



**HAL**  
open science

# Transition de phase et frustration en physique nucléaire et astrophysique

Karim Habib Omar Hasnaoui

► **To cite this version:**

Karim Habib Omar Hasnaoui. Transition de phase et frustration en physique nucléaire et astrophysique. Journées de Rencontre des Jeunes Chercheurs, Dec 2005, Aussois, France. pp.39-43. in2p3-00188324

**HAL Id: in2p3-00188324**

**<https://hal.in2p3.fr/in2p3-00188324>**

Submitted on 16 Nov 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Transition de phase et frustration en physique nucléaire et astrophysique

**K.H.O. HASNOUI**

*GANIL - Grand Accélérateur National d'Ions  
Lourds Bvd Henri Becquerel - BP 5027 - 14076  
CAEN CEDEX France*



## Résumé

Dans ce rapport, nous nous proposons d'étudier l'influence de la frustration due au champ coulombien, sur la phénoménologie des transitions de phases de la matière nucléaire présente dans la croûte interne des étoiles à neutrons.

## 7.1 Introduction

L'un des défis de l'astrophysique nucléaire est la compréhension de l'équation d'état de la matière dense dans des astres compacts tels que les étoiles et proto-étoiles à neutrons. En particulier, un sujet qui est encore très débattu est la phénoménologie des transitions de phases de la matière nucléaire avec des valeurs d'isospin très élevées et à des densités inférieures à la densité de saturation. D'un point de vue expérimental, c'est dans les lignes de recherche future d'essayer de se rapprocher de ces conditions par des réactions de multifragmentation induites par des faisceaux exotiques. Une des spécificités de la matière stellaire par rapport aux noyaux qui peuvent être étudiés en laboratoire, est la présence d'électrons neutralisant la charge des protons.

Tout de suite après la découverte du neutron par J.Chadwick, le concept d'astre compact a été introduit par L.Landau [1] dans les années trente. Dans la même période W.Baade et F.Zwicky [2] ont prédit leur formation suite à l'explosion d'une super-nova. Plus tard Oppenheimer et Volkoff [3] en ont décrit une équation d'état en formalisant le premier modèle théorique. Plus récemment, J.Bell et A.Hewish [4] ont interprété les premières observations de pulsars comme la manifestation expérimentale de l'existence des étoiles à neutrons, en les identifiant comme des astres compacts en rotation rapide.

Durant les trente dernières années, l'étude de l'équation d'état de la matière nucléaire a été l'objet d'intenses travaux théoriques. Ces études ont eu pour conséquences d'assimiler l'interaction nucléaire comme étant analogue à un potentiel de Lennard-Jones [5], ce qui implique que la matière nucléaire non chargée possède les mêmes propriétés que celles d'un fluide de Van der Waals. Cette équation d'état est caractérisée par une transition de type liquide-gaz, si on considère les

nucléons liés comme un liquide et les nucléons libres comme un gaz. L'effet du champ coulombien créé par la charge des protons sur la phénoménologie de cette transition de phase a été prise en compte dans plusieurs études successives, surtout dans le cadre des noyaux [6, 7, 8]. Le champ coulombien modifie de manière significative la thermodynamique de la matière nucléaire et cela se manifeste par un abaissement du point critique et une diminution de la zone de coexistence.

Étant donnée la masse d'une étoile à neutron, qui est d'environ 1.4 fois celle de la masse solaire, contenue dans un volume délimité par un rayon de l'ordre d'une dizaine de kilomètres, on s'attend à des densités dépassant la densité nucléaire pour les couches profondes de l'étoile. Des valeurs s'étalant de quelques dixièmes de la densité nucléaire à la densité nucléaire sont prédites pour la croûte interne de l'étoile. En utilisant les propriétés citées précédemment J.C.Pethick et D.G. Ravenhall [9, 10, 11] ont effectué des premiers calculs statiques (de type Hartree-Fock à température nulle) de la structure de la matière dense en présence des effets de frustrations du champ coulombien. Les résultats de ces travaux, ont introduit l'idée de l'existence de phases exotiques dans la croûte des étoiles à neutrons, appelées phases "pasta" à cause de l'évolution en fonction de la densité de leurs structures géométriques. De la plus haute densité à la plus basse, la matière nucléaire de la croûte présentera progressivement des structures en forme de "gruyère", de "tubes", de "lasagne", de "spaghetti", et de "bulles". Plus récemment, d'autres approches dynamiques plus sophistiquées (de type dynamique moléculaire)[12] ont lié ces phases aux caractéristiques impliquées dans le refroidissement de l'étoile, comme la propagation des neutrinos à travers le milieu nucléaire de la croûte.

Le but de notre travail sera d'étudier la transition de phase liquide-gaz de la matière stellaire. Nous appuierons notre étude à l'aide d'un modèle de type gaz sur réseau, tout en tenant compte de la frustration due au champ coulombien créé par les protons et les électrons. Pour cela nous tenterons d'implémenter correctement l'interaction coulombienne dans notre modèle, afin de reproduire correctement l'ensemble des conditions qui caractérisent la matière stellaire. Enfin pour terminer notre étude nous comparerons nos résultats à celui d'une matière stellaire non chargée afin d'évaluer

les effets dus à la frustration coulombienne.

## 7.2 Présentation du modèle

La matière d'étoile étant constituée de neutrons, de protons et d'électrons ultrarelativistes complètement delocalisés, il en découle que les seules interactions qui vont intervenir dans notre modèle seront l'interaction nucléaire entre les nucléons, ainsi que l'interaction coulombienne électron-électron, électron-proton et proton-proton. Nous nous proposons d'étudier les transitions de phase de la matière d'étoile à l'aide d'un modèle de gaz sur réseau [7] de taille  $V = L^3$ . Chacun des  $N$  sites  $i$  du réseau cubique sera caractérisé par son occupation  $n_i$  de nucléon qui sera nulle si le site est vide, et égale à 1 si celui-ci est occupé. Nous allons nous affranchir des effets d'isospin en considérant que les nucléons ont une charge  $q_p = \frac{eZ}{A}$ , où  $A$  est le nombre de masse,  $Z$  le nombre de protons,  $e$  la charge de l'électron et  $x_p = \frac{Z}{A}$  la fraction protonique. L'une des caractéristiques des électrons prise en compte dans le modèle est leur délocalisation. Leur charge globale sera répartie de manière uniforme sur chacun des  $N$  sites du réseau, où  $q_e = -\frac{Ze}{N}$  est la charge électronique par site afin d'assurer la neutralité en charge de la matière d'étoile. Le Hamiltonien total du modèle s'écrira alors :

$$H_{total} = H_{nucleaire} + H_{coulomb} \quad (7.1)$$

L'interaction nucléaire sera approximée par une interaction du type Ising, tel que :

$$H_{nucleaire} = -\epsilon \sum_{\langle i,j \rangle} n_i n_j \quad (7.2)$$

où la notation  $\langle i,j \rangle$  indique que la somme porte sur les paires de plus proches voisins. On respectera les conditions aux limites périodiques, de telle façon que notre réseau présente un élément d'une matière infinie. La constante de couplage  $\epsilon$  représente quant à elle, l'énergie de saturation nucléaire, et on imposera  $\epsilon = 5.5$  MeV afin de respecter cette condition.

Dans notre contexte astrophysique la matière nucléaire est supposée infinie et l'interaction coulombienne est une interaction à longue portée, cela implique donc que l'on devra répliquer indéfiniment notre réseau principal suivant les trois directions de l'espace, afin de tenir compte de l'ensemble des interactions entre particules qui existent au sein de notre matière d'étoile infinie. Le Hamiltonien d'interaction coulombienne sera donc régi par la relation :

$$H_{coulomb} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N n_i n_j C_{ij} \quad (7.3)$$

où la constante de couplage  $C_{ij}$  retraduit le potentiel

d'interaction coulombienne pour notre matière d'étoile, c'est-à-dire qu'elle tient compte du fait que l'on a répliqué notre réseau de manière périodique afin de s'affranchir des effets de bords, mais aussi de l'ensemble des interactions  $e^- e^-$ ,  $e^- p$ ,  $pp$ .

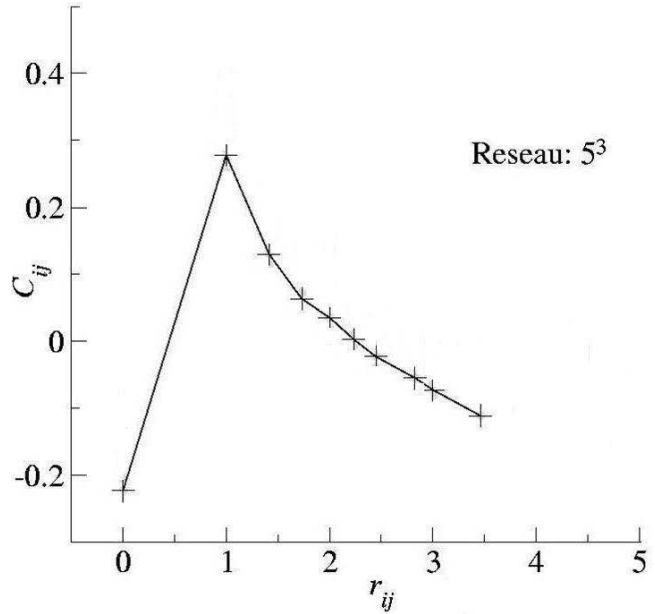


FIG. 7.1 – Éléments de matrice  $C_{ij}$  (en unité arbitraire) en fonction de la distance  $r_{ij}$  pour un réseau  $5^3$ .

## 7.3 Réalisation numérique et étude de la distribution en masse

L'ensemble des calculs numériques est réalisé à l'aide d'un algorithme de Metropolis [13], dans l'ensemble "Multi-Grand-Canonique", où l'on associe deux paramètres de Lagrange  $\beta_{nuc}$  et  $\beta_{coul}$  à chacune des observables du problème afin de mesurer leurs effets sur la transition de phase, telle que la probabilité d'avoir les énergies  $E_{nuc}$  et  $E_{coul}$  est donnée par :

$$P = \frac{W \exp(-(\beta_{nuc} E_{nuc} + \beta_{coul} E_{coul}) + \alpha A)}{Z} \quad (7.4)$$

où  $W$  est la densité d'état et  $Z$  la fonction de partition.

Une des premières études qui peut être réalisée pour caractériser la transition liquide-gaz de la matière d'étoile, est de tracer la distribution de probabilité en fonction de la masse  $A$ . Cette étude sera poursuivie pour différentes valeurs de la température  $\beta_{nuc}$  pour

un système chargé et non-chargé respectivement. Si on impose  $\beta_{coulomb} = 0$  c'est à dire pour le cas du système sans charge, nous observons une distribution bimodale en dessous du point critique et qui représente parfaitement les deux phases bien distinctes que l'on peut avoir pour une température donnée, c'est à dire la phase liquide pour des nombres de masse relativement élevés et la phase gaz dans le cas contraire. Cette coexistence liquide-gaz se termine par un point critique du second ordre avec  $\beta_{crit}^{-1} = 6.5\text{MeV}$ , où l'on ne distingue plus le liquide du gaz. Ce type de résultat est très bien connu et tout à fait similaire à ce que l'on pourrait obtenir pour un gaz de Van der Waals.

Regardons maintenant le cas le plus intéressant c'est à dire celui du système chargé où l'on procédera à la même étude que précédemment tout en imposant  $\beta_{coulomb}^{-1} = 9\text{MeV}$ . En toute première observation on remarque que le résultat est similaire au cas du système non chargé c'est à dire que nous obtenons une zone de coexistence liquide-gaz. Néanmoins le résultat obtenu est assez différent voir inattendu. En effet pour le cas des noyaux, l'interaction coulombienne a tendance à diminuer la température de transition ainsi qu'à réduire la zone de coexistence, et l'on pourrait s'attendre à avoir des effets similaires pour la matière d'étoile. Contrairement à ce que l'on pourrait attendre, la zone de coexistence persiste pour des températures beaucoup plus élevées par rapport au cas de la matière non-chargée, et la température de transition est augmentée par l'interaction coulombienne où  $\beta_{nuc}^{-1} = 7.625\text{MeV}$ , tel que  $\beta_{coul}^{-1} = 9\text{MeV}$  et ce qui constitue un résultat tout à fait original.

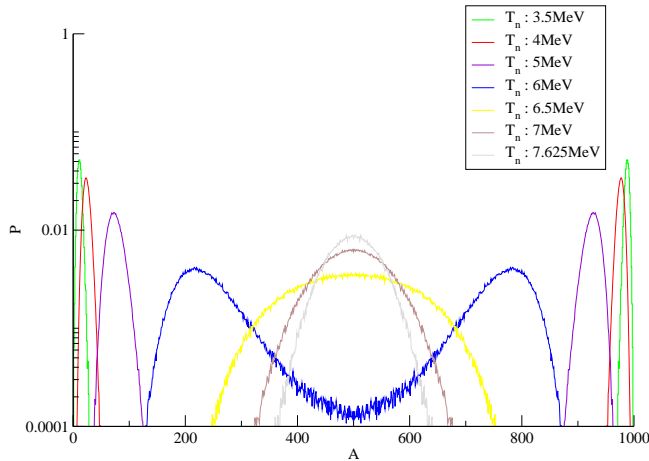


FIG. 7.2 – Distribution de probabilité en fonction de la masse pour un réseau  $10^3$  avec différentes valeurs de  $\beta_{nuc}$  où  $\beta_{coul}^{-1} = 0\text{MeV}$  et  $\mu = -16.5\text{MeV}$ .

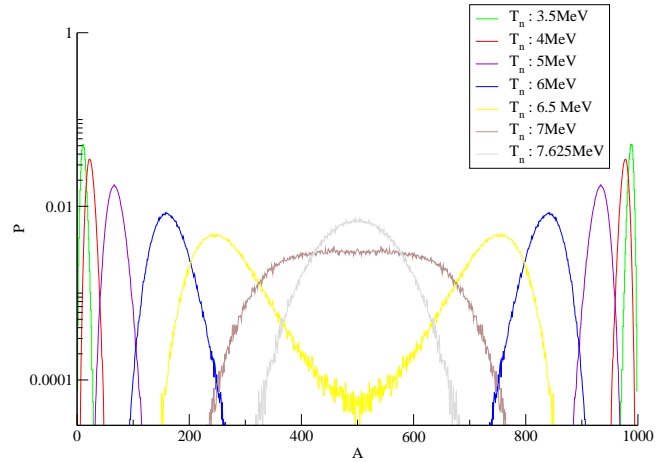


FIG. 7.3 – Distribution de probabilité en fonction de la masse pour un réseau  $10^3$  avec différentes valeurs de  $\beta_{nuc}$  où  $\beta_{coul}^{-1} = 9\text{MeV}$  et  $\mu = -16.5\text{MeV}$ .

## 7.4 Ordre de la transition

Pour ce qui est du modèle d'Ising ou celui du gaz sur réseau, la transition de phase est du second ordre au point critique, et entièrement caractérisée par une divergence de la longueur de corrélation  $\xi$  lorsque l'on se rapproche du point critique. On peut également ajouter que certaines observables telle que l'aimantation peuvent avoir un comportement en loi d'échelle à  $T_c$  où les exposants critiques présentent un degré d'universalité, c'est-à-dire qu'ils ne dépendent pas du détail des interactions au niveau microscopique et restent les mêmes dans de larges classes de systèmes différents. Le tout est donc de déterminer l'ordre de la transition liquide-gaz pour notre modèle, ainsi que de savoir si l'on est en présence ou non d'un phénomène critique. La fonction de corrélation entre deux sites  $G(\vec{r})$  [14, 15] étant définie par la relation :

$$G(\vec{r}) = \langle n(\vec{r})n(\vec{0}) \rangle \propto \frac{\exp(-r/\xi)}{r^{D-2+\eta}} \quad (7.5)$$

où  $D$  est la dimension du réseau et  $\eta$  un exposant critique. On peut également la relier à la densité d'énergie d'interaction coulombienne moyenne par :

$$\epsilon_{coul} \propto \frac{\alpha}{2V} \int \frac{G(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r} d\vec{r}' \propto 2\pi\alpha \int G(r)r dr \quad (7.6)$$

et ce qui nous permet donc d'affirmer que si l'on est en présence d'un phénomène critique, l'énergie coulombienne devrait diverger car notre intégrale précédente n'est définie que pour des longueurs de corrélation finies.

Nous allons dans un premier temps regarder la den-

sité d'énergie d'interaction coulombienne en fonction de la densité d'énergie d'interaction nucléaire, pour différentes valeurs de  $\beta_{nuc}$  et  $\beta_{coul}$  afin de nous donner une première idée sur l'ordre de la transition. Ces caractéristiques seront regardées pour différentes tailles de réseau car si les longueurs de corrélations divergent, elles ne peuvent uniquement atteindre la longueur du réseau car celui-ci a une taille finie.

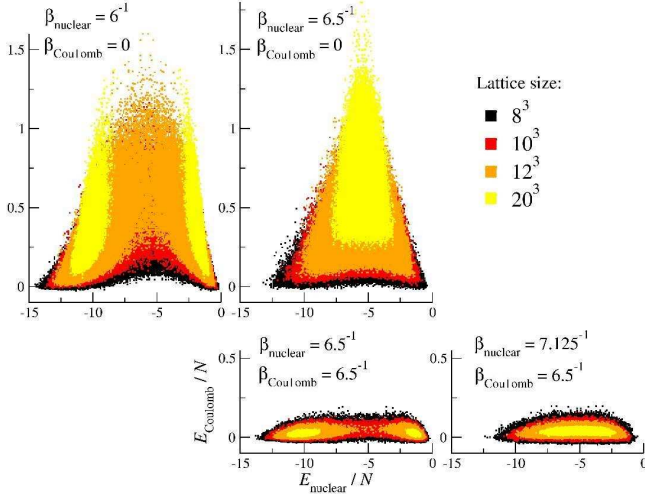


FIG. 7.4 – Densité d'énergie coulombienne en fonction de la densité d'énergie nucléaire pour différentes valeurs de  $\beta_{nuc}$  et  $\beta_{coul}$  avec différentes tailles de réseau.

Pour le cas du système non chargé, le diagramme  $(E_{nuc}, E_{coul})$  nous montre clairement que lorsque l'on a pas encore atteint le point critique, c'est-à-dire pour  $\beta_{nuc}^{-1} \leq 6.5$  MeV, la phase liquide et la phase gaz sont bien distinctes et les longueurs de corrélation sont bien finies à cause d'une non-divergence de l'énergie coulombienne lorsque l'on augmente la taille du réseau ( $N$  variant de  $2^3$  à  $20^3$ ). Par contre au voisinage du point critique, l'énergie coulombienne diverge lorsque l'on augmente la taille du réseau, ce qui nous indique que la longueur de corrélation diverge et ce qui est caractéristique d'une transition de phase du second ordre. Le résultat était tout à fait prévisible car il s'agit du modèle du gaz sur réseau isomorphe au modèle d'Ising. Si l'on revient au cas du système chargé, et que l'on se place en dessous du point critique, on remarque que la phénoménologie du système est quasiment similaire au système non chargé. Par contre si on se place au point critique tel que  $\beta_{nuc}^{-1} = 6.5$  MeV et  $\beta_{coul}^{-1} = 7.125$  MeV, alors on ne distingue plus qu'une seule phase où la densité d'énergie d'interaction coulombienne est finie et quasiment constante même si on augmente la taille du réseau. L'un des points importants que l'on peut donc tirer de cette étude, est que nous ne sommes plus en présence d'une transition du second ordre, et que le phénomène n'est pas critique au point de transition. Les

corrélations du système seront donc profondément modifiées au point de transition pour un système chargé et cela aura un impact significatif sur la propagation des neutrinos [12] dans la croûte des étoiles à neutrons et donc sur leur refroidissement.

## 7.5 Conclusion

Dans ce rapport nous avons étudié la transition liquide-gaz de la matière nucléaire au sein de la croûte des étoiles à neutrons. Pour cela nous avons été amenés à tenir compte de l'interaction coulombienne, ainsi que la délocalisation des électrons. Le réhaussement du point de transition, n'ayant été prédit par aucune théorie, constitue à lui seul un résultat original. Une des perspectives intéressantes de ce travail serait d'étudier les autres phases exotiques de la croûte et de déterminer si elles persistent à température finie. Il faut également remarquer que notre modèle est purement schématisé et qu'il serait intéressant de réaliser le même travail à l'aide d'une approche FMD [16] tout en utilisant une interaction effective de type Skyrme [17], et ceci afin d'obtenir des résultats beaucoup plus réalistes.

## Remerciements

Je tiens à adresser mes sincères remerciements au comité d'organisation de ces JRJC 2005 et plus particulièrement au coordinateur de la session "Dynamique Nucléaire" B. Blank. Je remercie également l'ensemble des intervenants pour la qualité de leurs exposés, le personnel du CAES d'Aussois pour leur accueil, ainsi que le LSM pour l'agréable visite de leur laboratoire. Enfin je remercie les amis des transitions de phases c'est à dire, Ph. Chomaz, C. Ducoin, F. Gulminelli et P. Napolitani.

## Références

- [1] L. Landau, *Physik Zeits, Sowjetunion*, 285 (1932).
- [2] W. Baade, F. Zwicky *Remarks on Super-novae and Cosmic Rays* *Phys. Rev.* 46, 76-77 (1934).
- [3] J. R. Oppenheimer, G. M. Volkoff *On Massive Neutron Cores*, *Phys. Rev.* 55, 374-381 (1939).
- [4] A. Hewish *Pulsars and high density physics*, *Rev. Mod. Phys.* 47, 567-572 (1975).
- [5] G. Sauer, H. Chandra, U. Mossel, *Thermal Properties of Nuclei*, *Nucl. Phys. A* 264, 221 (1976).
- [6] S. Levi, P. Bonche *Coulomb instability in hot compound nuclei approaching liquid-gas transition*, *Nucl. Phys. A* 437, 426 (1985).
- [7] V. Flandrois *Signaux de transitions de phase des systèmes finis*, Thèse de l'université de Caen (2001).

- [8] P. Chomaz, F. Gulminelli, Al. H. Raduta, Ad. R. Raduta *Influence of the Coulomb Interaction on the Liquid-Gas Phase Transition and Nuclear Multifragmentation*, Phys. Rev. Lett. 91, 202701 (2003).
- [9] D.G. Ravenhall, C.J. Pethick, J.R. Wilson *Structure of Matter below Nuclear Saturation Density*, Phys.Rev.Letts. 50, 2066 (1983).
- [10] C.P. Lorenz, D.G. Ravenhall, C.J. Pethick *Neutron Star Crusts*, Phys.Rev.Letts.70, 379 (1993).
- [11] D.G. Ravenhall, C.J. Pethick *Matter at Large Neutron Excess and the Physics of Neutron-Star Crusts*, Annu.Rev.Nucl.Part.Sci.1995.45 :429-84.
- [12] C. J. Horowitz, M. A. Pérez-García, J. Carriere *Nonuniform neutron-rich matter and coherent neutrino scattering*, Phys. Rev. C 70, 065806 (2004).
- [13] N. Metropolis et al J. Chem. Phy. 21(1953)1087.
- [14] P. Chomaz, F. Gulminelli, C. Ducoin, P. Napolitani, K.H.O. Hasnaoui *Anomalous thermodynamics and transitions of neutron star matter*, en préparation (2005).
- [15] M. LeBellac, *Des phénomènes critiques aux champs de jauge*, Intereditions/Edition du CNRS (1988).
- [16] H. Feldmeier, K. Bieler, J. Schnack, *Fermionic Molecular Dynamics for ground states and collisions of nuclei*, Nucl. Phys. A586 (1995) 493-532.
- [17] J. Meyer *interactions effectives, théories de champ moyen, masses et rayons nucléaires*, Ann. Phys. Fr. Vol. 28 No. 3.