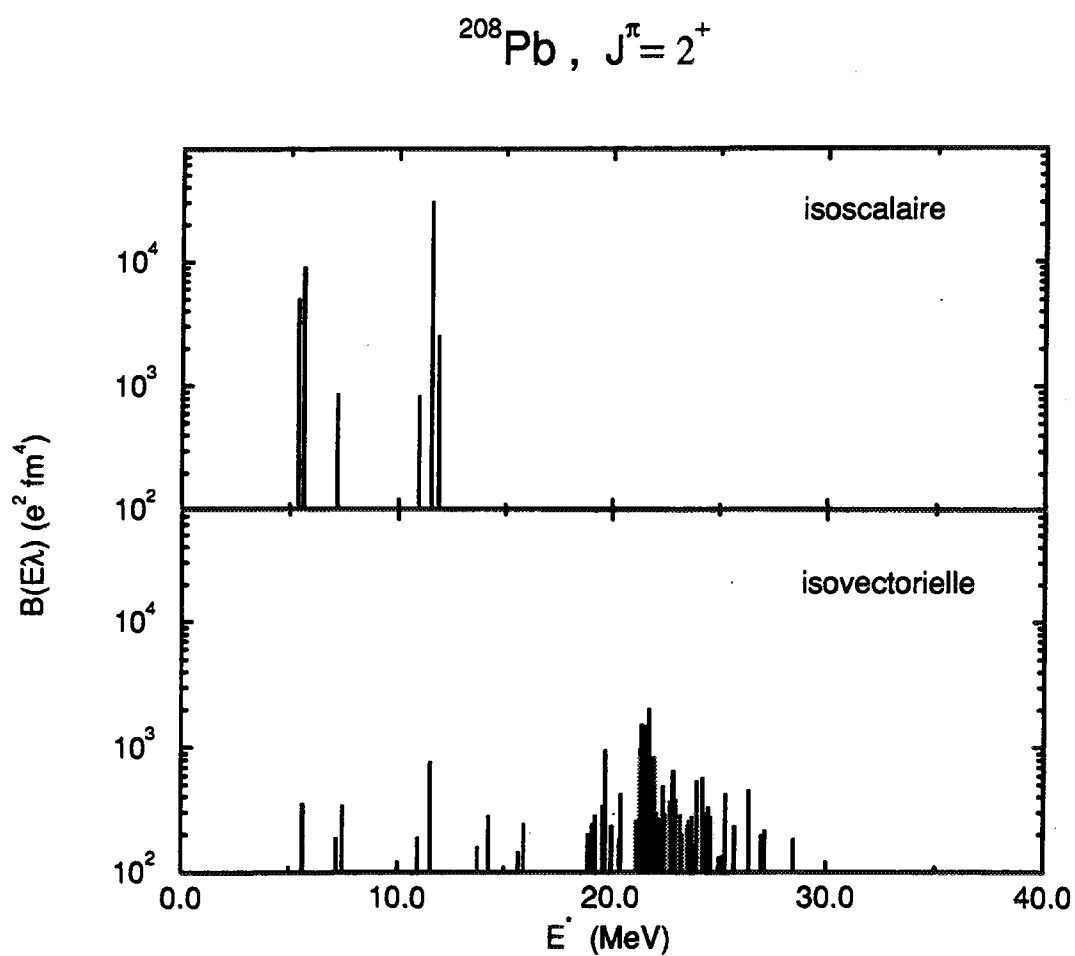
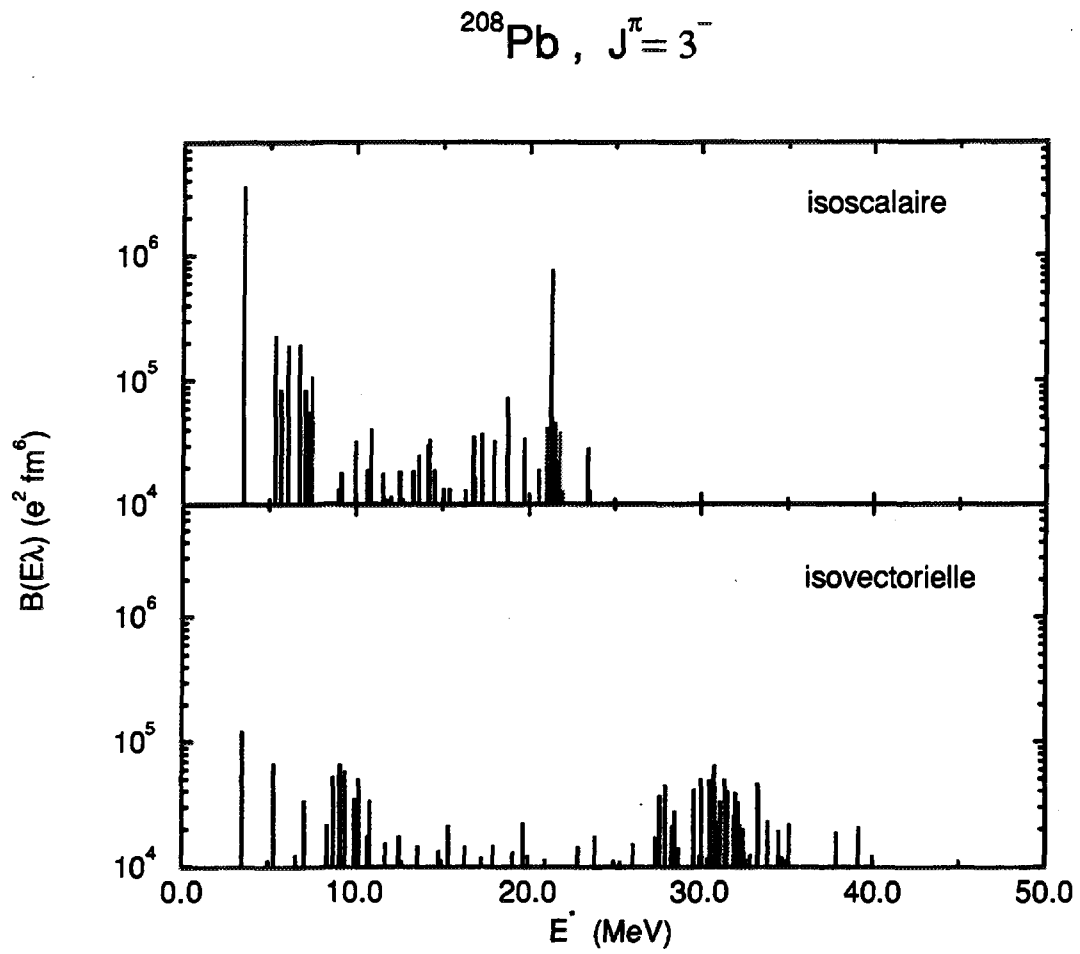


FIG. 7.3 -  $B(E2)$  isoscalaire et isovectorielle dans le  $^{208}\text{Pb}$ .

FIG. 7.4 -  $B(E3)$  isoscalaire et isovectorielle dans le  $^{208}\text{Pb}$ .

Phonons	$J^\pi$	$T$	$E(\text{MeV})$	%EWSR
$GMR_1$	$0^+$	0	13.610	61
$GMR_2$	$0^+$	0	15.022	28
$GDR_1$	$1^-$	1	12.435	63
$GDR_2$	$1^-$	1	16.662	17
$2^+$	$2^+$	0	5.545	15
$ISGQR$	$2^+$	0	11.599	76
$IVGQR$	$2^+$	1	21.815	45
$3^-$	$3^-$	0	3.464	21
$HEOR$	$3^-$	0	21.302	37

TAB. 7.1 - Etats à 1-phonon dans le  $^{208}\text{Pb}$ . Pour chaque état, le spin, la parité, l'isospin, l'énergie et le pourcentage des règles de somme pondérées en énergie associées sont indiqués [18].

états à 2-phonons est comprise entre 0.5 MeV et 1 MeV, tandis que celle entre les états à 2-phonons est en moyenne, un ordre de grandeur plus petite. Signalons que l'interaction résiduelle calculée dans le cas du  $^{208}\text{Pb}$  (mais aussi dans les autres noyaux étudiés) est en moyenne plus faible que la valeur utilisée dans les deux modèles schématiques (chapitre 3 et 4). Rappelons que dans ces modèles les coefficients des termes anharmoniques ont été fixés tels que  $\langle 2|\Delta V|1 \rangle = \langle 2|\Delta V|2 \rangle = 1 \text{ MeV}$  (paragraphe 3.3 et 4.3).

Pour chaque valeur de spin et de parité fixée, la matrice associée à  $H_b$  (7.17) a été diagonalisée par le code JANE [64] afin d'obtenir les états mélangés  $|\Phi_\alpha \rangle$  (7.19) et leurs énergies  $E_\alpha$ . Du fait que l'interaction résiduelle est faible, les états mélangés  $|\Phi_\alpha \rangle$  et leurs énergies  $E_\alpha$  restent très proches des fonctions d'onde et des énergies des phonons RPA. De ce fait, le recouvrement de ces états avec un état à 1-phonon ou à 2-phonons est très important (7.19). Par la suite, les états mélangés (7.19) seront donc appelés du nom de la composante dominante de leur fonction d'onde.

Le tableau (7.2) fournit, pour les états  $1^-$ , le décalage total en énergie dû aux anharmonicités  $\Delta E$  par rapport à leurs énergies harmonique  $E_0$ , l'interaction résiduelle diagonale  $\Delta E_0$  et leurs coefficients de mélange avec la GDR. Les tableaux (7.3) et (7.4) présentent les mêmes informations sur les niveaux à parité naturelle de basse et de haute énergie.

Les résultats des tableaux (7.2), (7.3) et (7.4) montrent que les anharmonicités calculées sont petites : les décalages en énergie ( $\Delta E$ ) sont de l'ordre de quelques centaines de keV, chaque multiplet étant séparé du même ordre de grandeur. Nous pouvons aussi voir que les coefficients de mélange (7.19) sont aussi en moyenne petits, leurs valeurs variant de 0.05 à 0.2.

Etats	$E_0(\text{MeV})$	$\Delta E$	$(\Delta E_0)$	$c_{GDR_1}$	$c_{GDR_2}$
$GDR_1$	12.435	-132.	(0.)	0.993	-0.006
$GDR_2$	16.662	-56.	(0.)	0.002	0.994
$3^- \otimes 2^+$	9.009	195.	(200.)	-0.023	0.000
$3^- \otimes ISGQR$	15.062	75.	(67.)	0.045	0.000
$GDR_1 \otimes 2^+$	17.981	-207.	(-220.)	0.043	0.082
$GDR_2 \otimes 2^+$	22.207	-23.	(-36.)	0.007	0.048
$GDR_1 \otimes ISGQR$	24.034	33.	(-10.)	0.057	-0.004
$3^- \otimes IVGQR$	25.278	6.	(4.)	-0.014	0.000
$GDR_1 \otimes GMR_1$	26.046	18.	(-27.)	0.057	0.000
$HEOR \otimes 2^+$	26.847	25.	(24.)	-0.004	0.000
$GDR_1 \otimes GMR_2$	27.458	-10.	(-35.)	0.039	0.000
$GDR_2 \otimes ISGQR$	28.261	-88.	(-51.)	0.007	0.054
$HEOR \otimes ISGQR$	32.901	-31.	(-30.)	-0.004	0.000
$GDR_1 \otimes IVGQR$	34.250	-44.	(-47.)	-0.007	0.000
$GDR_2 \otimes IVGQR$	38.477	-174.	(-174.)	0.006	0.000
$HEOR \otimes IVGQR$	43.117	-49.	(-53.)	-0.011	0.000

TAB. 7.2 - Propriétés des états mélangés  $1^-$  obtenus après la diagonalisation de l'hamiltonien (7.17). Dans la première colonne, la composante dominante de la fonction d'onde est indiquée. La deuxième colonne contient les énergies de ces états à l'approximation RPA,  $E_0$ .  $\Delta E$  (en keV) est le décalage en énergie dû aux anharmonicités, tandis que  $\Delta E_0$  (en keV) est l'interaction résiduelle diagonale. Les dernières colonnes fournissent les coefficients de mélange avec la GDR [18].

Etats	$E_0(\text{MeV})$	$J^\pi$	$\Delta E$	$(\Delta E_0)$	$c_{conf}$	Config.
$3^-$	3.464	$3^-$	-256.	(0.)	0.093	$3^- \otimes 2^+$
$2^+$	5.545	$2^+$	-364.	(0.)	-0.201	$3^- \otimes 3^-$
$3^- \otimes 3^-$	6.927	$0^+$	958.	(1137.)	-0.163	$GMR_1$
		$2^+$	381.	(400.)	0.195	$2^+$
$3^- \otimes 2^+$	9.009	$1^-$	195.	(200.)	-0.024	$GDR_1$
		$3^-$	161.	(112.)	-0.091	$3^-$
$2^+ \otimes 2^+$	11.090	$0^+$	136.	(145.)	-0.055	$3^- \otimes 3^-$
		$2^+$	178.	(30.)	-0.158	$2^+$
$GDR_1 \otimes 2^+$	17.981	$1^-$	-207.	(-220.)	-0.083	$GDR_2$
		$3^-$	-4.	(-4.)	-0.010	$GMR_1 \otimes 3^-$

TAB. 7.3 - Propriétés des états mélangés de basse énergie.  $E_0, \Delta E, \Delta E_0$  ont la même signification que dans le tableau (7.2). Dans la première colonne, seule la composante dominante est indiquée tandis que la dernière colonne contient la deuxième composante la plus importante et son coefficient de mélange [18].

### 7.4.3 L'excitation

Une fois la fonction d'onde pour le système  $|\psi(t)\rangle$  développée sur la base des états mélangés (7.19), l'équation de Schrödinger dépendante du temps pour l'hamiltonien (7.22) a été résolue avec la méthode des voies couplées (annexe B). Afin de déterminer les probabilités d'excitation  $P_\alpha$  des états mélangés  $|\Phi_\alpha\rangle$ , un développement multipolaire du potentiel d'interaction électromagnétique a été déterminé (annexe D) [18].

L'excitation électromagnétique du  $^{208}\text{Pb}$  a été étudiée lors de la réaction  $^{208}\text{Pb} + ^{208}\text{Pb}$  à 641 MeV par nucléon.

### Effets des anharmonicités et des non-linéarités

L'introduction des non-linéarités ouvre de nouvelles voies dans l'excitation. En effet, en plus des processus à plusieurs étapes considérés normalement, chaque état  $|\Phi_\alpha\rangle$  peut être excité soit par le terme  $W^{10}$  via sa composante à 1-phonon soit par le terme  $W^{20}$  via sa composante à 2-phonons (éqs.(7.20) et (7.21)). Ces deux contributions peuvent interférer constructivement ou bien destructivement, selon les signes des coefficients de mélange. En plus des transitions du fondamental, le terme  $W^{11}$  (éqs.(7.20) et (7.21)) introduit des transitions entre états excités. Ce qui peut également modifier les probabilités d'excitation des états.

L'introduction des anharmonicités redistribue les forces des différentes multipolarités. En effet, la force associée au terme linéaire est, dans les calculs standards, concentrée sur les états à 1-phonon. Le mélange des fonctions d'onde intro-

Etats	$E_0(\text{MeV})$	$J^\pi$	$\Delta E$	$(\Delta E_0)$	$c_{conf}$	Config.
$GDR_2 \otimes 2^+$	22.207	$1^-$	-23.	(-36.)	-0.046	$GDR_2$
		$3^-$	-66.	(-64.)	-0.018	$GDR_2 \otimes ISGQR$
$ISGQR \otimes ISGQR$	23.198	$0^+$	4.	(3.)	0.014	$GDR_1 \otimes GDR_1$
		$2^+$	35.	(-15.)	-0.061	$ISGQR$
$GDR_1 \otimes ISGQR$	24.034	$1^-$	33.	(-10.)	-0.057	$GDR_1$
		$3^-$	-2.	(-2.)	0.010	$3^- \otimes IVGQR$
$3^- \otimes HEOR$	24.766	$0^+$	34.	(14.)	0.133	$GDR_1 \otimes GDR_1$
		$2^+$	22.	(-2.)	0.225	$GDR_1 \otimes GDR_1$
$GDR_1 \otimes GDR_1$	24.871	$0^+$	41.	(33.)	-0.132	$3^- \otimes HEOR$
		$2^+$	-189.	(-192.)	-0.223	$3^- \otimes HEOR$
$GMR_1 \otimes ISGQR$	25.210	$2^+$	42.	(11.)	-0.048	$ISGQR$
$IVGQR \otimes 3^-$	25.278	$1^-$	6.	(4.)	0.015	$GDR_1$
		$3^-$	-24.	(-25.)	-0.018	$HEOR$
$GMR_1 \otimes GDR_1$	26.046	$1^-$	18.	(-27.)	-0.057	$GDR_1$
$GMR_2 \otimes ISGQR$	26.621	$2^+$	25.	(8.)	-0.033	$ISGQR$
$2^+ \otimes HEOR$	26.847	$1^-$	25.	(24.)	0.007	$GMR_2 \otimes GDR_1$
		$3^-$	-39.	(-44.)	-0.018	$HEOR$
$GMR_1 \otimes GMR_1$	27.221	$0^+$	297.	(56.)	-0.128	$GMR_1$
$2^+ \otimes IVGQR$	27.360	$0^+$	-196.	(-195.)	-0.016	$ISGQR \otimes IVGQR$
		$2^+$	-84.	(-90.)	-0.032	$IVGQR$
$GMR_2 \otimes GDR_1$	27.458	$1^-$	-10.	(-35.)	-0.042	$GDR_1$
$GDR_2 \otimes ISGQR$	28.261	$1^-$	88.	(51.)	-0.055	$GDR_2$
		$3^-$	-60.	(-62.)	0.010	$2^+ \otimes GDR_2$
$GMR_1 \otimes GMR_2$	28.633	$0^+$	254.	(74.)	-0.100	$GMR_2 \otimes GMR_2$
$GDR_1 \otimes GDR_2$	29.097	$0^+$	-178.	(-182.)	-0.014	$2^+ \otimes ISGQR$
		$2^+$	-64.	(-65.)	-0.009	$GDR_1 \otimes GDR_1$

TAB. 7.4 - Propriétés des états mélangés de haute énergie.  $E_0, \Delta E, \Delta E_0, c_{conf}$  et *Config.* ont la même signification que dans le tableau (7.3) [18].

Etats	$J^\pi$	harm. & lin.	$W^{11}$	$W^{20}$	anharm.	anharm. & non-lin.
$2^+ \otimes 3^-$	$1^-$	0.03	0.04	16.21	2.60	29.53
<i>ISGQR</i> $\otimes 3^-$	$1^-$	0.05	0.07	17.22	3.63	5.18
$22 < E < 28$ (MeV)	$1^-$	3.55	5.95	5.07	6.42	12.18
$2^+ \otimes GDR_1$	$1^-$	1.24	2.07	0.99	7.64	9.83
<i>ISGQR</i>	$2^+$	298.91	332.56	300.09	278.35	314.18

TAB. 7.5 - Effets des anharmonicités et des non-linéarités sur les sections efficaces d'excitation coulombienne (en mb) pour certains états excités. Les états sont indiqués par la composante dominante (première colonne). La deuxième colonne correspond aux spins et aux parités. La troisième colonne contient leurs sections efficaces obtenues avec le calcul de référence, harmonique et linéaire. Dans la quatrième colonne le terme non-linéaire  $W^{11}$  est inclu, tandis que dans la cinquième seulement le terme  $W^{20}$  a été pris en compte. Les résultats d'un calcul anharmonique et linéaire sont présentés à la sixième colonne. Finalement, la dernière colonne correspond aux résultats du calcul complet, anharmonique et non-linéaire [18].

duit par les anharmonicités distribue cette force sur les différentes composantes des états  $|\Phi_\alpha\rangle$  proportionnellement aux coefficients de mélange  $c_\nu^\alpha$ . Par exemple, la force dipolaire isovectorielle qui est, dans l'approximation RPA, concentrée sur la GDR, après l'introduction des anharmonicités se distribue sur les états mélangés  $1^-$  selon les coefficients de mélange de ces états avec la GDR (tab.7.2). De même, si la force associée au terme non-linéaire  $W^{20}$  est dans un calcul harmonique et non-linéaire concentrée sur les états à 2-phonons, dans un calcul anharmonique et non-linéaire elle se distribue sur plusieurs états.

Les effets séparés des nouveaux termes sur les sections efficaces des états mélangés  $1^-$  sont montrés à la figure (7.5). La figure (7.5) montre que la force dipolaire est dominée par la GDR. Cependant, des modifications importantes ont lieu après l'introduction des anharmonicités et des non-linéarités par rapport au calcul harmonique et linéaire.

### Un exemple: l'état $|2^+ \otimes 3^- \rangle$ de basse énergie

Pour éclairer les différents mécanismes qui sont introduits par ces nouveaux termes, nous allons regarder en détail, à titre d'exemple, les effets des anharmonicités et des non-linéarités sur la section efficace de la composante  $1^-$  de l'état à 2-phonons de basse énergie  $|2^+ \otimes 3^- \rangle$  (tableau 7.5).

Dans le calcul harmonique et linéaire, cet état n'est pratiquement pas excité.



En effet, dans ce cas, cet état est excité par deux transitions, une E2 et l'autre E3 qui ne sont pas favorisées (fig.7.6.a) (tab.7.5).

En ce qui concerne les non-linéarités, l'inclusion du terme  $W^{11}$  de transition entre états à 1-phonon dans le champ externe modifie un peu sa section efficace car cet état peut maintenant être excité soit par deux transitions E2 et une transition E1 (fig.7.6.b) (tab.7.5), soit par une transition E3 et deux E1. Dans les deux cas, une transition de haute multipolarité est présente, ce qui explique la faible section efficace. Par contre, l'inclusion du terme  $W^{20}$  augmente considérablement la section efficace d'un facteur  $\approx 500$ . En effet, ce terme permet l'excitation directe de cet état à partir du fondamental grâce à une transition E1, transition qui est fortement favorisée (fig.7.6.c) (tab.7.5). Il faut noter que les effets du terme  $W^{20}$  sur les sections efficaces diminuent de manière considérable avec l'accroissement de l'énergie de l'état considéré. En effet, le facteur d'augmentation diminue d'un facteur 10 pour les composantes  $1^-$  des états à 2-phonons  $|2^+ \otimes HEOR \rangle$  ou  $|ISGQR \otimes HEOR \rangle$  dont les énergies sont autour de 30 MeV.

Du fait que les anharmonicités mélangent les états à 1 et 2-phonons, l'état  $|2^+ \otimes 3^- \rangle$  peut être aussi excité par le terme  $W^{10}$  via son mélange avec la GDR (tab.7.2). Bien que le coefficient de mélange soit de 0.023, l'effet sur  $\sigma$  est important car il s'agit d'une transition E1 très favorisée. De plus, l'énergie de cet état (autour de 9 MeV) est plus basse de celle de la GDR. L'ensemble de ces conditions fait que l'introduction des anharmonicités seules augmente d'un facteur presque 100 la section efficace par rapport au calcul de référence linéaire et harmonique (tab.7.5).

Finalement, après l'inclusion à la fois des anharmonicités et des non-linéarités la section efficace de la composante  $1^-$  de l'état  $|2^+ \otimes 3^- \rangle$  passe de 0.03 mb à 30 mb (tab.7.5), soit une augmentation d'un facteur 1000.

### Interférence entre plusieurs voies

Les effets des anharmonicités et des non-linéarités sur les sections efficaces n'interfèrent pas forcément de manière constructive, comme c'est le cas pour l'état  $|2^+ \otimes 3^- \rangle$  que nous venons de discuter. Dans le cas de l'état  $|ISGQR \otimes 3^- \rangle$  et de la  $|ISGQR \rangle$ , par exemple, ils interfèrent de manière destructive (tab.7.5).

Pour éclairer cet aspect nous allons utiliser un calcul simple où seulement la GDR et la composante  $1^-$  de l'état  $|2^+ \otimes 3^- \rangle$  sont incluses. Ces deux états sont mélangés de la façon suivante :

$$\begin{aligned} |\Phi_1 \rangle &= \cos \beta |GDR \rangle - \sin \beta |2^+ \otimes 3^- \rangle \\ |\Phi_2 \rangle &= \sin \beta |GDR \rangle + \cos \beta |2^+ \otimes 3^- \rangle \end{aligned} \quad (7.23)$$

En augmentant la valeur de  $|\beta|$ , nous passons du cas harmonique ( $\beta = 0$ ) à un cas très anharmonique. Les signes relatifs des deux composantes des fonctions  $|\Phi_i \rangle$  peuvent être changés en modifiant le signe de  $\beta$ . Les énergies des états ont

harm. & lin.	$W^{11}$	$W^{20}$	anharm.	anharm. & non-lin.	$\sin \beta$
0.26	0.27	16.58	1.96	29.71	-0.02
			1.92	7.20	0.02

TAB. 7.6 - Effets des anharmonicités et des non-linéarités sur les sections efficaces (en mb) dans un cas test (voir texte). La dernière colonne correspond aux valeurs de  $\beta$  utilisées [18].

été gardées fixes et égales à l'énergie harmonique de la composante dominante, c'est-à-dire  $E_1 = E_{GDR}$  et  $E_2 = E_{2^+} + E_{3^-}$ . Les sections efficaces de l'état  $|\Phi_2\rangle$ , obtenues pour deux valeurs opposées de  $\beta$ , sont données (tab.7.6). Les résultats obtenus avec  $\beta = -0.02$  sont similaires à ceux de l'état  $|2^+ \otimes 3^-\rangle$  (tab.7.5) où les effets des anharmonicités interfèrent constructivement avec les effets des non-linéarités. Par contre, les résultats obtenus avec  $\beta = 0.02$  sont similaires à ceux de l'état  $|ISGQR \otimes 3^-\rangle$  où les deux effets interfèrent destructivement (tab.7.5).

Ce comportement peut être compris à l'aide d'un calcul perturbatif. Au premier ordre en théorie de perturbations, les sections efficaces associées aux états  $|\Phi_i\rangle$  (7.23) sont :

$$\frac{\sigma_1^{anharm\&non-lin}}{\sigma_1^{harm\&non-lin}} = (\cos \beta - x \sin \beta)^2 \quad (7.24)$$

où  $x$  est donné par

$$x = \frac{\langle 2^+ \otimes 3^- | W^{20}(E_1) | 0 \rangle}{\langle GDR | W^{10}(E_1) | 0 \rangle} \quad (7.25)$$

et

$$\frac{\sigma_2^{anharm\&non-lin}}{\sigma_2^{harm\&non-lin}} = \left( \cos \beta + \frac{\sin \beta}{x} \right)^2 \quad (7.26)$$

(annexe D).

Du fait que  $|x|$  est toujours beaucoup plus petit que 1, le deuxième terme dans (7.26) peut être important même pour de petites anharmonicités tandis que le deuxième terme dans (7.24) est toujours négligeable. De ce fait, le rapport (7.24) est toujours proche de 1.

Les rapports  $x$  pour les états  $|2^+ \otimes 3^-\rangle$  et  $|ISGQR \otimes 3^-\rangle$  valent  $-0.058$  et  $-0.091$  respectivement, c'est-à-dire qu'ils ont le même signe et que leurs valeurs sont proches. Par contre, leurs coefficients de mélange avec la GDR sont de 0.023 et de 0.045 et de signes opposés (tab.7.2). Ce qui donne, dans ce cas simple (7.23), une augmentation linéaire en fonction de  $\beta$  dans (7.24) et (7.26), mais avec un signe opposé. De ce fait, dans un cas,  $\sigma_2^{anharm\&non-lin}$  augmente par rapport à

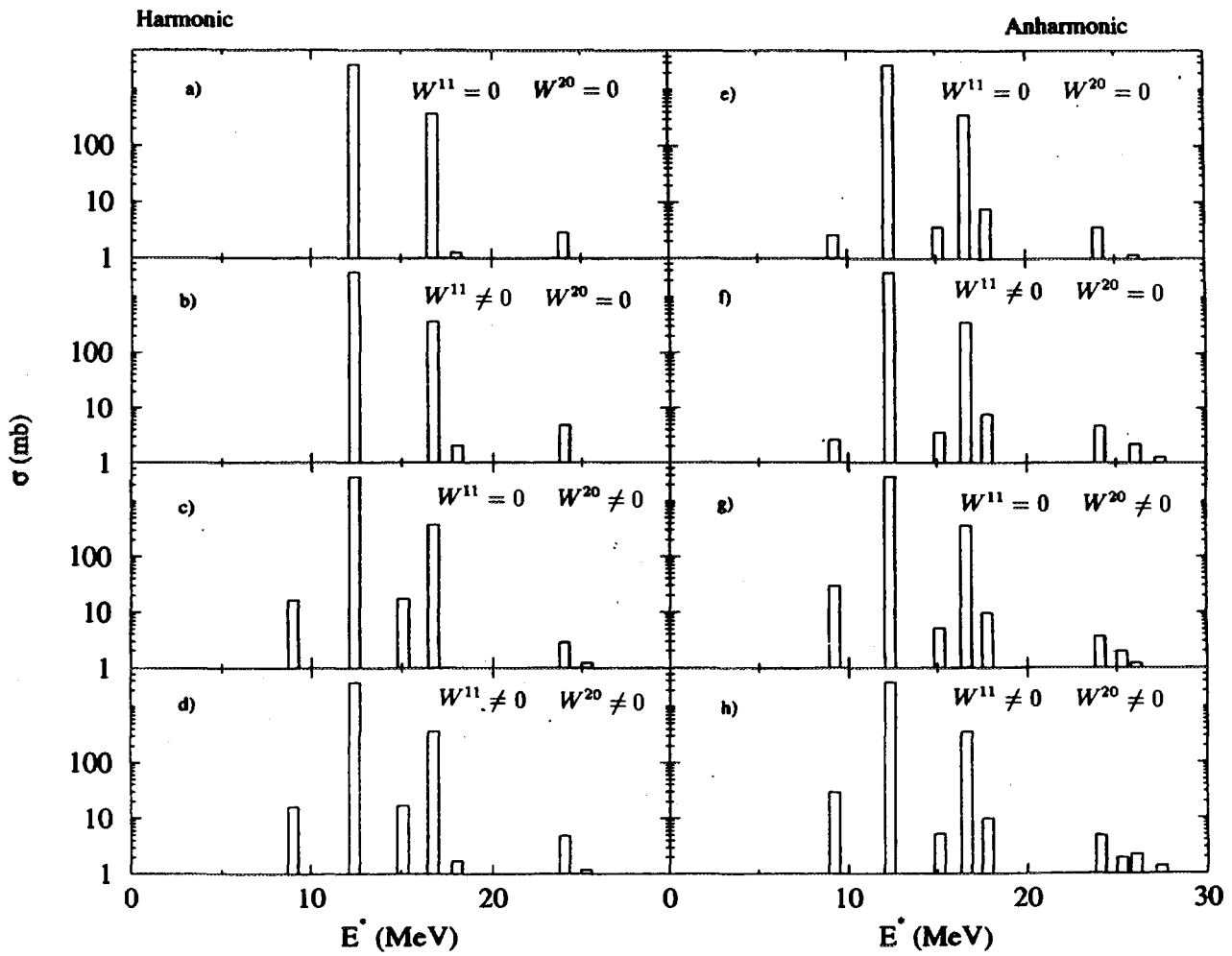


FIG. 7.5 - Effets des anharmonicités et des non-linéarités sur les sections efficaces d'excitation coulombienne des états  $1^-$  [18].

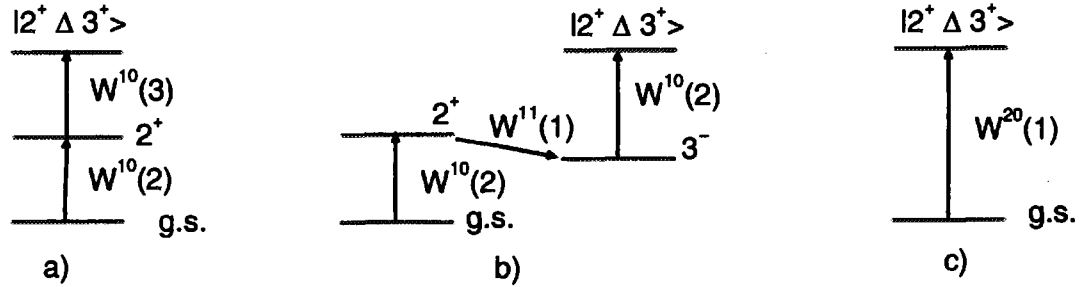


FIG. 7.6 - Représentation schématique de l'excitation coulombienne linéaire et non-linéaire de la composante  $1^-$  de l'état de basse énergie  $|2^+ \otimes 3^- \rangle$  [18].

$\sigma_2^{anharm\&lin}$  car les anharmonicités et les non-linéarités interfèrent constructivement, dans l'autre cas,  $\sigma_2^{anharm\&non-lin}$  diminue par rapport à  $\sigma_2^{anharm\&lin}$  car elles interfèrent destructivement. Ce qui est confirmé par le résultat du calcul réalisé avec la méthode des voies couplées (annexe B) de la section efficace  $\sigma_2$  de l'état  $|\Phi_2 \rangle$  en fonction de  $\sin\beta$  (7.23) (fig.7.7). En outre, ce calcul montre qu'en augmentant  $\beta$   $\sigma_2^{anharm\&non-lin}$  augmente par rapport à  $\sigma_2^{anharm\&lin}$  même si  $\beta$  et  $x$  sont de signes opposés (fig.7.7).

Bien que ce soit un cas simple où seulement deux états sont inclus, la forte augmentation de la section efficace  $\sigma_2$  avec l'accroissement du coefficient de mélange  $\beta$  (la valeur maximale considérée étant 0.2) (fig.7.7) montre que dans le calcul microscopique les anharmonicités et les non-linéarités peuvent introduire une forte augmentation des sections efficaces par rapport au calcul harmonique et linéaire comme nous l'avons vu dans les modèles schématiques (chapitre 3 et 4). L'augmentation de la section efficace dépend évidemment de l'importance des anharmonicités.

### Discussion d'autres états

Des effets également importants ont été trouvés pour d'autres états, par exemple, les états à 2-phonons d'énergie autour de 25 MeV. Ces états sont essentiellement obtenus en couplant la GDR avec la GMR ou la GQR (IS et IV). Dans ces cas, à la fois les termes non-linéaires  $W^{11}$ ,  $W^{20}$  et le mélange des fonctions d'ondes sont importants. L'augmentation de la section efficace de ces états est de 300% (tab.7.5). Ce qui avait été observé dans les modèles schématiques. De même, l'augmentation de 5% de la section efficace de l'état  $|GDR_1 \otimes 2^+ \rangle$

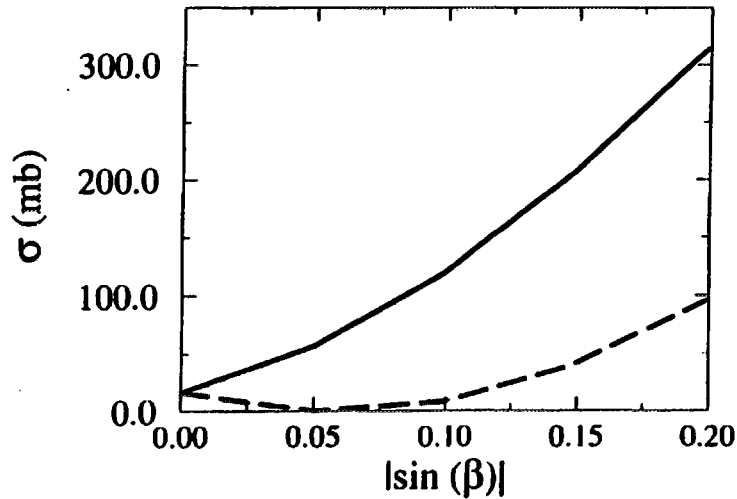


FIG. 7.7 - Section efficace d'excitation coulombienne pour le calcul paramétrique (éq.7.23) en fonction de la valeur absolue du coefficient de mélange  $\sin\beta$ . La courbe en ligne pleine (en tirets) correspond à la section efficace de l'état  $|\phi_2\rangle$  obtenue quand les signes des coefficients de mélange sont les mêmes (opposés) (éq.7.23) [18].

(tab.7.5) est due au mélange avec l'état  $GDR_2$  (tab.7.3).

Les effets des nouveaux termes sur les sections efficaces sont présents dans les états  $1^-$ , du fait de leur mélange avec la GDR, ainsi que dans les états de multipolarité différente de 1. A titre d'exemple, considérons l'état  $|ISGQR\rangle$  (tab.7.5). Après l'inclusion du terme non-linéaire  $W^{11}$  la section efficace passe de 299 mb (cas harmonique et linéaire) à 333 mb. En effet, ce terme ajoute une autre voie à l'excitation due au terme  $W^{10}$  de cet état (fig.7.8), à savoir une transition directe du fondamental à la GDR (via le terme  $W^{10}$ ), suivie par une transition de la GDR à la GQR (via le terme  $W^{11}$ ) (fig.7.8). Ce processus au deuxième ordre est capable d'augmenter la section efficace de 12%, car la probabilité d'excitation de la première transition est très importante et l'effet du terme  $W^{11}$  est renforcé par le voisinage des énergies de la GDR et de la GQR.

### Les sections efficaces

Les états inclus dans les calculs des sections efficaces sont : tous les états ayants une parité naturelle et un moment angulaire  $\leq 3$  ainsi que les états ayants parité non-naturelle  $1^+$  et  $2^-$ . En effet, si dans un calcul au premier ordre en théorie de perturbations les états à parité non-naturelle ne peuvent pas être excités; dans un calcul exact i.e. à tous les ordres (tel que celui réalisé avec la méthode de voies couplées) ces états peuvent être excités. Ils doivent donc être inclus dans nos calculs des sections efficaces.

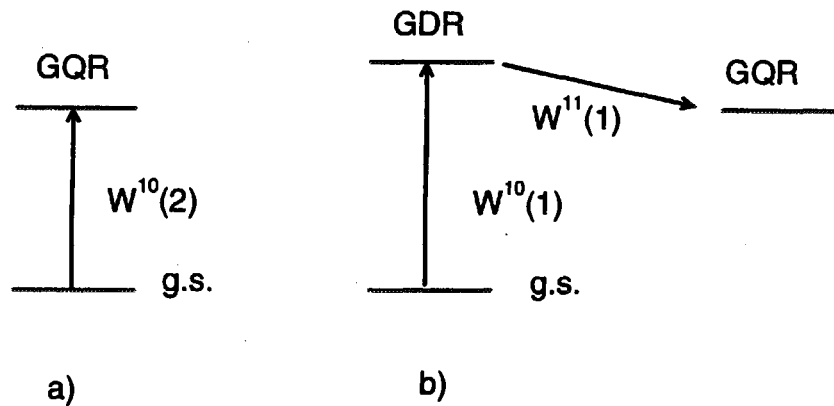


FIG. 7.8 - Représentation schématique de l'excitation non-linéaire de la GQR [18].

Les résultats obtenus montrent que la contribution des états  $1^+$  à la section efficace est négligeable et que celle des états  $2^-$  est de 1 mb dans la région de la DGDR et de 2 mb à plus basse énergie (i.e. autour de 16 MeV). Ces résultats sur les états à parité non-naturelle sont en accord avec [52]. Du fait de leurs faibles contributions, les états à parité non-naturelle n'ont pas été inclus dans les calculs des sections efficaces des autres noyaux étudiés (annexe E).

Une comparaison entre la section efficace différentielle obtenue dans les deux cas (harmonique et linéaire, anharmonique et non-linéaire) est donnée (fig.7.9). Chaque état a été multiplié par une lorentzienne dont la largeur a été choisie d'1 MeV pour la région de bas niveaux (fig.7.9.a) et de 3 MeV pour la région de la GDR (fig.7.9.b) et de la DGDR (fig.7.9.c), ceci afin d'obtenir un spectre continu et de prendre en compte de façon heuristique l'effet des largeurs sur le spectre.

La comparaison montre que la région des bas niveaux est, comme nous l'avons vu auparavant, très affectée par ces nouveaux termes. Les bosses correspondant aux états  $3^-$ ,  $2^+$  et  $|2^+ \otimes 3^- \rangle$  sont bien évidentes (fig.7.9.a). Les états  $3^-$  et  $2^+$  sont décalés par les anharmonicités de  $-256 \text{ keV}$  et de  $-364 \text{ keV}$  (tab.7.3).

Il est important de remarquer que, dans la région de la GDR, la section efficace différentielle n'est pratiquement pas modifiée par les anharmonicités et les non-linéarités (fig.7.9.b). En effet, la section efficace totale de la GDR passe de 3.14 barn à 3.13 barn. En ce qui concerne la GQR, les sections efficaces totales de la ISGQR et IVGQR passent de 299 mb à 314 mb et de 95 mb à 94 mb respectivement. Par contre, la section efficace différentielle dans la région de la DGDR est affectée après leur inclusion (7.9.c).

Pour chaque multipolarité, les effets séparés des anharmonicités et des non-linéarités sont présentés (tab.7.7). Nous pouvons voir que la section efficace totale

	har. & lin.	harm. & non-lin.	anh. & lin.	anh. & non-lin.
L=0	43.4	43.1	43.4	43.1
L=1	4.7	10.0	7.6	14.5
L=2	175.7	173.3	180.8	180.5
L=3	54.8	65.6	56.0	68.2
total	278.6	292.0	287.8	306.3

TAB. 7.7 - Sections efficaces d'excitation coulombienne (en mb) calculées dans la région de la DGDR dans le  $^{208}\text{Pb}$  excité lors des réactions  $^{208}\text{Pb} + ^{208}\text{Pb}$  à 641 MeV par nucléon. Les effets des anharmonicités et des non-linéarités par rapport au calcul harmonique et linéaire sont donnés séparément [20].

augmente de 10% (tab.7.7). Cette augmentation n'est pas due à une augmentation de la section efficace de la DGDR qui passe de 218 mb (calcul harmonique et linéaire) à 211 mb (calcul anharmonique et non-linéaire). En effet, dans [100], il a été montré que la force associée à la DGDR est en partie contrainte par une nouvelle règle de somme pour l'excitation double. La section efficace de la DGDR représente seulement 68% de la section efficace totale dans cette région. L'augmentation de 10% est donc due aux effets des anharmonicités et des non-linéarités sur l'excitation de tous les états à 2-phonons présents dans la région de la DGDR.

L'augmentation de 10% due aux nouveaux termes est dix fois plus petite que celle obtenue dans le modèle de l'oscillateur et trois fois plus petite que celle observée dans le modèle à deux niveaux. Il est important de comprendre pourquoi.

Comme nous l'avons vu, l'interaction résiduelle entre phonons calculée dans le cas du  $^{208}\text{Pb}$  est faible. L'inclusion de cette interaction résiduelle introduit une correction aux énergies des états, en moyenne, de 200 keV comparée aux modèles schématiques où elle était de 2 MeV. Les mélanges des fonctions d'onde sont aussi en moyenne dix fois plus petits que ceux présents dans les modèles schématiques. Ces corrections nettement plus petites apportées aux énergies ainsi qu'aux fonctions d'onde expliquent les effets réduits des anharmonicités et des non-linéarités sur les probabilités d'excitation des états excités du  $^{208}\text{Pb}$ . En effet, les résultats obtenus pour certains états (tab.7.5) ainsi que dans le cas simple (éq.7.23) et (fig.7.7) où le mélange des fonctions d'onde peut être augmenté de manière arbitraire montrent clairement que même dans le calcul microscopique l'introduction de ces nouveaux termes peut entraîner des augmentations importantes des sections efficaces. L'importante réduction des effets des anharmonicités et des non-linéarités sur les sections efficaces d'excitation ne doit donc pas être recherchée dans la simplicité des calculs schématiques par rapport au calcul microscopique, mais bien dans la faiblesse des interactions résiduelles calculées microscopique-

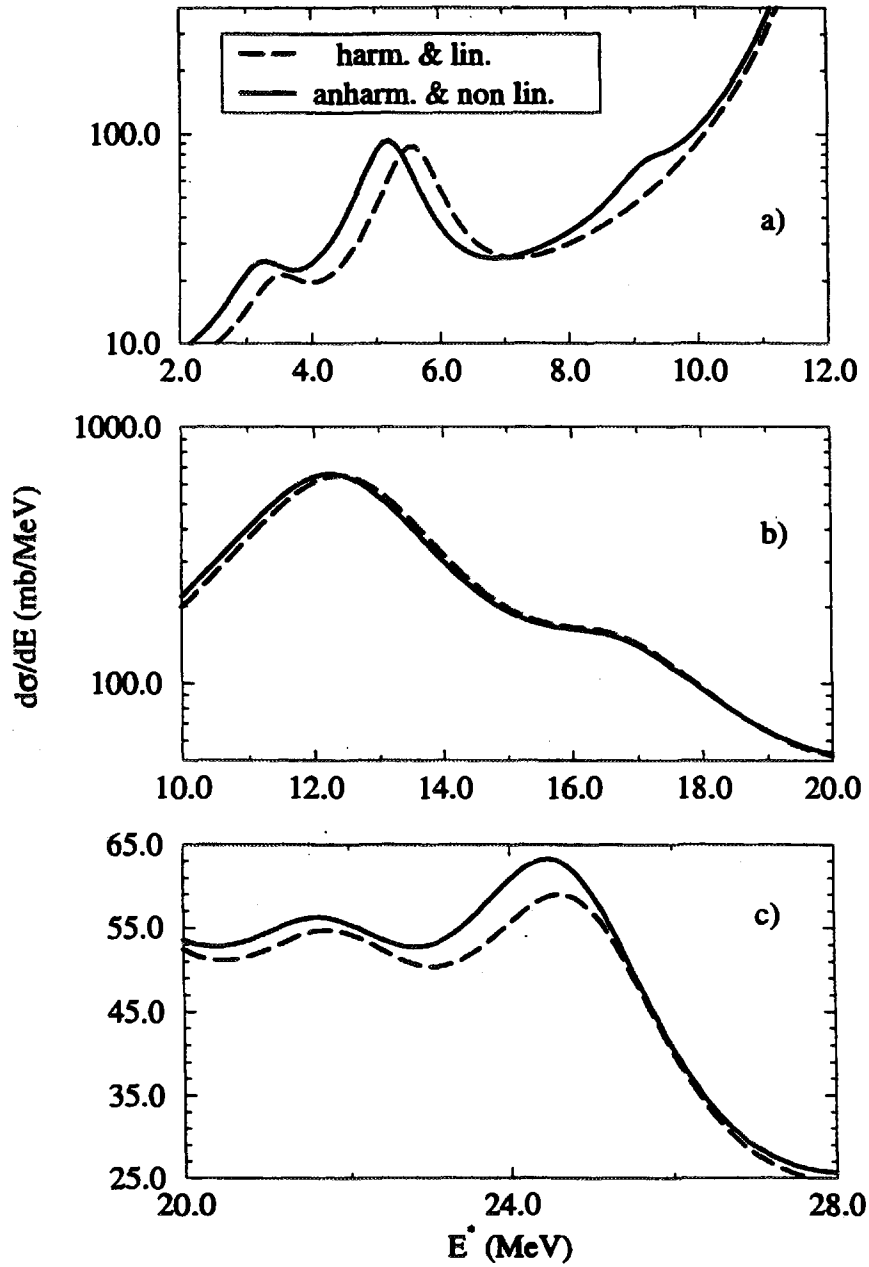


FIG. 7.9 - Comparaison entre la section efficace différentielle d'excitation coulombienne du  $^{208}\text{Pb}$  obtenue dans le calcul harmonique et linéaire et dans le calcul anharmonique et non-linéaire. La réaction considérée est  $^{208}\text{Pb} + ^{208}\text{Pb}$  à 641 MeV par nucléon. Les trois figures correspondent à trois différentes régions en énergie : a) la région de bas niveaux; b) la région de la GDR et c) la région de la DGDR. Les sections efficaces de chaque état ont été multipliées par une lorentzienne ayant une largeur de 3 MeV. Pour la région à basse énergie, une largeur de 1 MeV a été utilisée [18].



ment.

### Comparaison avec l'expérience: rôle des états à 2-phonons différents de la DGDR

Finale­ment, une comparaison entre les prédictions théoriques sur les sections efficaces totales obtenues dans cette approche et celles mesurées a été réalisée. Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, il existe à présent plusieurs mesures des sections efficaces d'excitation coulombienne des DGR dans le  $^{208}\text{Pb}$  [9, 49, 13]. Rappelons que, dans ces travaux, le désaccord entre les sections efficaces mesurées et calculées avec le modèle de convolution (annexe A) harmonique et linéaire, est de 1.33 [13] et de 2 [9, 49]. Rappelons aussi que, dans [9], afin d'obtenir ces valeurs il est nécessaire de faire une hypothèse sur le rapport de branchement  $\gamma$  de la DGDR à la GDR.

La comparaison entre nos résultats et les valeurs mesurées dans le travail [13] est présentée dans le tableau (tab.7.8). La section efficace calculée de la GDR est en bon accord avec la valeur expérimentale. Signalons que la différence entre la règle de somme associée à la force dipolaire dans le résultat expérimental [13] où 122% de la règle de somme a été pris et la prédiction théorique (tab.7.8) où 90% de la règle de somme a été considérée (tab.7.1) est seulement apparente car les règles de somme de référence ne sont pas les mêmes. En effet, dans nos calculs les règles de somme sont calculées en multipliant les énergies RPA par les  $B(E\lambda)$  (éq.7.8) [75]. De ce fait, l'augmentation de 30% par rapport à la règle de somme TRK due au caractère isovectoriel de la transition est automatiquement incluse [75].

La section efficace calculée de la DGDR (0.22 barn) correspond à 58% de la section efficace expérimentale (0.38 barn) dans la région de la DGDR attribuée à la seule DGDR dans [13] (tab.7.8). Dans notre calcul, l'inclusion des états à 2-phonons différents de la DGDR et construits avec des phonons de différentes multipolarités augmente de 27% la section efficace dans cette région, qui passe de 0.22 à 0.28 barn (tab.7.8). La contribution de ces états à la section efficace d'excitation est importante. Il est donc nécessaire d'en tenir compte, alors que ces contributions sont négligées dans la plupart des calculs [10, 9, 49, 13, 52, 53, 54, 55, 15].

Finale­ment l'inclusion des anharmonicités et des non-linéarités porte la section efficace à 0.31 barn grâce à une augmentation de la section efficace des états à 2-phonons différents de la DGDR par un facteur supérieur à 65%. Le désaccord entre la section efficace calculée dans la région de la DGDR et la section efficace mesurée est donc réduit de  $42\% \pm 10\%$  à  $18\% \pm 10\%$  (tab.7.8). Ce résultat est relativement satisfaisant du fait que des améliorations peuvent encore être apportées aux calculs théoriques. En premier lieu, il faudrait inclure tous les états de multipolarité  $\leq 3$  peu collectifs (nous n'avons retenu que les états satisfaisant à au moins 5% des règles de somme associées) ainsi que les forces de multipolarité  $> 3$

	GDR	DGDR	région de la DGDR
$\sigma_{th}$	3.13 (3.14)	0.21 (0.22)	0.31 (0.28)
$\sigma_{exp}$	$3.28 \pm 0.05$	$0.38 \pm 0.04$	

TAB. 7.8 - Comparaison entre les prédictions théoriques et les résultats expérimentaux (en barn) [13] dans le  $^{208}\text{Pb}$  obtenus lors de la réaction  $^{208}\text{Pb} + ^{208}\text{Pb}$  à 641 MeV par nucléon. Les prédictions théoriques (première ligne) correspondent aux sections efficaces de la GDR et de la DGDR. La troisième colonne correspond à la section efficace obtenue en sommant les sections efficaces de tous les états au-dessus de la IVGQR ( $E > 22 \text{ MeV}$ ). Les sections efficaces théoriques sont les résultats du calcul non-linéaire et anharmonique tandis que les valeurs entre parenthèses sont les résultats du calcul linéaire et harmonique. Les résultats expérimentaux [13] sont donnés à la deuxième ligne. Les valeurs correspondent à : la section efficace extraite de la GDR (première colonne); la section efficace de la DGDR (deuxième colonne). Cette section efficace a été obtenue avec un ajustement de la région de la DGDR après la soustraction de la GDR et de la GQR (IS et IV) au spectre expérimental [18].

qui ont été négligées dans ce calcul. Deuxièmement, la fonction de transmission  $T(b)$  dans les calculs des sections efficaces (annexe B) peut être étendue à des paramètres d'impacts plus petits. Cette correction a déjà été étudiée [101] et évite le choix arbitraire du paramètre d'impact minimal et peut apporter une certaine augmentation de la section efficace dans la région de la DGDR par rapport à la section efficace de la GDR [10, 9, 48, 13, 52, 51, 53, 54, 55, 15, 16, 18, 102, 103]. Troisièmement, une éventuelle contribution de l'excitation due à l'interaction nucléaire n'a pas été considérée dans ce travail. Une étude en ce sens est dès à présent en cours. Signalons que l'excitation nucléaire a été estimée négligeable dans [52, 53, 54, 101] mais, dans ces travaux, seulement l'excitation nucléaire de la ISGQR, contribuant à la section efficace de la composante  $2^+$  de la DGDR via un mélange de ces deux états, a été incluse. En dernier lieu, il serait nécessaire de prendre en compte la largeur des résonances. Cette correction a déjà été étudiée et elle n'a donné aucune modification importante des sections efficaces dans un calcul microscopique [15]. Toutefois dans [52, 53, 54] l'inclusion des largeurs comporte une augmentation à la fois de 10% sur la section efficace dans la région de la GDR et de 20% dans la région de la DGDR.

Finalement, l'approche utilisée pour le  $^{208}\text{Pb}$  a été employée pour étudier l'ex-

citation coulombienne des DGR dans les noyaux  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{28}\text{O}$ . Les prédictions théoriques sur les sections efficaces des DGR sont données en annexe (annexe E). En ce qui concerne les effets des anharmonicités et des non-linéarités, la comparaison avec les résultats du calcul harmonique et linéaire confirme les effets trouvés dans le  $^{208}\text{Pb}$  et montre une augmentation de la section efficace dans la région de la DGDR. Les facteurs d'accroissement sont de 13% dans le  $^{90}\text{Zr}$  et de 68% dans l' $^{28}\text{O}$  (annexe E). Dans le cas du  $^{40}\text{Ca}$ , une augmentation de 20% a été indiquée dans la réf.[18] correspondant seulement à la section efficace dans le voisinage de la  $DGDR_1$ . Une analyse plus détaillée montre cependant que la section efficace dans toute la région de la DGDR dans le calcul anharmonique et non-linéaire augmente de 68% par rapport au calcul harmonique et linéaire (annexe E). Dans le  $^{90}\text{Zr}$ , le  $^{40}\text{Ca}$  et l' $^{28}\text{O}$  l'interaction résiduelle calculée entre les états à 1 et à 2-phonons et les états à 2-phonons est plus grande que dans le cas du  $^{208}\text{Pb}$  (annexe E). Ceci explique l'augmentation plus importante de la section efficace dans la région de la DGDR et indique clairement qu'elle croît avec l'accroissement de l'interaction résiduelle entre phonons.

## 7.5 Conclusions

A l'aide des méthodes d'expansion en bosons, nous avons inclu des nouveaux termes dans la description microscopique des Résonances Géantes Doubles et de leur excitation, description normalement basée sur l'excitation linéaire de vibrations de petite amplitude. Nous avons ajouté les anharmonicités dans l'hamiltonien intrinsèque, à savoir d'une part des corrections dues au principe d'exclusion de Pauli et d'autre part l'interaction résiduelle particule-particule et trou-trou. L'espace considéré est constitué des états à 1 et 2-phonons RPA. L'introduction de ces termes modifie les énergies et mélange les fonctions d'onde des phonons. En outre, du fait que les Résonances Géantes Doubles sont des vibrations de grande amplitude, le champ externe peut induire des excitations particule-trou ainsi que des excitations particule-particule et trou-trou, nous avons donc inclu ces termes, non-linéaires, dans le champ externe exciteur.

Si d'une part, les anharmonicités distribuent la force d'une multipolarité donnée sur plusieurs états, d'autre part les non-linéarités ouvrent de nouvelles possibilités dans le mécanisme d'excitation de états. L'introduction de ces nouveaux termes augmente alors les sections efficaces d'excitation coulombienne des DGR.

Cette approche a été utilisée pour calculer les sections efficaces d'excitation coulombienne dans les noyaux  $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{28}\text{O}$ . Dans tous les noyaux étudiés, des effets importants ont été observés en particulier sur les états de basse énergie.

Dans le cas du  $^{208}\text{Pb}$ , les résultats montrent que ce noyau doublement magique est un bon oscillateur harmonique, ce qui concorde avec les résultats expérimentaux [13]. Une comparaison entre les sections efficaces calculées et les valeurs

mesurées [13] montre que la section efficace de la GDR est en accord avec la valeur mesurée. Après l'inclusion des anharmonicités et des non-linéarités ainsi que des états à deux phonons différents de la DGDR présents dans le voisinage de la DGDR, la section efficace dans la région de la DGDR est de  $0.31$  barn à comparer avec la section efficace expérimentale de  $0.38 \pm 0.04$  barn. La comparaison entre sections efficaces calculées et mesurées dans cette région tend à être satisfaisante. Le facteur global d'augmentation dû aux seules anharmonicités et non-linéarités est de 10%. En effet, dans le cas du  $^{208}\text{Pb}$ , l'interaction résiduelle entre phonons est faible et en moyenne entre 5 et 10 fois plus petite que celle utilisée dans les calculs schématiques. Par conséquent, les modifications des énergies des phonons sont de l'ordre de quelque pourcent et les mélanges des fonctions d'onde faibles.

En ce qui concerne les autres noyaux, il n'existe pas à présent de données expérimentales. La comparaison entre les calculs, harmonique et linéaire et anharmonique et non-linéaire, montre une augmentation de la section efficace dans la région de la DGDR variant entre 10% et 20%. Cette augmentation, plus importante que celle observée dans le  $^{208}\text{Pb}$ , trouve son origine dans une interaction résiduelle entre phonons plus importante. Ce qui confirme que les effets dépendent fortement de l'interaction résiduelle.

Signalons que la force effective utilisée dans ces calculs est ajustée pour reproduire les propriétés des noyaux proches de l'état fondamental. Dans ce travail, elle a été utilisée dans les canaux particule-particule et trou-trou pour lesquels peu d'études existent à présent.

En conclusion, l'ensemble des résultats indique qu'une description telle que celle utilisée réduit le désaccord expérience-théorie. Il serait alors intéressant de réaliser ce type de calcul dans les noyaux à couche ouverte ou bien déformés où les anharmonicités devraient être bien plus importantes. Rappelons que l'écart d'un facteur 2 existant entre prédictions théoriques et valeurs expérimentales des sections efficaces d'excitation coulombienne des DGR dans l' $^{197}\text{Au}$  et le  $^{136}\text{Xe}$  n'a pas encore été compris.

## Chapitre 8

# Conclusions et perspectives

Le but de ce travail était d'étudier le rôle des anharmonicités et des non-linéarités sur l'excitation des Résonances Géantes Doubles. Nous avons montré que l'inclusion à la fois d'anharmonicités dans la vibration et d'une réponse non-linéaire du noyau à un champ excitateur améliore la description des probabilités d'excitation des Résonances Géantes Doubles : l'effet de ces termes est d'augmenter les sections efficaces d'excitation.

Tout d'abord, l'étude dans le modèle schématique d'un oscillateur anharmonique excité non-linéairement nous a montré que l'introduction d'anharmonicités et de non-linéarités introduisait une augmentation de la section efficace du deuxième état excité tout en modifiant peu son énergie. Toutefois, le principe d'exclusion de Pauli présent dans une extension du modèle de Lipkin-Meshkov-Glick, développée spécifiquement pour ce problème, réduit les effets des nouveaux termes car il entraîne un blocage des transitions entre le premier et le deuxième état collectif.

Si le but de ce travail est représenté par l'étude des effets des anharmonicités et des non-linéarités sur les probabilités d'excitation des Résonances Géantes Doubles dans un calcul microscopique, les résultats obtenus dans les modèles schématiques exactement solubles sont néanmoins irremplaçables. En effet, les effets sur les probabilités d'excitation mis en évidence dans ces modèles ne sont pas affectés par certaines approximations nécessairement présentes dans le calcul microscopique. Ce calcul en effet a été réalisé à l'aide des méthodes d'expansion en bosons qui permettent de décrire les propriétés de fermions dans un sous-espace de l'espace de boson, appelé l'espace physique, et remplacer les opérateurs de fermions par une série infinie d'opérateurs de bosons.

Une première approximation présente dans le calcul microscopique est la troncation, numériquement nécessaire, de l'espace. C'est cette troncation de l'espace qui impose l'ordre dans la troncation des développements en série d'opérateurs. Mais, là est une des questions, comment ces deux troncations affectent-elles les résultats? Nous avons par exemple constaté que dans le modèle de l'oscillateur le mélange des premiers deux états avec des états excités de haute énergie in-

troduit par les anharmonicités contribuait à augmenter la section efficace du deuxième état. L'avantage de disposer des solutions exactes dans des modèles schématiques est qu'elles permettent évidemment de tester la qualité des approximations faites, notamment des troncations de l'espace et de l'hamiltonien. En appliquant les méthodes d'expansion en bosons au modèle de Lipkin-Meshkov-Glick étendu, j'ai donc pu montrer que les troncations réalisées représentent de bonnes approximations; elles n'affectent pas de manière significative les effets des anharmonicités sur les probabilités d'excitation.

Une autre difficulté récurrente dans les calculs basés sur les méthodes d'expansion en bosons est le problème de la contribution d'états spurieux, c'est-à-dire des états appartenant à l'espace non-physique. Sur la base de la comparaison entre solutions exactes et approchées, j'ai pu également montrer que d'éventuelles contributions de composantes d'états spurieux n'influencent pas de manière significative les conclusions sur les troncations.

L'ensemble des résultats obtenus dans ce contexte suggèrent donc qu'en élargissant l'espace et augmentant l'ordre de l'hamiltonien dans le calcul microscopique, les effets trouvés devraient être très peu modifiés.

En dehors des méthodes d'expansion en boson, une autre approche permettant d'étudier l'excitation des Résonances Géantes Doubles est celle du champ moyen dépendant du temps qui inclut de manière intrinsèque les anharmonicités dans la vibration et les non-linéarités dans l'excitation. Toutefois les modes ne sont pas quantifiés. Dans ce contexte, un problème qui se pose est d'extraire la probabilité d'excitation de ces états.

L'application de cette approche au modèle de Lipkin-Meshkov-Glick étendu nous a permis de donner une première réponse à cette question. L'étude réalisée dans ce travail montre que la relation entre l'amplitude des pics à haute fréquence dans les transformées de Fourier des observables à un corps et la probabilité d'excitation du deuxième état est complexe car elle dépend des anharmonicités. Les valeurs moyennes d'observables à deux corps se révèlent être des observables pertinentes reliées à la probabilité d'excitation du deuxième état.

Toutefois, si les fluctuations de point zéro ainsi que les corrélations à deux corps sont importantes dans le système, alors l'évolution en temps de ces valeurs moyennes dévie fortement de l'évolution quantique exacte.

Finalement, le calcul microscopique des sections efficaces d'excitation coulombienne des Résonances Géantes Doubles dans divers noyaux montre que l'inclusion d'anharmonicités et de non-linéarités dans la description de ces états ainsi que de leur excitation augmente leurs sections efficaces, en accord avec les résultats des modèles schématiques. Les mécanismes responsables de cette augmentation sont bien compris. D'une part les forces de différentes multipolarités sont redistribuées sur un nombre plus grand d'état suivant le mélange entre états introduits par les anharmonicités, d'autre part des nouvelles voies dans le mécanisme d'excitation des Résonances Géantes Doubles sont ouvertes par les non-linéarités dans le champ externe exciteur.

Nous avons également mis en évidence que, contrairement à ce qui a été supposé dans la plupart des calculs réalisés jusqu'à présent, toutes les Résonances Géantes Doubles, et pas seulement la Résonance Géante Dipolaire Double, contribuent de manière importante à la section efficace. C'est en effet l'influence des anharmonicités et des non-linéarités sur la section efficace de ces états qui s'avère important, car la section efficace de la Résonance Géante Dipolaire Double est en partie contrainte par des arguments provenant des règles de somme.

C'est le rôle important joué sur l'excitation par les anharmonicités et les non-linéarités ainsi que par les nombreux états inclus dans notre approche qui rend la comparaison entre les sections efficaces calculées et mesurées dans le  $^{208}\text{Pb}$  assez satisfaisante. Le désaccord entre expérience et théorie dans la région de la Résonance Géante Dipolaire Double est de  $18\% \pm 10\%$ . Cet écart peut être ultérieurement réduit car des améliorations peuvent encore être apportées.

Un premier pas serait d'inclure les nombreux états faiblement collectifs qui ont été négligés (nous avons retenu les états satisfaisant à plus de 5% des forces de différentes multipolarités) ainsi que les forces de multipolarité supérieure à trois. Ensuite, il faudrait remplacer la fonction de transmission à bord franc utilisée dans le calcul des sections efficaces par une fonction continue de façon à prendre en compte l'excitation coulombienne aussi aux paramètres d'impact petits. Finalement, l'interaction nucléaire peut aussi contribuer à l'excitation des Résonances Géantes Doubles aux paramètres d'impact petits. L'inclusion de l'excitation nucléaire est actuellement en cours.

Quelles perspectives?

Nous avons abordé le problème de l'excitation des Résonances Géantes Doubles dans une approche en champ moyen dépendant du temps dans un modèle schématique. Il serait maintenant intéressant de l'étudier dans un cas plus réaliste et de comparer les effets des anharmonicités et des non-linéarités sur les probabilités d'excitation dans cette approche avec ceux trouvés dans le calcul microscopique.

L'ensemble des résultats obtenus indique clairement que l'augmentation de la section efficace produite par les anharmonicités et les non-linéarités peut être encore plus importante que celle trouvée dans ce travail. En effet, cette augmentation dépend fortement des anharmonicités qui ont été estimées petites dans la plupart des noyaux étudiés. Ces noyaux doublement magiques se sont révélés de très bons vibreurs. Toutefois, la force effective utilisée dans ces calculs est ajustée pour reproduire les propriétés des noyaux proches de l'état fondamental, c'est-à-dire dans la voie particule-trou. Il existe à présent peu de travaux permettant de tester cette interaction dans les canaux particule-particule et trou-trou. Une modification de l'interaction résiduelle dans les voies particule-particule et trou-trou pourrait entraîner une variation des anharmonicités. L'étude des propriétés des Résonances Géantes Doubles fournit donc un test des forces effectives dans les canaux particule-particule et trou-trou.

Les résultats du calcul microscopique nous encouragent à appliquer notre approche étendue aux noyaux déformés ou bien à couche ouverte, tels que le  $^{136}\text{Xe}$  et

$^{197}\text{Au}$ . Le désaccord entre prédictions théoriques et résultats expérimentaux sur les sections efficaces d'excitation coulombienne des Résonances Géantes Doubles dans ces noyaux est dans ce cas plus flagrant car l'écart  $y$  est entre 2 et 4. Dans ces noyaux les anharmonicités sont certainement plus fortes que celles trouvées dans ce travail; leur inclusion ainsi que l'inclusion de non-linéarités pourra combler une partie importante de l'écart entre expérience et théorie.

La prédiction de ces sections efficaces reste maintenant un point ardu mais très important à résoudre car la solution de ce problème nous permettra d'affirmer que notre compréhension globale des Résonances Géantes n'est pas à mettre en doute.

J'aimerais finir ce mémoire en signalant que l'utilisation d'approches qui vont au-delà de l'approximation harmonique et linéaire sera peut-être encore plus nécessaire dans la description de modes vibrationnels de grande amplitude peu collectifs comme les modes de basse énergie prédits pour les noyaux légers riches en neutrons. C'est ce que nous avons illustré dans le modèle schématique du puits fini (annexe F). Par exemple, de nombreuses spéculations ont été faites sur l'existence dans les noyaux présentant un halo d'un mode vibrationnel de basse énergie et faiblement collectif, appelé "soft dipole". Ce mode consisterait d'une vibration où les nucléons du halo oscilleraient en opposition de phase avec les nucléons du coeur. Ces modes seront peut-être mis en évidence avec la mise en oeuvre des nouvelles installations. Notre étude schématique (annexe F) indique que l'applicabilité des approches standard de réponse linéaire des vibrations de petite amplitude à ces modes devrait être soigneusement étudiée.



## Annexe A

### Le modèle de convolution

#### A.1 La méthode de Weizsäcker-Williams (WW)

En 1924, Enrico Fermi a utilisé l'idée de photons virtuels pour traiter le processus d'ionisation des atomes dû à l'absorption des rayons X [104]. La méthode de Weizsäcker-Williams (WW) ou méthode de photons virtuels a été ensuite développée indépendamment en 1934 par C.F. Weizsäcker et E.J. Williams [105].

L'idée est de remplacer le champ électromagnétique classique d'interaction entre une particule incidente et un système cible chargés (un électron incident sur un atome, deux ions, etc...) par l'interaction de la même cible avec un flux de photons virtuels, dont le spectre en fréquence est équivalent à la décomposition spectrale du champ électromagnétique.

Dans un référentiel  $\mathbf{K}$  d'un observateur au repos, le champ électromagnétique produit par une charge ponctuelle  $q$  se déplaçant à une vitesse constante  $v$  le long d'une droite, est :

$$\begin{cases} E_1 = \frac{q\gamma vt}{(b^2 + (\gamma vt)^2)^{3/2}} \\ E_2 = \frac{q\gamma b}{(b^2 + (\gamma vt)^2)^{3/2}} \\ B_3 = \beta E_2 \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

où  $\gamma$  est le facteur de Lorentz associé à  $v$ ,  $\beta = v/c$  et  $b$  est la distance la plus proche entre l'observateur et la charge (fig.A.1).

La composante longitudinale  $E_1$  du champ est importante seulement pendant l'intervalle en temps  $\delta t \simeq b/\gamma v$ . Son maximum augmente avec l'accroissement de  $\gamma$  tandis que sa durée en temps diminue. Dans le même intervalle en temps, la composante transverse  $E_2$  varie rapidement de positive à négative. Son intégrale est donc égale à zéro.

Pour  $\beta \rightarrow 1$ , l'observateur voit un champ électrique transverse  $E_2$  et un champ magnétique orthogonal  $B_3$  presque identiques. Par conséquent, le champ électromagnétique ( $E_2, B_3$ ) ne peut pas être distingué de celui d'un photon  $P_1$  ayant une polarisation plane et se propageant le long de l'axe  $x$ . De même, en introduisant un champ magnétique  $B_2$  orthogonal à  $E_1$ , le champ ( $E_1, B_2$ ) peut

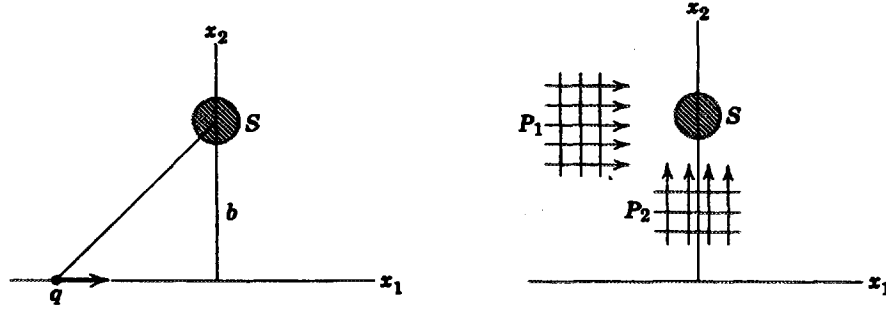


FIG. A.1 - Particule chargée relativiste incidente sur un système cible S et photons virtuels équivalents [105].

être substitué par un photon  $P_2$  se propageant le long de l'axe  $y$  (fig.A.1).

C'est cette équivalence entre les photons et le champ électromagnétique d'interaction entre deux particules chargées qui est à la base de la méthode des photons virtuels.

Il s'agit, en effet, de quantifier le spectre en fréquence (énergie par unité de surface par unité de fréquence) du champ (A.1) :

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{d\omega}(\omega, b) &= \frac{c}{2\pi} |E_2(\omega)|^2 = \frac{q^2 c}{\pi^2 v b^2} \xi^2 K_1^2(\xi) \\ \frac{dI_2}{d\omega}(\omega, b) &= \frac{c}{2\pi} |E_1(\omega)|^2 = \frac{q^2 c}{\pi^2 v b^2} \frac{q}{\gamma^2} \xi^2 K_0^2(\xi) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

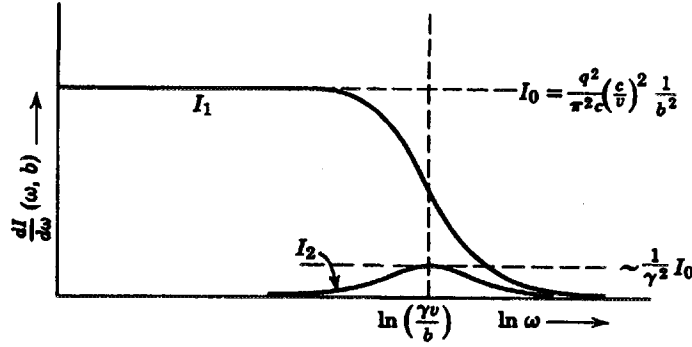
où  $\xi = \omega b / \gamma v$  est le paramètre d'adiabaticité et  $K_0, K_1$  sont les fonctions de Bessel modifiées du premier et du deuxième ordre (fig.A.2).

Les relations (A.2) montrent que le spectre de la composante longitudinale du champ est  $\gamma^{-2}$  fois le spectre de la composante transverse (A.1). De ce fait, dans les collisions relativistes et ultra-relativistes, la composante transverse du champ électromagnétique est la plus importante.

En outre, du fait que  $E_1$  n'est important que pour  $\delta t \simeq b / \gamma v$  (A.1),  $dI_1 / d\omega$  présente une coupure en énergie, à savoir  $\omega_{max} \simeq 1 / \delta t \simeq \gamma v / b$  (A.2). Ce qui correspond à l'énergie maximale qui peut être transférée dans la collision. En ce qui concerne  $E_2$  (A.1),  $dI_2 / d\omega$  présente un spectre en fréquences petit, centré autour de  $\gamma v / b$  (A.2).

L'énergie par unité de fréquence du champ de photons virtuels est obtenue en intégrant les relations (A.2) sur le paramètre d'impact  $b$  :

$$\frac{dI}{d\omega} = \frac{2q^2 c}{\pi v^2} \left\{ \bar{\xi} K_0(\bar{\xi}) K_1(\bar{\xi}) - \frac{v^2}{2c^2} (\bar{\xi})^2 [K_1^2(\bar{\xi}) - K_0^2(\bar{\xi})] \right\} \quad (\text{A.3})$$

FIG. A.2 - Spectres en fréquence de photons virtuels,  $P_1$  et  $P_2$  [105].

où  $\bar{\xi} = \omega b_{min}/\gamma v$ . La borne inférieure dans cette intégrale,  $b_{min}$ , définit la distance minimale d'approche des deux charges.

Finalement, le nombre  $N(E_\gamma)$  de photons virtuels d'énergie  $E_\gamma = \hbar\omega$ , est donné par la relation :

$$N(E_\gamma)d(E_\gamma) = \frac{1}{E_\gamma} \frac{dI}{dE_\gamma}(E_\gamma)dE_\gamma \quad (\text{A.4})$$

Ce nombre décroît exponentiellement pour les photons de haute fréquence car  $\frac{dI}{d\omega} \approx \frac{q^2}{c} \frac{c^2}{v} (1 - \frac{v^2}{c^2}) e^{-2\frac{\omega b_{min}}{\gamma v}}$  pour  $\omega \gg \gamma v/b_{min}$  (A.3). On voit donc bien que la méthode WW correspond à une description semi-classique des collisions entre deux particules chargées.

## A.2 L'excitation multiple

La méthode Weizsäcker-Williams peut être utilisée pour décrire l'excitation multiple d'un noyau (projectile ou cible) dans une collision relativiste entre ions lourds. Ceci correspond à l'absorption de plusieurs photons virtuels [106, 62, 55].

La valeur moyenne  $\mu_\gamma(b)$  de photons absorbés par le projectile (ou par la cible), à un paramètre d'impact  $b$ , est :

$$\mu_\gamma(b) = \int dE_\gamma N(E_\gamma, b) \sigma_\gamma(E_\gamma) = \int dE_\gamma \Phi(E_\gamma, b) \quad (\text{A.5})$$

c'est-à-dire qu'elle est donnée par le produit du nombre  $N(E_\gamma, b)$  de photons virtuels au paramètre d'impact  $b$  et ayant énergie  $E_\gamma$  fois la section efficace mesurée

de photoabsorption  $\sigma_\gamma(E_\gamma)$ , lors de la réaction  $A(\gamma, xn)A_{N-xn}$ . Cette section efficace dépend de la multipolarité de la transition et elle est fixée par les règles de sommes associées. Dans le cas de la GDR par exemple,  $\sigma_\gamma(E_\gamma)$  est une lorentzienne dont l'intégrale est fixée par la règle de somme TRK [75].

Dans le modèle de convolution [106, 62, 107, 55], le noyau est considéré comme étant un oscillateur harmonique classique. La probabilité d'exciter  $n$ -fois le système  $P_n$ , est alors donnée par la loi de Poisson (3.5) [72] où la valeur moyenne  $\bar{n} = \mu_\gamma(b)$  est donnée par (A.5).

Par conséquent, dans une collision à un paramètre d'impact  $b$ , la probabilité d'absorber un photon d'énergie quelconque est :

$$P_1(b) = \mu_\gamma(b)e^{-\mu_\gamma(b)} \quad (\text{A.6})$$

et la probabilité renormalisée que ce photon ait une énergie  $E_\gamma$  est:

$$q_1(E_\gamma, b) = \frac{\Phi(E_\gamma, b)}{\mu_\gamma(b)} \quad (\text{A.7})$$

La section efficace différentielle d'absorption d'un photon,  $d\sigma_1/dE$ , est donc donnée par le produit des facteurs (A.6) et (A.7) :

$$\frac{d\sigma_1}{dE} = \int 2\pi b db P_1(b) q_1(E, b) = \int 2\pi b db e^{-\mu_\gamma(b)} \Phi(E, b) \quad (\text{A.8})$$

De même, le produit de la probabilité d'absorber deux photons à un paramètre d'impact  $b$  :

$$P_2(b) = \frac{m_\gamma^2(b)e^{-m_\gamma(b)}}{2!} \quad (\text{A.9})$$

fois la probabilité que ces deux photons transfèrent une énergie d'excitation  $E$  :

$$q_2(E, b) = \frac{\int dE_1 \Phi(E_1, b) \Phi(E - E_1, b)}{m_\gamma^2(b)} \quad (\text{A.10})$$

donne la section efficace différentielle d'excitation :

$$\frac{d\sigma_2}{dE} = \int 2\pi b db P_2(b) q_2(E, b) = \int 2\pi b db e^{-m_\gamma(b)} \int dE_1 \Phi(E_1, b) \Phi(E - E_1, b) \quad (\text{A.11})$$

A partir de (3.5) et de  $q_n(E, b)$ , produit de convolution  $n$ -fois de la fonction  $\Phi(E, b)$  avec elle-même, la section efficace différentielle d'excitation  $d\sigma_n/dE$  peut être calculée.

La section efficace totale d'absorption de  $n$  photons est alors [106] :

$$\sigma = \int dE \left[ \frac{d\sigma_1}{dE} + \frac{d\sigma_2}{dE} + \dots \frac{d\sigma_n}{dE} \right] \quad (\text{A.12})$$

L'effet de la température finie dans le processus d'excitation multiple est négligé car la section efficace de photoabsorption  $\sigma_\gamma(E_\gamma)$  utilisée dans ce type de calcul est celle mesurée dans les noyaux se trouvant dans l'état fondamental [106].

Du fait que les probabilités d'excitation calculées en théorie de perturbations correspondent à la loi de Poisson (3.5) au facteur  $e^{-|\mu|^2}$  près, les fonctions  $\frac{d\sigma_1}{dE}$ ,  $\frac{d\sigma_2}{dE}$ , ...  $\frac{d\sigma_n}{dE}$  sont aussi appelées sections efficaces différentielles au premier, deuxième, ... à l' $n^{\text{ième}}$  ordre.

Il est important de remarquer que la méthode WW permet de calculer les sections efficaces d'excitation coulombienne dans une collision relativiste entre ions lourds à partir des sections efficaces de photoabsorption (A.5, A.8, A.11).

## Annexe B

# La méthode des voies couplées

Il s'agit de résoudre tout d'abord l'équation de Schrödinger indépendante du temps

$$H\phi = E\phi \quad (\text{B.1})$$

pour un hamiltonien  $H$  afin de déterminer les fonctions propres  $|\phi_j\rangle$  associées aux valeurs propres  $E_j$  de cet hamiltonien.

La fonction d'onde  $|\psi(t)\rangle$  est alors exprimable comme une superposition linéaire des fonctions propres  $|\phi_j\rangle$  relatives aux énergies  $E_j$ :

$$|\psi(t)\rangle = \sum_j A_j(t) e^{-iE_j t} |\phi_j\rangle \quad (\text{B.2})$$

Pour étudier l'excitation du système dû à un champ externe  $W(t)$ , il faut résoudre l'équation de Schrödinger dépendante du temps ( $\hbar = 1$ ):

$$[H + W(t)]|\psi(t)\rangle = i \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle \quad (\text{B.3})$$

Après l'introduction de  $|\psi(t)\rangle$  dans (B.3), cette équation devient équivalente à un système d'équations différentielles au premier ordre, couplées, pour les amplitudes  $A_j(t)$  ( $\hbar = 1$ ):

$$\dot{A}_j(t) = -i \sum_{j'} e^{i(E_j - E_{j'})t} \langle \phi_j | W(t) | \phi_{j'} \rangle A_{j'}(t) \quad (\text{B.4})$$

Cette méthode est aussi connue sous le nom de "méthode des voies couplées" [107].

Les valeurs

$$A_j(t) = \langle \phi_j | \psi(t) \rangle e^{iE_j t} \quad (\text{B.5})$$

au temps  $t = +\infty$  sont les amplitudes d'excitation après la collision. La probabilité d'exciter l'état  $|\phi_j\rangle$  est alors égale à

$$P_j = |\langle \phi_j | \Psi(t = +\infty) \rangle|^2 = |A_j(t = +\infty)|^2 \quad (\text{B.6})$$

Pour calculer les sections efficaces  $\sigma_j$ , il faut intégrer  $P_j(b)$  sur les différents paramètres d'impact  $b$

$$\sigma_j = 2\pi \int_0^{\infty} T(b)P_j(b)bdb \quad (B.7)$$

où  $T(b)$  est la fonction de transmission.

Dans les calculs schématiques ainsi que dans le calcul microscopique réalisés, cette fonction a été prise égale à un bord franc, c'est-à-dire  $T(b) = 1$  pour  $b > b_{\min}$  et  $T(b) = 0$  pour  $b < b_{\min}$ . Le paramètre  $b_{\min}$  a été fixé à une distance entre les deux ions suffisante pour que l'interaction coulombienne soit l'interaction dominante, à savoir  $r_0(A_P^{1/3} + A_T^{1/3})$  avec  $r_0 = 1.5$  fm et 1.2 fm (distance de contact). Pour des valeurs de  $b_{\min}$  plus petites, les noyaux interagissent aussi au travers de la force nucléaire. Ceci entraîne des phénomènes d'absorption qui peuvent être décrits par un potentiel imaginaire [108].

Une fonction de transmission plus réaliste serait donnée par une fonction  $T(b)$  continue dans le paramètre d'impact  $b$  qui tiendrait compte de l'excitation coulombienne même à des paramètres d'impacts petits.

## Annexe C

# Une extension du modèle de Lipkin-Meshkov-Glick conservant les règles de somme

Soit l'hamiltonien quadratique du modèle à deux niveaux (4.15) :

$$H_A = \varepsilon K_0 + V_1(K_+ K_-) + V_2(K_+^2 + K_-^2) + V_3(K_+ K_0 + K_- K_0) + V_4 K_0^2$$

Dans le chapitre 4 nous avons étudié les effets des termes  $V_3(K_+ K_0 + K_- K_0)$  et  $V_4 K_0^2$  sur les probabilités d'excitation quand le système est excité par le champ externe  $W(t) = F(t)K_x$  (éqs.(4.19) et (4.20)). Après l'introduction de ces nouveaux termes, la section efficace du deuxième état excité  $\sigma_2$  augmente de 60 %, tandis que celle du premier état  $\sigma_1$  augmente de 20 % (tab.4.2). A l'aide de la relation perturbative (4.21), nous allons montrer que ces augmentations sont aussi dues à une variation des règles de somme.

Dans l'hypothèse que la règle de somme  $m_{|0\rangle}$  (3.15) soit dominée par la transition entre le fondamental et le premier état excité, et que  $m_{|1\rangle}$  (3.15) soit dominée par deux transitions seulement, la transition du premier état excité au fondamental et du premier état au deuxième état excité, nous obtenons :

$$\frac{|\langle 2|K_x|1\rangle|^2}{|\langle 1|K_x|0\rangle|^2} \simeq \left(1 + \frac{m_{|1\rangle}}{m_{|0\rangle}}\right) \frac{E_1}{E_2 - E_1} \quad (C.1)$$

Signalons que, dans le modèle de l'oscillateur anharmonique (chapitre 3), le rapport  $m_{|1\rangle}/m_{|0\rangle} = 2$  et la relation (C.1) est équivalente à (3.17). L'adjonction de termes  $\Delta V$  dans  $H_{LMG}$  (4.15) entraîne une variation du rapport  $m_{|1\rangle}/m_{|0\rangle}$  entre les règles de somme associées à  $H_A$  (4.15) et  $K_x$  (4.19),  $m_{|k\rangle} = \frac{1}{2}\langle k|[K_x, [H_A, K_x]]|k\rangle$ , par rapport à celles associées à  $H_{LMG}$  (4.3) et  $K_x$  (4.19)  $m_{|k\rangle} = \frac{1}{2}\langle k|[K_x, [H_{LMG}, K_x]]|k\rangle$ , car le double commutateur  $[K_x, [\Delta V, K_x]] \neq 0$ .

D'après (4.21) et (C.1), le rapport  $P_2/P_1^2$  s'écrit :

$$\frac{P_2}{P_1^2} \approx \frac{1}{4} \left(1 + \frac{m_{|1\rangle}}{m_{|0\rangle}}\right) \frac{E_1}{E_2 - E_1} \frac{|\tilde{F}_2(E_2 - E_1, E_1)|^2}{|\tilde{F}_1(E_1)|^4} \quad (C.2)$$



Ceci montre qu'une variation de  $m_{|1\rangle}/m_{|0\rangle}$  implique nécessairement une variation du rapport  $P_2/P_1^2$  (4.21) par rapport à la valeur harmonique (paragraphe 4.4.1).

Afin d'éviter ces effets sur la probabilité d'excitation du deuxième état, il est donc nécessaire de garder ces règles de somme fixes. Ainsi, des termes supplémentaires ont été introduits dans le champ externe (4.19), à savoir  $\alpha K_+ K_0$  ainsi que son hermitique conjugué. Les coefficients de ces termes ont été fixés pour garder  $m_{|0\rangle}$  et  $m_{|1\rangle}$  constantes.

De plus, certaines modifications ont été introduites dans l'hamiltonien  $H_A$  (4.15) pour rendre le modèle plus proche des calculs microscopiques ([4, 64, 18], chapitre 7). Plus précisément, l'opérateur  $\bar{K}_0 = K_0 + \Omega/2$  a remplacé  $K_0$  dans  $H_A$  ainsi que dans  $W(t)$  de façon à ce que le terme  $V_3 K_+ \bar{K}_0$  et son hermitique conjugué ne couplent pas le fondamental,  $|\Omega/2, 0\rangle$ , avec le premier état excité,  $|\Omega/2, 1\rangle$  (paragraphe 4.1, 4.2 et 4.3). En outre le terme  $V_4(\bar{K}_0 - 1)\bar{K}_0$  a remplacé  $V_4 K_0^2$  de telle sorte que  $\langle \Omega/2, 1 | V_4(\bar{K}_0 - 1)\bar{K}_0 | \Omega/2, 1 \rangle = \langle \Omega/2, 0 | V_4(\bar{K}_0 - 1)\bar{K}_0 | \Omega/2, 0 \rangle = 0$  soient égaux à zéro (chapitre 7).

Après ces modifications, l'hamiltonien  $H_A$  s'écrit :

$$H'_A = H_{LMG} + V_3(K_+ \bar{K}_0 + \bar{K}_0 K_-) + V_4(\bar{K}_0 - 1)\bar{K}_0 \quad (C.3)$$

et le champ externe :

$$W(t) = F(t)(K_x + \alpha K_+ \bar{K}_0 + \alpha^* \bar{K}_0 K_-) \quad (C.4)$$

La section efficace du deuxième état excité, calculée pour  $\Omega$  petit avec cet hamiltonien, est de 22% plus grande que la valeur harmonique tandis que celle du premier état excité reste constante et égale à la valeur harmonique. Ce qui montre que l'augmentation de 60% obtenue avec l'hamiltonien quadratique (4.15) (tab.4.2) est donc en grande partie due à la variation des règles de somme.

Nous retrouvons à nouveau que l'inclusion d'anharmonicités produit une augmentation de  $\sigma_2$  de  $\simeq 20\%$  en accord avec les résultats obtenus avec l'hamiltonien quartique  $H_B$  (4.16) (tab.4.2). En effet, pour cet hamiltonien, l'adjonction des termes  $\Delta V$  dans  $H_{LMG}$  (4.16) varie peu les règles de sommes  $m_{|k\rangle} = \frac{1}{2} \langle k | [K_x, [H_B, K_x]] | k \rangle$  par rapport  $m_{|k\rangle} = \frac{1}{2} \langle k | [K_x, [H_{LMG}, K_x]] | k \rangle$  (3.16), car  $[K_x, [\Delta V, K_x]] = 0$ , mais les vecteurs propres  $|k\rangle$  de  $H_B$  sont un peu différents de ceux de  $H_{LMG}$ .

## Annexe D

# Expansion multipolaire du champ électromagnétique : approximation de grande longueur d'onde

Dans une collision relativiste les trajectoires du projectile ou de la cible peuvent être approchées par une droite définie par le paramètre d'impact  $b$  et une vitesse constante  $v$  [74]. Le paramètre d'impact minimal est fixé de manière à ce que les distributions de charge associées aux deux noyaux ne se superposent pas. Dans le référentiel de la cible, le champ électromagnétique produit par le projectile est donné par les potentiels de Lienard-Wiechert [74].

Afin de déterminer le potentiel de couplage électromagnétique dépendant du temps  $W(t)$ , la transformée de Fourier inverse des expressions obtenues dans [74] peut être utilisée [18]. Ce qui présente l'avantage que l'expansion multipolaire du potentiel de couplage est connue ainsi que ses composantes électriques et magnétiques. (Pour la relation entre la méthode WW (annexe A) et le développement multipolaire dans la réf.[74], voir les réfs.[109, 62].)

Soit la transformée de Fourier du potentiel de couplage dépendant du temps:

$$W(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} W(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \sum_{\lambda, \mu} \int_0^{+\infty} (e^{i\omega t} (-1)^{\lambda+\mu} + e^{-i\omega t}) W^{\lambda\mu}(\omega) d\omega \quad (\text{D.1})$$

où  $W^{\lambda\mu}$  est l'expansion multipolaire du champ externe. Pour une valeur de  $(\lambda, \mu)$  donnée,  $W^{\lambda\mu}$  s'exprime en fonction des opérateurs à un corps électriques ( $\pi = E$ ) et magnétiques ( $\pi = M$ ) [74]:

$$W^{\lambda\mu}(|\omega|) = \frac{Z_p e}{v\gamma} \sum_{\pi} G_{\pi\lambda\mu}\left(\frac{c}{v}\right) (-1)^{\mu} K_{\mu}(\beta\omega) \sqrt{2\lambda+1} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{\lambda} \mathcal{M}_{\lambda}(\pi\omega\lambda - \mu) \quad (\text{D.2})$$

où  $\beta\omega$  est le paramètre d'adiabaticité relatif au paramètre d'impact  $b$  et au facteur de contraction de Lorentz  $\gamma$ , et  $K_{\mu}$  sont les fonctions de Bessel modifiées. Les

fonctions  $G_{\pi,\lambda,\mu}$  sont données dans [74]. L'opérateur de transition électrique est donné par :

$$\mathcal{M}(E\omega\lambda\mu) = \frac{(2\lambda+1)!!c^\lambda}{\omega^{\lambda+1}(\lambda+1)} \int \mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot \nabla \wedge \mathbf{L}(j_\lambda(\frac{\omega r}{c})Y_{\lambda\mu}(\hat{r})) \bar{d}^3 r \quad (D.3)$$

où  $\mathbf{J}$  est l'opérateur densité de courant et  $j_\lambda$  sont les fonctions de Bessel sphériques. Cet opérateur s'écrit également [27]:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(E\omega\lambda\mu) = & \frac{(2\lambda+1)!!c^\lambda}{\omega^\lambda(\lambda+1)} \\ & \times \int \left\{ \rho(\mathbf{r})Y_{\lambda\mu}(\hat{r}) \frac{\partial}{\partial r} (rj_\lambda(\frac{\omega r}{c})) + i\frac{\omega}{c^2} \mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{r} Y_{\lambda\mu}(\hat{r}) j_\lambda(\frac{\omega r}{c}) \right\} d^3 r \end{aligned} \quad (D.4)$$

où  $\rho(\mathbf{r})$  est la densité de charge. Le deuxième terme sera négligé car il est un facteur  $\hbar\omega/2m_p c^2$  plus petit que le premier.

Afin de calculer la transformée de Fourier (D.1), il faut évaluer les opérateurs de transition pour chaque valeur de  $\omega$  (D.2). Du fait que l'argument des fonctions de Bessel est  $\omega r/c$ , la dépendance en  $\omega$  et  $r$  de (D.3) et (D.4) n'est pas factorisable. Par conséquent, la dépendance du potentiel de couplage  $W(t)$  dans le temps et dans  $r$  n'est pas plus factorisable. Cependant, dans l'approximation de grande longueur d'onde, le premier terme dans (D.3) se réduit à l'opérateur statique de transition multipolaire électrique :

$$\mathcal{M}(E\omega\lambda\mu) \simeq \hat{Q}_{\lambda\mu} = \int \rho(\mathbf{r}) r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r}) d\mathbf{r} \quad (D.5)$$

qui ne dépend pas de  $\omega$ . De même, l'opérateur de transition magnétique :

$$\mathcal{M}(M\omega\lambda\mu) = -i \frac{(2\lambda+1)!!c^{\lambda-1}}{\omega^\lambda(\lambda+1)} \int \mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{L}(j_\lambda(\frac{\omega r}{c})Y_{\lambda\mu}(\hat{r})) d\mathbf{r} \quad (D.6)$$

s'écrit, dans l'approximation de grande longueur d'onde :

$$\mathcal{M}(M\omega\lambda\mu) \simeq \hat{M}_{\lambda\mu} = \frac{1}{c(\lambda+1)} \int (\mathbf{r} \wedge \mathbf{J}(\mathbf{r})) \cdot (\nabla r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r})) d\mathbf{r} \quad (D.7)$$

En conséquence, dans cette approximation, ni l'opérateur de transition électrique ni l'opérateur de transition magnétique ne dépendent de  $\omega$ . Ils peuvent donc être extraits de l'intégrale (D.1) [18]. De ce fait, dans l'approximation de grande longueur d'onde, le potentiel dépendant du temps  $W(t)$  est donné par l'expression analytique :

$$\begin{aligned} W(t) &= \frac{Z_p e}{2\pi v \gamma} \sum_{\pi\lambda\mu} G_{\pi\lambda\mu}(\frac{c}{v}) (-1)^\mu \frac{\sqrt{2\lambda+1}}{c^\lambda} H_{\lambda\mu}(\beta, t) \mathcal{M}(\pi\lambda - \mu) \\ &= \sum_{\pi\lambda\mu} g_{\pi\lambda\mu}(\beta, t) (-1)^\mu \mathcal{M}(\pi\lambda - \mu) / e \end{aligned} \quad (D.8)$$

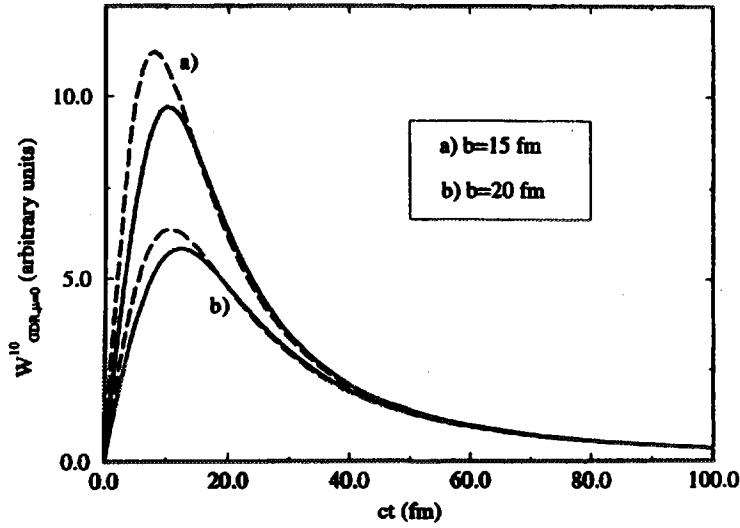


FIG. D.1 - Comparaison entre  $\langle GDR, \mu | W(t) | 0 \rangle$  pour  $\mu = 0$  exact et calculé dans l'approximation de grande longueur d'onde en fonction du temps et pour deux différentes valeurs du paramètre d'impact  $b$ . Les lignes pleines correspondent aux résultats exacts, obtenus avec (éq.D.4) pour l'opérateur de transition électrique, tandis que les lignes en tirets correspondent aux résultats approchés, calculés avec l'opérateur de transition électrique statique (éq.D.5) [18].

Chaque terme dans la somme est un produit de deux termes, un qui ne dépend que des propriétés de la collision et l'autre qui ne dépend que du noyau excité.

Afin d'avoir une idée de la différence entre les éléments de matrice calculés avec l'opérateur de transition exact (D.4) et l'opérateur statique de transition multipolaire électrique (D.5) valable dans l'approximation de grande longueur d'onde, nous avons comparé  $\langle GDR, \mu | W(t) | 0 \rangle$  pour  $\mu = 0$  (fig.D.1) et  $\mu = 1$  (fig.D.2) dans les deux cas pour deux différentes valeurs du paramètre d'impact  $b$ , pour la réaction  $^{208}Pb + ^{208}Pb$  à 641 MeV par nucléon. Les figures montrent que la dépendance en temps est bien reproduite et que l'accord s'améliore au fur et à mesure que le paramètre d'impact augmente. Ceci est essentiellement dû à la coupure introduite par la fonction modifiée de Bessel  $K_\mu(\beta\omega)$ . En effet, cette fonction décroît exponentiellement quand son argument devient plus grand que 2 [110]. De ce fait, quand le paramètre d'impact augmente l'intervalle pour  $\omega$  dans l'intégrale (D.1) diminue et l'on s'approche de la limite de grande longueur d'onde. Ce qui explique le comportement aux grands paramètres d'impact dans la figure (D.3) où la quantité  $\langle GDR, \mu | W(t=0) | 0 \rangle$  est présentée en fonction du paramètre d'impact  $b$  (pour  $t = 0$  la différence entre le calcul exact et approché est maximale). Le même comportement a été observé pour  $W^{11}$  et  $W^{20}$ .

En conclusion, l'approximation de grande longueur d'onde donne des éléments de matrices de transition très proches des valeurs exactes. Nous l'avons donc utilisée, ce qui permet de réduire considérablement le temps de calcul vu que pour

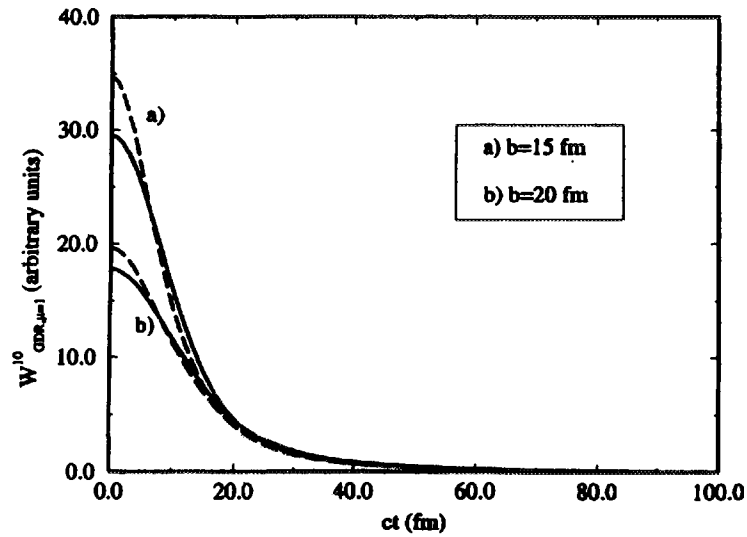


FIG. D.2 - Comparaison entre  $\langle GDR, \mu | W(t) | 0 \rangle$  pour  $\mu = 1$  exact et calculé dans l'approximation de grande longueur d'onde en fonction du temps et pour deux différentes valeurs du paramètre d'impact  $b$ . Les lignes pleines correspondent aux résultats exacts obtenus avec (éq.D.4) pour l'opérateur de transition électrique tandis que les lignes en tirets correspondent aux résultats approchés calculés avec l'opérateur de transition électrique statique (éq.D.5) [18].

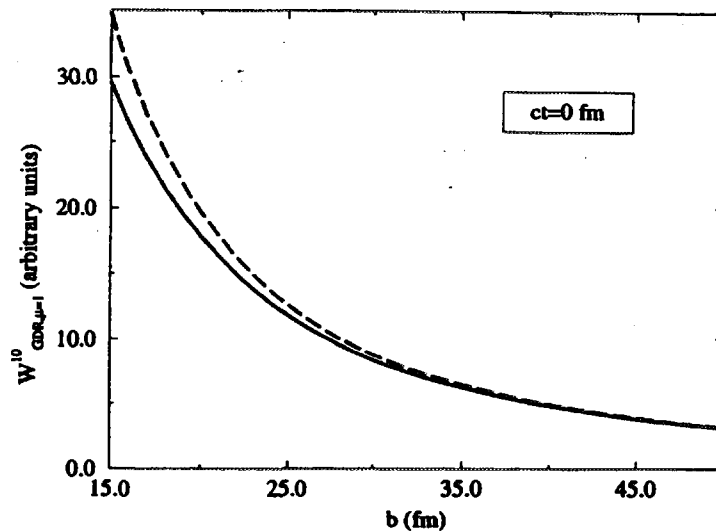


FIG. D.3 -  $\langle GDR, \mu | W(t = 0) | 0 \rangle$  pour  $\mu = 1$  en fonction du paramètre d'impact  $b$ . La ligne pleine correspond au résultat exact obtenu avec (éq.D.4) pour l'opérateur de transition électrique tandis que la ligne en tirets correspond au résultat approché calculé avec l'opérateur de transition électrique statique (éq.D.5) [18].

chaque multipolarité la dépendance du potentiel de couplage électromagnétique en temps et en  $r$  est factorisée [18].

## Annexe E

### Résultats dans $^{40}\text{Ca}$ , $^{90}\text{Zr}$ , $^{28}\text{O}$

A l'aide des résultats obtenus pour le  $^{208}\text{Pb}$ , nous avons illustré quels sont les mécanismes pour lesquels les anharmonicités et les non-linéarités augmentent les sections efficaces d'excitation des DGR (chapitre 7). Nous avons également vu quantitativement l'importance de ces effets dans le calcul microscopique et comment ils réduisent le désaccord entre prédictions théoriques et résultats expérimentaux sur le  $^{208}\text{Pb}$ . Nous allons présenter ici les résultats les plus importants concernant les effets des anharmonicités et des non-linéarités sur les sections efficaces d'excitation coulombienne des autres noyaux, étudiés dans cette même approche, à savoir le  $^{40}\text{Ca}$  [18], le noyau magique  $^{90}\text{Zr}$  [44, 20] et dans le noyau riche en neutrons  $^{28}\text{O}$  [20, 19].

#### E.1 $^{40}\text{Ca}$

Les états à 1-phonon, résultats du calcul RPA, sont montrés dans le tableau (E.1). Ces états sont la base qui a été utilisée pour construire l'espace à 1- et 2-phonons. Les propriétés des états mélangés  $1^-$  obtenus après la diagonalisation de l'hamiltonien anharmonique (7.17) sont données dans le tableau (E.2).

La comparaison entre les résultats obtenus pour le  $^{40}\text{Ca}$  (E.2) et pour le  $^{208}\text{Pb}$  (7.2) montre que les anharmonicités dans le  $^{40}\text{Ca}$  sont beaucoup plus importantes que dans le cas du  $^{208}\text{Pb}$ . De ce fait, leurs effets sur les sections efficaces d'excitation sont plus grands.

Les sections efficaces d'excitation coulombienne dans le  $^{40}\text{Ca}$  ont été calculées pour la réaction  $^{208}\text{Pb}+^{40}\text{Ca}$  à 1000 MeV par nucléon. A titre d'exemple, les résultats obtenus pour certains états sont donnés dans le tableau (tab.E.3) où les effets des différents termes, i.e. les anharmonicités, le terme non-linéaire  $W^{20}$  et le terme non-linéaire  $W^{11}$ , par rapport au calcul harmonique et linéaire sont montrés. Les mécanismes introduits par les anharmonicités et les non-linéarités et qui sont à l'origine de l'augmentation importante de la section efficace de l'état  $|ISGQR \otimes 3^- \rangle$  sont les mêmes que ceux décrits pour le  $^{208}\text{Pb}$  (tab.7.5).

Phonons	$J^\pi$	T	$E(\text{MeV})$	% EWSR
$GMR_1$	$0^+$	0	18.25	30
$GMR_2$	$0^+$	0	22.47	54
$GDR_1$	$1^-$	1	17.78	56
$GDR_2$	$1^-$	1	22.03	10
$ISGQR$	$2^+$	0	16.91	85
$IVGQR$	$2^+$	1	29.53	26
$3^-$	$3^-$	0	4.94	14
$LEOR$	$3^-$	0	9.71	5
$HEOR$	$3^-$	0	31.33	25

TAB. E.1 - Etats à 1-phonon dans le  $^{40}\text{Ca}$ . Pour chaque état, le spin et la parité, l'isospin, l'énergie et le pourcentage des règles de somme pondéré en énergie associées sont donnés [18].

Etats	$E_0(\text{MeV})$	$\Delta E$ ( $\Delta E_0$ )		$c_{GDR_1}$	$c_{GDR_2}$
$GDR_1$	17.780	-432.	0.	0.989	-0.006
$GDR_2$	22.034	-391.	0.	0.004	0.990
$ISGQR \otimes 3^-$	21.851	708.	713.	0.024	0.011
$ISGQR \otimes LEOR$	26.616	231.	224.	0.011	-0.011
$IVGQR \otimes 3^-$	34.541	-125.	-128.	0.001	-0.020
$GDR_1 \otimes ISGQR$	34.690	139.	35.	-0.063	-0.044
$GMR_1 \otimes GDR_1$	36.026	-110.	-214.	-0.075	-0.004
$GDR_2 \otimes ISGQR$	38.943	-21.	-74.	-0.034	0.034
$IVGQR \otimes LEOR$	39.305	-245.	-245.	0.000	0.003
$GMR_1 \otimes GDR_2$	40.280	-175.	-292.	0.011	-0.079
$GMR_2 \otimes GDR_1$	40.249	9.	-202.	-0.098	-0.005
$GMR_2 \otimes GDR_2$	44.502	20.	-194.	0.000	-0.098
$GDR_1 \otimes IVGQR$	47.379	-315.	-308.	-0.011	-0.003
$ISGQR \otimes HEOR$	48.240	-13.	-27.	0.000	0.005
$GDR_2 \otimes IVGQR$	51.633	-270.	-271.	0.001	0.001
$IVGQR \otimes HEOR$	60.929	-271.	-275.	-0.009	0.005

TAB. E.2 - Propriétés des états mélangés  $1^-$  obtenus après la diagonalisation de l'hamiltonien (7.17). Dans la première colonne, la composante dominante de la fonction d'onde est indiquée. La deuxième colonne contient les énergies de ces états à l'approximation RPA,  $E_0$ .  $\Delta E$  (en KeV) est le décalage en énergie dû aux anharmonicités, tandis que  $\Delta E_0$  (en KeV) est l'interaction résiduelle diagonale. La dernière colonne fournit les coefficients de mélange avec la GDR [18].



Etats	$J^\pi$	harm. & lin.	$W^{11}$	$W^{20}$	anharm.	anharm. & non-lin.
$ISGQR \otimes 3^-$	$1^-$	0.004	0.006	6.660	0.284	3.955
$34 < E < 36$ (MeV)	$1^-$	0.110	0.287	0.295	1.723	2.221
$38 < E < 45$ (MeV)	$1^-$	0.008	0.020	0.022	1.468	1.698

TAB. E.3 - Effets des anharmonicités et des non-linéarités sur les sections efficaces d'excitation coulombienne (en mb) pour certains états excités. Les états sont indiqués par la composante dominante (première colonne). Leurs spin et parité sont montrés dans la deuxième colonne. La troisième colonne présente leurs sections efficaces obtenues avec le calcul de référence, harmonique et linéaire. Dans la quatrième colonne le terme non-linéaire  $W^{11}$  est inclu, tandis que dans la cinquième le terme  $W^{20}$  seulement a été pris en compte. Les résultats d'un calcul anharmonique et linéaire sont présentés à la sixième colonne. La dernière colonne correspond aux résultats du calcul complet, anharmonique et non-linéaire [18].

Le facteur d'augmentation est ici 1000 tandis que dans le  $^{208}\text{Pb}$  il est de 100. De plus, les régions autour de 35 MeV et 40 MeV sont particulièrement intéressantes. En effet, leurs sections efficaces sont très affectées par les anharmonicités car le mélange de ces états avec la GDR est important (tableaux E.2,E.3).

Les effets séparés des termes anharmoniques et linéaires sur les sections efficaces sont montrés pour chaque multipolarité (E.4).

Les effets globaux des anharmonicités et des non-linéarités sur les sections efficaces d'excitation coulombienne par rapport aux résultats du calcul harmonique et linéaire sont montrés (fig.E.1). La bosse centrée autour de 18 MeV est due à la  $GDR_1$  avec une contribution importante de la ISGQR. L'épaule autour de 22 MeV est due à la  $GDR_2$  et à l'état à 2-phonons  $|ISGQR \otimes 3^- \rangle$ .

## E.2 $^{90}\text{Zr}$

Les états à 1-phonon obtenus pour le  $^{90}\text{Zr}$  sont donnés dans le tableau (E.5) [44].

Les anharmonicités calculées sont petites. Les corrections aux énergies harmoniques des états à 1- et à 2-phonons sont au maximum de 500 KeV et en moyenne plus grandes que celles trouvées dans le  $^{208}\text{Pb}$ . La séparation entre les différentes composantes d'un même multiplet est aussi de quelques centaines de keV [44]. De même, les coefficients de mélange des fonction d'onde sont faibles [44].

Les sections efficaces d'excitation coulombienne calculées sont données dans le tableau (E.6). Rappelons que, si la section efficace pour les Résonances Géantes

Phonons	har. & lin.	harm. & non-lin.	anh. & lin.	anh. & non-lin.
L=0	1.81	1.73	1.82	1.76
L=1	0.13	0.85	3.21	4.27
L=2	4.7	4.6	5.29	5.29
L=3	0.94	1.41	0.95	1.44
total	7.58	8.59	11.27	12.76

TAB. E.4 - Sections efficaces d'excitation coulombienne (en mb) calculées dans le  $^{40}\text{Ca}$  excité lors de la réaction  $^{208}\text{Pb} + ^{40}\text{Ca}$  à 1000 MeV par nucléon. Les effets des anharmonicités et des non-linéarités par rapport au calcul harmonique et linéaire dans la région de la DGDR sont donnés séparément.

Phonons	$J^\pi$	T	$E(\text{MeV})$	% EWSR
$GDR_1$	$1^-$	1	15.29	51
$GDR_2$	$1^-$	1	18.04	27
$2^+$	$2^+$	0	5.07	6
$ISGQR$	$2^+$	0	14.49	83
$IVGQR$	$2^+$	0	26.47	20
$3^-$	$3^-$	0	2.94	8
$HEOR$	$3^-$	0	5.	17
$LEOR$	$3^-$	0	27.04	33

TAB. E.5 - Etats à 1-phonon dans le  $^{90}\text{Zr}$ . Pour chaque état, le spin et la parité, l'isospin, l'énergie et le pourcentage des règles de somme pondéré en énergie associées sont donnés [44].

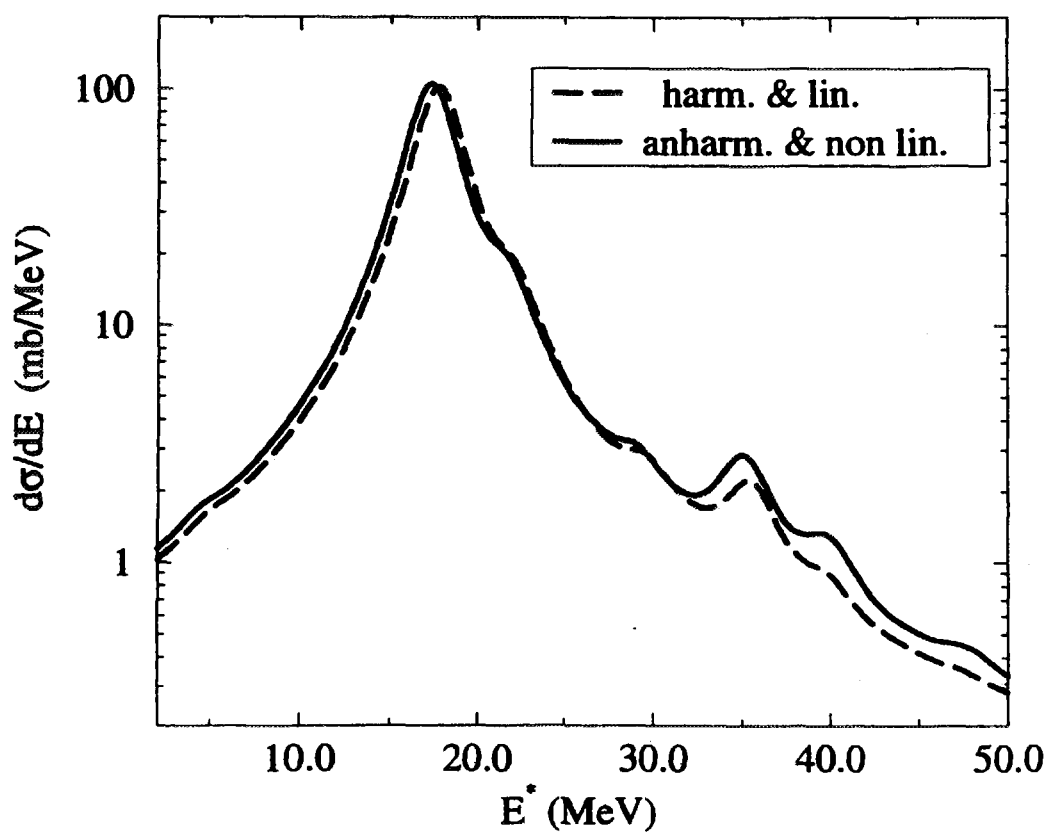


FIG. E.1 - Section efficace différentielle d'excitation coulombienne calculée du  $^{40}\text{Ca}$  lors de la réaction  $^{208}\text{Pb} + ^{40}\text{Ca}$  à 1000 MeV par nucléon. Les sections efficaces de chaque état ont été multipliées par une lorentzienne ayant une largeur de 3 MeV. Pour la région à basse énergie, une largeur de 1 MeV a été utilisée [18].

Phonons	har. & lin.	harm. & non-lin.	anh. & lin.	anh. & non-lin.
L=0	6.4	6.4	6.5	6.6
L=1	0.6	3.0	2.5	3.9
L=2	30.2	29.5	31.6	31.3
L=3	10.4	13.1	10.7	13.4
total	47.6	52.0	51.3	55.2

TAB. E.6 - Sections efficaces d'excitation coulombienne (en mb) calculées dans le  $^{90}\text{Zr}$  excité lors de la réaction  $^{208}\text{Pb} + ^{90}\text{Zr}$  à 641 MeV par nucléon. Les effets des anharmonicités et des non-linéarités par rapport au calcul harmonique et linéaire dans la région de la DGDR sont donnés séparément [20].

Phonons	$J^\pi$	T	$E(\text{MeV})$	% EWSR
$GDR_1$	$1^-$	1	15.6	30.4
$GDR_2$	$1^-$	1	17.9	14.6
$GDR_3$	$1^-$	1	20.6	15.8
$GQR_1$	$2^+$	0	13.0	12
$GQR_2$	$2^+$	0	17.4	49
$GQR_3$	$2^+$	0	20.2	14.2
$3_1^-$	$3^-$	0	4.2	4.3
$3_2^-$	$3^-$	0	8.1	10.5
$3_3^-$	$3^-$	0	15.8	7

TAB. E.7 - Etats à 1-phonon dans le  $^{28}\text{O}$ . Pour chaque état, le spin et la parité, l'isospin, l'énergie et le pourcentage des règles de somme pondéré en énergie associées sont donnés [19].

simples excitées dans une collision entre ions lourds croît avec le carré de la charge du projectile  $Z$ , celle des Résonances Géantes Doubles croît avec  $Z^4$ .

Les résultats (tab.E.6) montrent que les effets des anharmonicités et des non-linéarités sont du même ordre de grandeur. L'inclusion à la fois des anharmonicités et des non-linéarités augmente la section efficace d'excitation coulombienne dans la région de la DGDR de 16% dans le cas du  $^{90}\text{Zr}$ .

### E.3 $^{28}\text{O}$

Les états à 1-phonon, résultats du calcul RPA, sont montrés dans le tableau (E.7).

Les sections efficaces d'excitation coulombienne calculées de la GDR et dans la région de la DGDR dans l' $^{28}\text{O}$ , excité lors de la réaction  $^{28}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  à 641 MeV par nucléon, sont montrés dans le tableau (E.8).

Les résultats (E.8) montrent que les effets des anharmonicités et des non-linéarités sont importants car l'introduction de ces termes double la section efficace dans la région de la DGDR, bien que sa valeur soit petite. Cette augmentation est essentiellement due à l'augmentation d'un facteur 100 de la section efficace des états  $1^-$  qui est due aux processus d'excitation non-linéaires de multipolarité 1 ainsi que du mélange des fonctions d'ondes des états à 2-phonons avec la GDR [19].

Phonons		Har. and Lin.	Anh. and non-lin.
GDR		287.	286.
DGDR region	L=0	0.40	0.40
	L=1	0.01	1.56
	L=2	2.00	2.10
	total	2.41	4.06

TAB. E.8 - Sections efficaces d'excitation coulombienne (en mb) calculées dans l' $^{28}\text{O}$  excité lors de la réaction  $^{28}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  à 641 MeV par nucléon. La première colonne correspond aux résultats du calcul linéaire et harmonique tandis que la deuxième colonne donne les résultats du calcul non-linéaire et anharmonique [19].

## Annexe F

# Noyaux exotiques : un modèle schématique

Un domaine récent de recherche est l'étude des noyaux à "halo". Ces noyaux ayant un ou deux nucléons très faiblement liés, leurs fonctions d'ondes s'étendent sur de grandes distances. La densité de neutrons est alors beaucoup plus étendue que dans un noyau normal. Dans le cas du  $^{11}\text{Li}$ , par exemple, l'énergie de liaison des deux neutrons est de  $340 \pm 50$  keV et le rayon moyen est de  $3.27 \pm 0.24$  fm, à titre de comparaison celui du  $^{12}\text{C}$  est de 2.75 fm [111].

La mesure de très grandes sections efficaces d'excitation coulombienne dans les noyaux à halo a suggéré l'existence d'un nouveau mode vibrationnel de basse énergie et faiblement collectif appelé "soft dipole" qui correspond à l'oscillation des nucléons du halo en opposition de phase avec les nucléons du coeur [111]. Contrairement à la GDR, ce mode serait une vibration de grande amplitude et de faible collectivité.

Avec de telles caractéristiques, on doit s'attendre à ce que les anharmonicités et les non-linéarités affectent encore plus la structure ainsi que la probabilité d'excitation de cette nouvelle résonance.

Dans le but de vérifier ces hypothèses, nous avons étudié le modèle schématique soluble exactement d'un puit fini à une dimension, en choisissant les paramètres de telles sortes qu'ils correspondent à la situation d'une résonance "soft dipole".

Soit l'hamiltonien statique :

$$\begin{aligned} H_0 &= \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega(x^2 - x_0^2); & x_0 \leq x \leq x_0 \\ H_0 &= \frac{p^2}{2m}; & |x| > x_0 \end{aligned} \quad (\text{F.1})$$

$m$  est la masse réduite du système halo-coeur et  $\omega$  la fréquence de vibration de la résonance. L'opérateur  $x$  représente la distance entre le centre de masse du coeur et celui du halo et  $p$  le moment associé. En diminuant le paramètre  $x_0$ , le nombre d'états liés décroît et des potentiels très anharmoniques peuvent être étudiés. Pour une valeur de  $x_0$  donnée, si  $x > x_0$  le système n'est plus lié.

Intervalles en énergie	0-1 MeV	1-2 MeV	2-3 MeV	3-4 MeV
limite harmonique	2.1 10 <sup>-2</sup>	2.2 10 <sup>-4</sup>	1.5 10 <sup>-6</sup>	6.4 10 <sup>-9</sup>
1 état lié	4.4 10 <sup>-2</sup>	1.8 10 <sup>-3</sup>	2.3 10 <sup>-4</sup>	1.0 10 <sup>-6</sup>
aucun état lié	4.0 10 <sup>-2</sup>	6.7 10 <sup>-3</sup>	3.4 10 <sup>-4</sup>	6.5 10 <sup>-5</sup>

TAB. F.1 - Résultats sur les probabilités d'excitation  $P(E)$  intégrées en énergie. La première ligne correspond à la limite harmonique. Les autres se réfèrent aux cas où aucun état n'est lié et un seul état d'énergie de 1 MeV est lié.

L'équation de Schrödinger statique a été résolue avec la méthode de discrétisation sur réseau [112] pour déterminer les énergies et les fonctions d'onde associées à (F.1).

Afin de simuler l'excitation de ce système lors d'une collision relativiste entre ions lourds, la composante transverse du champ électromagnétique  $E_T(t)$  a été prise en compte (3.9) (annexe A). Le champ externe  $W(t)$  est alors :

$$W(t) = m_{sd} E_T(t) x \quad (\text{F.2})$$

où  $m_{sd}$  est un facteur de normalisation. Ce champ a été renormalisé de façon à ce que la transition  $\langle 1 | x | 0 \rangle$  corresponde à 100 % de la règle de somme TRK associée au mouvement du système coeur-halo vibrant en opposition de phase [113] :

$$m_{sd} = \frac{N_h Z}{A} \frac{Z}{(N_c + Z)} \quad (\text{F.3})$$

où  $N_h$ ,  $N_c$  sont les nombres des neutrons du halo et du coeur,  $Z$  et  $A$  sont les nombres de protons et la masse du noyau respectivement. Pour obtenir les probabilités d'excitation des états l'équation de Schrödinger dépendante du temps pour l'hamiltonien  $H(t) = H_0 + W(t)$  a été résolue avec la méthode de Crank-Nicholson [112]. En faisant varier la profondeur du puit, trois cas ont été analysés, à savoir : -la limite harmonique -un seul état lié -aucun état lié.

Dans la limite harmonique (i.e. profondeur infinie), l'hamiltonien (F.1) se réduit à celui d'un oscillateur harmonique. Lors d'une excitation, la solution de l'équation de Schrödinger dépendante du temps est alors un état cohérent et les probabilités d'excitation sont données par la loi de Poisson (3.5) (tab.F.1).

Quand le potentiel a un seul état lié, les probabilités d'excitation dévient fortement de la loi de Poisson (tab.F.1). Cette déviation est essentiellement due à une modification importante des fonctions d'ondes et donc des éléments de matrice de transition par rapport à leur valeur harmonique (3.22). Signalons que dans ce modèle la règle de somme  $m_{|0\rangle}$  (3.16) associée à l'hamiltonien (F.1) et à l'opérateur d'excitation  $x$  (F.2) est constante et égale à  $1/2m$ . De ce fait, la modification des probabilités par rapport à la limite harmonique (tab.F.1) n'est



pas due à une variation de  $m_{10}$ . Cette différence entre les probabilités d'excitation obtenues dans le cas harmonique et quand un seul état est lié indique donc qu'une approximation harmonique n'est peut-être plus adéquate dans la description des vibrations de grande amplitude et faible collectivité comme la "soft dipole".

Dans le cas extrême où aucun état n'est lié, cas qui simule la cassure du noyau à halo par excitation coulombienne, la déviation des probabilités d'excitation des prédictions harmoniques est encore plus importante (tab.F.1) [19].

# Table des figures

2.1	Les Résonances Géantes . . . . .	6
2.2	Systématique de la GDR . . . . .	8
2.3	La largeur de Résonances Géantes . . . . .	11
2.4	La DGQR dans le $^{40}\text{Ca}$ . . . . .	14
2.5	Les DGR dans les réactions ( $\pi^\pm, \pi^\mp$ ) . . . . .	16
2.6	Systématique des données expérimentales sur l'énergie et la largeur des DGR . . . . .	17
2.7	Spectre inélastique du $^{136}\text{Xe}$ . . . . .	18
2.8	Sections efficaces d'émission de $xn$ neutrons ( $x = 1, 2, 3$ ) par excitation électromagnétique dans $^{197}\text{Au}$ . . . . .	20
2.9	Sections efficaces différentielles et intégrées mesurées et calculées des GR et de la DGDR dans le $^{208}\text{Pb}$ . . . . .	21
2.10	Déexcitation $\gamma - \gamma$ de la DGDR mesurée dans le $^{208}\text{Pb}$ . . . . .	22
2.11	Sections efficaces inclusives mesurées et calculées d'émission de $1n, 2n, 3n$ dans $^{238}\text{U}$ . . . . .	23
2.12	Systématique sur les sections efficaces des DGR . . . . .	24
3.1	Réponse d'un oscillateur anharmonique classique à une force externe	31
3.2	Effet des anharmonicités . . . . .	33
3.3	Rapport $\sigma_2/\sigma_1$ en fonction de l'énergie du projectile . . . . .	40
3.4	Rapport $P_2/P_1^2$ en fonction du paramètre d'impact $b$ . . . . .	43
4.1	Le modèle à deux niveaux . . . . .	47
4.2	Représentations de l'opérateur $K_0^2$ . . . . .	50
4.3	Rapport $P_2/P_1^2$ entre les probabilités d'excitation exactes du deuxième et du premier état excité . . . . .	56
4.4	Rapport $P_2/P_1^2$ entre les probabilités d'excitation exactes du deuxième et du premier état excité . . . . .	58
5.1	Evolution en temps de l'opérateur $K$ pour $H = \epsilon K_0$ . . . . .	66
5.2	Valeurs moyennes $\langle K_x \rangle(t)$ et $\langle K_x^2 \rangle(t)$ et leurs transformées de Fourier, exactes et approchées pour $H = H_{LMG}$ . . . . .	67
5.3	Evolution en temps de l'opérateur $K$ pour $H = H_{LMG}$ . . . . .	69

5.4	Valeurs moyennes $\langle K_x \rangle(t)$ et $\langle K_x^2 \rangle(t)$ et leurs transformées de Fourier, exactes et approchées pour $H = H_0$ . . . . .	70
5.5	Evolution en temps de l'opérateur $K$ pour $H = H_B$ . . . . .	71
6.1	Comparaison entre les énergies du premier et du deuxième état excité exactes et approchées, calculées dans l'approximation quadratique et quartique, pour l'hamiltonien $(H_{LMG})_b$ . . . . .	78
6.2	Comparaison entre les énergies du premier et du deuxième état excité exactes et approchées, calculées dans l'approximation quadratique et quartique pour $H_b$ (6.15) . . . . .	80
7.1	B(E0) pour le $^{208}Pb$ . . . . .	92
7.2	B(E1) pour le $^{208}Pb$ . . . . .	93
7.3	B(E2) pour le $^{208}Pb$ . . . . .	94
7.4	B(E3) pour le $^{208}Pb$ . . . . .	95
7.5	Effets des anharmonicités et des non-linéarités sur les sections efficaces des états $1^-$ . . . . .	103
7.6	Représentation schématique de l'excitation de l'état $ 2^+ \otimes 3^- \rangle$ . . . . .	104
7.7	Section efficace pour le calcul paramétrique . . . . .	105
7.8	Représentation schématique de l'excitation non-linéaire de la GQR . . . . .	106
7.9	Effets des anharmonicités et des non-linéarités sur la section efficace différentielle calculée du $^{208}Pb$ . . . . .	108
A.1	La méthode de photons virtuels . . . . .	118
A.2	Spectres en fréquence de photons virtuels . . . . .	119
D.1	Comparaison entre $\langle GDR, \mu   W(t)   0 \rangle$ pour $\mu = 0$ exact et calculé dans l'approximation de grande longueur d'onde . . . . .	129
D.2	Comparaison entre $\langle GDR, \mu   W(t)   0 \rangle$ pour $\mu = 1$ exact et calculé dans l'approximation de grande longueur d'onde . . . . .	130
D.3	$\langle GDR, \mu   W(t = 0)   0 \rangle$ pour $\mu = 1$ en fonction du paramètre d'impact $b$ . . . . .	130
E.1	Section efficace différentielle calculée du $^{208}Pb$ . . . . .	137

## Liste des tableaux

2.1	Sections efficaces de la GR et de la DGR calculées et mesurées dans le $^{208}\text{Pb}$ . . . . .	19
2.2	Sections efficaces des DGR calculées et mesurées dans le $^{136}\text{Xe}$ . . . . .	22
3.1	Effets des anharmonicités et des non-linéarités sur la section efficace	39
4.1	Résultats sur les sections efficaces . . . . .	54
4.2	Résultats sur les sections efficaces: effets des anharmonicités . . . . .	55
5.1	Transformées de Fourier de $\langle K_x \rangle(t)$ et $\langle K_x^2 \rangle(t)$ classique et quantique pour $H = H_B$ et probabilités d'excitation . . . . .	71
6.1	Energies et probabilités d'excitation exactes et approchées pour $H = (H_{LMG})_b$ . . . . .	82
6.2	Energies et probabilités d'excitation exactes et approchés pour $H = H_b$ . . . . .	82
7.1	Etats à 1-phonon dans le $^{208}\text{Pb}$ . . . . .	96
7.2	Propriétés des états mélangés $1^-$ . . . . .	97
7.3	Etats mélangés de basse énergie . . . . .	98
7.4	Etats mélangés de haute énergie . . . . .	99
7.5	Effets des anharmonicités et des non-linéarités sur les sections efficaces d'excitation coulombienne pour certains états . . . . .	100
7.6	Effets des anharmonicités et des non-linéarités dans un cas test . . . . .	102
7.7	Sections efficaces d'excitation coulombienne calculées . . . . .	107
7.8	Comparaison entre les prédictions théoriques et les résultats expérimentaux dans le $^{208}\text{Pb}$ . . . . .	110
E.1	Etats à 1-phonon dans le $^{40}\text{Ca}$ . . . . .	134
E.2	Propriétés des états mélangés $1^-$ . . . . .	134
E.3	Effets des anharmonicités et des non-linéarités sur les sections efficaces d'excitation coulombienne pour certains états . . . . .	135
E.4	Sections efficaces d'excitation coulombienne calculées dans le $^{40}\text{Ca}$	136
E.5	Etats à 1-phonon dans le $^{90}\text{Zr}$ . . . . .	136
E.6	Sections efficaces d'excitation coulombienne calculées dans le $^{90}\text{Zr}$	138

---

E.7	Etats à 1-phonon dans le $^{28}\text{O}$ . . . . .	138
E.8	Sections efficaces d'excitation coulombienne calculées . . . . .	140
F.1	Résultats sur les probabilités d'excitation . . . . .	142

# Bibliographie

- [1] W. Bothe et W. Gentner  
Z. Physik **106** (1937) 236.
- [2] A. van der Woude et références incluses  
Nucl.Phys. **A599** (1996)393c.
- [3] A. Bohr et B. Mottelson  
"*Nuclear Structure*", Vol.I (1969) et Vol.II (1975)  
Ed. Benjamin, N.Y.
- [4] Ph. Chomaz, N. Frascaria  
Phys. Rep. **252** (1995) 275-405.
- [5] N. Frascaria et al.  
Phys. Rev. Lett. **39** (1977) 918.
- [6] N. Frascaria et al.  
Z. Phys. **A294** (1980) 167.
- [7] S. Mordechai et al.  
Phys. Rev. Lett. **60** (1988) 408.
- [8] S. Mordechai et al.  
Phys. Rev. Lett. **61** (1988) 531.
- [9] J. Ritman et al.  
Phys. Rev. Lett. **70** (1993) 533 et 2659.
- [10] R. Schmidt et al.  
Phys. Rev. Lett. **70** (1993) 1767.
- [11] Hans Emling  
Prog. Part. Nucl. Phys. **33** (1994) 729.
- [12] Ph. Chomaz et N. Van Giai  
Phys. Lett. **282B** (1992) 13.

- [13] K. Boretzky et al.  
Phys. Lett. **384B** (1996) 30.
- [14] J. Stroth, communication.
- [15] V. Yu. Ponomarev et al.  
Phys. Rev. Lett. **72** (1994) 1168.
- [16] C. Volpe, F. Catara, Ph. Chomaz, M.V. Andrés, E.G. Lanza  
Nucl. Phys. **A589** (1995) 521.
- [17] C. Volpe, Ph. Chomaz, M.V. Andrés, F. Catara, E.G. Lanza  
Nucl. Phys. **A599** (1996) 347c.
- [18] E.G. Lanza, M.V. Andrés, F. Catara, Ph. Chomaz, C. Volpe,  
Nucl. Phys. **A613** (1997) 445
- [19] Ph. Chomaz, C. Volpe, M.V. Andrés, F. Catara, E.G. Lanza  
Contribution à "International Workshop on Physics of Unstable Nuclear Beams", 28-31 août 1996, Sao Paulo.
- [20] E.G. Lanza, M.V. Andrés, F. Catara, Ph. Chomaz, V. Pascalon, C. Volpe  
Contributo a "XXXV International Winter Meeting on Nuclear Physics", 3-8 Febbraio 1997, Bormio.
- [21] J. Speth  
Int. Rev. Nucl. Phys. **7** (1991).
- [22] G.C. Baldwin et G.S. Klaiber  
Phys. Rev. **71** (1947) 3.
- [23] B.L. Berman  
Atomic Data et Nuclear Data Tables **15** (1975) 319.
- [24] H. Steinwedel et J.H.D. Jensen  
Z.Na. **5a** (1950) 413.
- [25] M. Goldhaber et E. Teller  
Phys. Rev. **74** (1948) 1046.
- [26] K.A. Snover  
Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **36** (1986) 545.
- [27] P. Ring et P. Schuck  
*"The Nuclear Many-Body Problem"*  
Ed. Springer-Verlag (1981).

- [28] G. Ripka et J.P. Blaizot  
"Cours de Physique Nucléaire Théorique"  
Note CEA-N-2019 (1978).
- [29] J.P. Blaizot et G. Ripka  
"Quantum theory of Finite Systems"  
The MIT Press (1986)
- [30] D.J. Rowe  
"Nuclear Collective Motion, Models and Theory"  
Ed. Barnes and Noble, Inc. (1970).
- [31] J.J. Gaardhoje, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **42**(1992) 483.
- [32] D. Brink, D. Phil. Thesis, University of Oxford (1955)  
P. Axel, Phys. Rev. **126** (1962) 671.
- [33] Contributions à "Gull Lake Conference on Giant Resonances"  
Nucl. Phys. **A569** (1994).
- [34] Contributions à "Groningen Conference on Giant Resonances"  
Nucl. Phys. **A599** (1995).
- [35] N. Frascaria  
Proceedings of the International Conf. on Nucl. Phys., Trieste (Italie)  
Ch. Dasso, A. Broglia, A. Winther, Eds. North Holland, Amsterdam (1982)
- [36] N. Frascaria  
Proceeding of the XXIV International Winter Meeting on Nuclear Physics,  
Bormio (Italie) (1986).
- [37] N. Frascaria  
Nucl. Phys. **A474** (1987) 253.
- [38] N. Frascaria  
Nucl. Phys. **A** (1988) 245c.
- [39] J.A. Scarpaci et al.  
Phys. Lett. **258B** (1991) 279.
- [40] Y. Blumenfeld et Ph. Chomaz  
Phys. Rev. **C 38** (1988) 2157.
- [41] J.A. Scarpaci et al.  
Phys. Rev. Lett. **71** (1993) 3766.
- [42] N. Frascaria  
Nucl. Phys. **A569** (1994) 111c.



- [43] V. Pascalon et al.  
Proceeding of the XXXIII International Winter Meeting on Nuclear Physics, Bormio (Italie) (1995).
- [44] V. Pascalon, These Orsay (1996).
- [45] S. Mordechai et al.  
Phys. Rev. C **41** (1990) 202.
- [46] H. Ward et al.  
Phys. Rev. C **61** (1992) 2723.
- [47] S. Mordechai et C. Fred Moore  
Nature **352** (1991) 393.
- [48] T. Aumann et al.  
Phys. Rev. C **47** (1993) 1728.
- [49] J.R. Beene  
Nucl. Phys. **A569** (1994) 163c.
- [50] E. Wajda et al. (collaboration LAND)  
Nucl. Phys. **A569** (1994) 141c.
- [51] T. Aumann et al. et références incluses  
Z. Phys. **A352** (1995) 163.
- [52] C.A. Bertulani et al.  
Phys. Rev. C **53** (1996) 334.
- [53] C.A.Bertulani et V.G.Zelevinsky  
Phys.Rev.Lett. **71** (1993) 967.
- [54] C.A.Bertulani et V.Zelevinsky  
Nucl. Phys.**A568** (1994) 931.
- [55] W.J. Llope et P. Braun-Munzinger  
Phys. Rev. C **45** (1992) 799.
- [56] G. Baur et C.A. Bertulani  
Phys. Lett. **B174** (1986) 23.
- [57] G. Baur et C.A. Bertulani  
Phys. Rev. C **34** (1986) 1654.
- [58] J.W. Norbury et G. Baur  
Phys. Rev. C **48** (1993) 1915.

- [59] G. Baur et C.A. Bertulani  
Contribution à  
"Response of Nuclei under Extreme Conditions"  
Ed. Plenum, N.Y. (1986).
- [60] G. Baur et C.A. Bertulani  
Nucl. Phys. **A482** (1988) 313.
- [61] S. Nishizaki, J. Wambach  
Phys. Lett. **B 349** (1995) 7.
- [62] C.A. Bertulani et G.P. Baur  
Phys. Rep. **163** (1988) 299.
- [63] F. Catara, Ph. Chomaz et N. Van Giai  
Phys. Lett. **B 277** (1992) 405.
- [64] F. Catara, Ph. Chomaz et N. Van Giai  
Phys. Lett. **233B** (1989) 6.
- [65] D. Beaumel et P. Chomaz  
Phys. Lett. **277B** (1992) 1.
- [66] F. Catara, Ph. Chomaz et N. Van Giai et références in.  
Phys. Rev. **48B** (1993) 207.
- [67] R.A. Broglia, C.H. Dasso, A. Winther  
Proc. Intern. School of Physics Enrico Fermi, Course LXXVII  
Eds. R.A. Broglia, C.H. Dasso et R. Ricci  
(North-Holland, Amsterdam, 1981), p.327.
- [68] Ph. Chomaz et D. Vautherin  
Phys. Lett. **B** (1986) 177.
- [69] F. Catara et U. Lombardo  
Nucl. Phys. **A455** (1986) 158.
- [70] F. Catara, Ph. Chomaz et A. Vitturi  
Nucl. Phys. **A471** (1987) 661.
- [71] Landau et Lifschitz  
"Mécanique", Ed. Mir (1973).
- [72] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë  
"Mécanique Quantique", Vol.I et II, Ed. Hermann (1977).

- [73] E. Schrödinger  
Naturwissenschaften **14** (1926) 664
- [74] Aa. Alder et K. Winther  
Nucl. Phys. **A319** (1979) 518.
- [75] E. Lipparini et S. Stringari  
Phys. Rep. **175** (1989) 103.
- [76] N. Kuhn, Z. Phys. **33** (1923) 408  
L. Landeburg et F. Reiche, Naturwis. **11** (1923) 873  
L.H. Thomas, Naturwis. **13** (1925) 627.
- [77] H.J. Lipkin, N. Meshkov, A.J. Glick  
Nucl. Phys. **62** (1965) 188, 199, 211.
- [78] S.C. Pang, A. Klein et R.M. Dreizler  
Ann. Phys. (N.Y.) **49** (1968) 477.
- [79] A. Klein et E.R. Marshalek  
Rev. Mod. Phys., Vol.63, (1991) No.2.
- [80] A. Frank, Private Communication
- [81] Alejandro Frank et Piet Van Isacker  
*"Algebraic Methods in Molecular and Nuclear Physics"*  
Ed. John Wiley and Sons (1994).
- [82] P. Van Isacker et D.D. Warner  
Nucl. Part. Phys. **20** (1994) 853.
- [83] I. Zahed, M. Baranger  
Phys. Rev. **C29** (1984) 1010.
- [84] H. Flocard et M.S. Weiss  
Phys. Lett. **105B**(1981)14.
- [85] W.M. Zhang, D.H. Feng et R. Gilmore  
Rev. Mod. Phys. **62** (1990) 867.
- [86] A.M. Perelomov  
Usp. Fiz. Nauk **123** (1977) 23
- [87] D.J. Thouless  
*"The Quantum Mechanics of Many-Body Systems"* Ed. Academic, N.Y.  
(1961)

- [88] Ph. Chomaz  
"Habilitation à Diriger des Recherches"  
Ganil (1995).
- [89] T. Holstein et H. Primakoff  
Phys. Rev. **58** (1940) 1098.
- [90] S.T. Beliaev et V.G. Zelevinsky  
Nucl. Phys. **39** (1962) 582.
- [91] T. Marumori, M. Yamamura et A. Tokunaga  
Progr. Theor. Phys. **31** (1964) 1009.
- [92] M. Hage-Hassan et M. Lambert  
Nucl. Phys. **A188** (1972) 545.
- [93] E.R. Marshalek  
Nucl. Phys. **A224** (1974) 221 et 245.
- [94] J. Schwinger  
"Quantum Theory of angular momentum"  
L. Biedenharn and H. Van Dam,  
Eds. Academic (N.Y.) (1965) 350
- [95] E.R. Marshalek  
Phys. Lett. **97B** (1980) 337.
- [96] V. Yu. Ponomarev et al.  
Nucl. Phys. **A569** (1994) 333c.
- [97] V. Yu. Ponomarev et al.  
Nucl. Phys. **A599** (1995) 341c.
- [98] V. Yu. Ponomarev et al.  
Z. Phys. **A356** (1996) 251.
- [99] N. V. Giai, Suppl. Prog. Theor. Phys. **74-75** (1983) 330;  
N. V. Giai and H. Sagawa, Phys. Lett. **106B** (1981) 379.
- [100] H. Kurasawa et T. Suzuki  
Nucl. Phys. A (1996) 374.
- [101] T. Aumann, C.A. Bertulani et K. Sümmerer  
Phys. Rev. **C51** (1995) 416.
- [102] S. Kox et al.  
Phys. Rev. **C35** (1987) 1678.

- [103] C. Benesh, B. Cook et J. Vary  
Phys. Rev **C40** (1989) 1198.
- [104] E. Fermi  
Z. Phys.**29** (1924) 315.
- [105] J.D. Jackson  
"Classical Electrodynamics"  
Ed. John Wiley and Sons., Inc. (1975).
- [106] W.J. Llope et P. Braun-Munzinger  
Phys. Rev. **C41** (1990) 2644.
- [107] K. Alder et A. Winther  
"Electromagnetic Excitation" (1975)  
Ed. North-Holland, Amsterdam.
- [108] G.R. Satchler  
"Introduction to Nuclear Reactions"  
Ed. Mac Millan (1990)
- [109] B. Hoffman et G. Baur  
Phys. Rev. **C30** (1984) 247.
- [110] M.A. Abramowitz et I.A. Stegun  
"Handbook of mathematical functions"  
Ed. Dover publications, N.Y. (1965) 379, 559.
- [111] P.G. Hansen et B. Jonson, Europhys. Lett. **4** (1987) 409;  
K. Ieki et al., Phys. Rev. Lett. **70** (1993) 730;  
A. Galonsky et al., Nucl. Phys. **A599** (1996) 353c.
- [112] S.E. Koonin  
"Computational Physics"  
Ed. Addison Wesley (1986)
- [113] P. Van Isacker, M.A. Nagarajan et D.D. Warner  
Phys. Rev. **C45**(1992) R13.

## Résumé

Les Résonances Géantes Doubles, des états vibrationnels où une Résonance Géante est excitée au-dessus d'une autre Résonance Géante, ont fait l'objet, dans les dernières années, de nombreux travaux théoriques ainsi qu'expérimentaux. Si d'un côté les valeurs mesurées des énergies et des largeurs de ces états sont en accord avec les prédictions théoriques, d'un autre côté leurs sections efficaces d'excitation mesurées sont presque toujours plus grandes que les valeurs calculées. Les approches théoriques habituellement utilisées sont basées d'une part, sur l'approximation harmonique pour le mouvement collectif du noyau et d'autre part, sur une réponse linéaire du noyau au champ externe exciteur.

Dans ce travail, le rôle des anharmonicités et des non-linéarités dans le champ externe sur l'excitation des Résonances Géantes Doubles est étudié. En premier lieu, le modèle d'un oscillateur et une extension du modèle de Lipkin-Meshkov-Glick sont utilisés afin d'étudier les effets d'anharmonicités et des non-linéarités sur les probabilités d'excitation des états. Les résultats montrent que ces termes peuvent influencer les probabilités d'excitation du deuxième état de manière importante. Ensuite, ces modèles schématiques exactement solubles sont utilisés pour étudier à la fois des approximations présentes dans les calculs microscopiques basés sur les méthodes de développement en bosons ainsi que certains aspects de l'approche en champ moyen dépendant du temps. En dernier lieu, un calcul microscopique des sections efficaces d'excitation coulombienne des Résonances Géantes Doubles dans divers noyaux est présenté. Dans le cas du  $^{208}\text{Pb}$ , l'inclusion d'anharmonicités, des non-linéarités dans le champ externe et de nombreux états pouvant jouer un rôle dans le processus d'excitation donne un accord satisfaisant entre les sections efficaces calculées et mesurées.

## Abstract

Double Giant Resonances, vibrational states in which a Giant Resonance is excited on top of another Giant Resonance, have been in the last years the object of many theoretical and studies. Whereas the measured energies and widths of these states agree with the theoretical predictions, the measured excitation cross sections on the other hand are almost always bigger than the calculated ones. The standard theoretical approaches are based both on a harmonic approximation for the collective motion of the nucleus and on its linear response to an external field.

In this work the influence of anharmonicities and non-linearities in the external field on the excitation of Double Giant Resonances are studied. First, an oscillator model and an extension of the Lipkin-Meshkov-Glick model are used to study the effects of anharmonicities and non-linearities on the excitation probabilities. The results show that these terms can influence the excitation probability of the second excited state in a significant way. Secondly, these exactly soluble schematic models are used to study some of the approximations made in microscopic calculations based on boson expansion methods and also some aspects of the time-dependent mean field approach. Finally, a microscopic calculation of the Coulomb excitation cross sections of Double Giant Resonances is presented for several nuclei. It is found that, for  $^{208}\text{Pb}$ , the inclusion of anharmonicities and non-linearities and the consideration of many states that play a role in the excitation process give a satisfactory agreement between calculated and observed cross sections.

## Mots-clés

Résonance géante (physique nucléaire) - Phonons - Vibrations - Structure nucléaire - Interactions d'ions lourds - Sections efficaces (physique nucléaire) - Approximation des phases aléatoires (RPA)