



HAL
open science

Étude de l'injection axiale d'un faisceau d'ions lourds dans un cyclotron compact

Stéphane Chel

► **To cite this version:**

Stéphane Chel. Étude de l'injection axiale d'un faisceau d'ions lourds dans un cyclotron compact. Physique des accélérateurs [physics.acc-ph]. Université Paris 7, 1988. Français. NNT: . tel-01697617

HAL Id: tel-01697617

<https://hal.in2p3.fr/tel-01697617>

Submitted on 31 Jan 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE PARIS 7

THESE

présentée

Pour obtenir

Le TITRE de DOCTEUR EN SCIENCE

(Spécialité : Physique et Technologie des Grands Instruments)

PAR

Stéphane CHEL

SUJET : ETUDE DE L'INJECTION AXIALE D'UN FAISCEAU D'IONS LOURDS
DANS UN CYCLOTRON COMPACT

soutenue le 28 Novembre 1988 devant la Commission d'examen

MM. B. GROSSETETE	Président du Jury
A. SEPTIER	Examineur
P. LAPOSTOLLE	Examineur
G. GENDREAU	Examineur

UNIVERSITE DE PARIS 7

THESE

présentée

Pour obtenir

Le TITRE de DOCTEUR EN SCIENCE

(Spécialité : Physique et Technologie des Grands Instruments)

PAR

Stéphane CHEL

SUJET : ETUDE DE L'INJECTION AXIALE D'UN FAISCEAU D'IONS LOURDS
DANS UN CYCLOTRON COMPACT

soutenue le 28 Novembre 1988 devant la Commission d'examen

MM. B. GROSSETETE	Président du Jury
A. SEPTIER	Examinateur
P. LAPOSTOLLE	Examinateur
G. GENDREAU	Examinateur

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur DETRAZ, Directeur du Grand Accélérateur National d'Ions Lourds, pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire.

J'exprime mes plus vifs remerciements à Monsieur GOUTTEFANGEAS, Directeur des accélérateurs, ainsi qu'à Monsieur FERME, Responsable du secteur développement, sans l'accord et la bienveillance desquels cette thèse n'aurait pu s'effectuer dans de bonnes conditions.

Le Professeur GROSSETETE, Président du jury, et le Professeur SEPTIER ont accepté de juger ce travail et je suis très sensible à cet honneur.

Monsieur LAPOSTOLLE a accepté d'être le Directeur de cette thèse malgré ses nombreuses occupations, aussi me tient-il à coeur de lui signifier ma gratitude. Mais je souhaite également lui exprimer mes sincères remerciements pour les conseils qu'il m'a prodigués, tant au cours de cette étude que lors de sa rédaction.

Je remercie vivement Monsieur BECK qui m'a proposé ce sujet pour l'intérêt constant qu'il a porté à cette étude et pour ses précieuses suggestions.

Monsieur GENDREAU, en m'apportant son aide, m'a offert la possibilité de me familiariser avec le sujet de cette étude ainsi qu'avec l'ensemble du laboratoire. Nos nombreux échanges de vue ont permis à ce travail d'aboutir et je tiens ici à lui faire savoir combien je lui en suis reconnaissant.

Messieurs RICAUD et BRU ont, durant nos nombreuses discussions, permis à ce travail de trouver sa voie. Leur participation lors de sa mise en forme ont, je le souhaite, donné naissance à un document utile et utilisable. Je tiens ici à leur exprimer ma profonde reconnaissance.

Je tiens à remercier également Monsieur BERTRAND pour son apport essentiel lors du développement des programmes de calcul et son intérêt pour cette étude, Monsieur CHABERT pour son aide sur certains points particuliers, ainsi que Melle BOURGAREL et Messieurs ATTAL et BARON du groupe "injecteur et source" grâce aux efforts desquels l'usinage et les essais d'un inflecteur prototype ont pu être réalisés.

Je remercie enfin Madame BEX pour son concours lors de l'impression de ce document.

INTRODUCTION

Le travail qui fait l'objet de cette thèse se situe dans le cadre du projet OAI (Opération d'Augmentation de l'Intensité) du GANIL et concerne l'étude de l'injection axiale à 100 kV dans un cyclotron compact. Il comprend l'étude de l'infecteur spiral (géométrie des électrodes, champ électrique, trajectoire centrale, trajectoires paraxiales, matrice de transfert 6×6 , effet de charge d'espace, problèmes de réalisation) et son implication sur l'optique de la ligne d'injection axiale. Si le travail s'appuie sur des études antérieures et se base sur des méthodes connues, son originalité réside notamment dans :

- la résolution d'aspects qui, dans des études similaires, étaient restés en suspens,
- la prise en compte du mouvement longitudinal dans l'infecteur sur la dynamique dans la ligne d'injection,
- la mise au point de programmes de calcul, dont la portée générale permet de traiter les autres types d'infecteur connus,
- l'élaboration d'une procédure d'étude complète.

I : PRELIMINAIRES

Contexte du projet

Le complexe accélérateur du GANIL se présente comme un ensemble de trois cyclotrons en cascade (fig. 01) qui délivre actuellement des faisceaux d'ions lourds multichargés depuis le Carbone jusqu'au Xénon. Le premier étage accélérateur est constitué par un cyclotron compact (C01 ou C02), qui sert d'injecteur au cyclotron à secteurs séparés CSS1. Les ions sont ensuite portés à un état de charge plus élevé par épiluchage, puis accélérés jusqu'à l'énergie finale d'utilisation par le second cyclotron à secteurs séparés CSS2.

Lors de la mise en service du GANIL en Janvier 1983, le cyclotron compact C01 était équipé d'une source interne FIG. Depuis 1986, en raison des nombreux avantages qu'elle procure (état de charge et intensité plus élevés, grande stabilité de fonctionnement sur des durées importantes, etc.), une source externe de type ECR est actuellement utilisée avec le second cyclotron compact C02. Une pré-accelération est obtenue en portant la source à une tension de 23 kV. L'injection dans C02 est de type axial, un inflecteur de type hyperboloïde amenant le faisceau dans le plan médian du cyclotron.

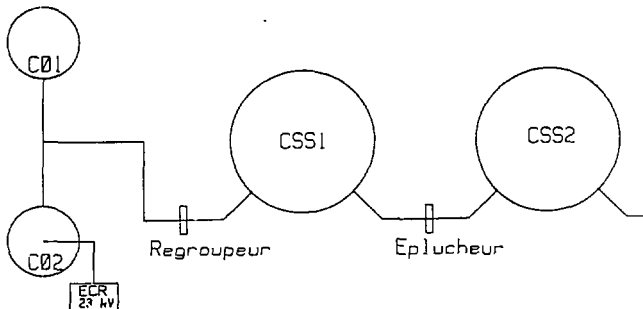


Fig. 01 : Schéma de principe du système accélérateur du GANIL

Au cours des six années de fonctionnement du GANIL, l'intérêt s'est fortement porté sur des expériences mettant en jeu des énergies intermédiaires (45 MeV/A jusqu'au Krypton). Afin d'étendre cette gamme d'énergie intermédiaire jusqu'au Xénon, le projet OAE (Opération Augmentation d'Énergie) [01] a été décidé (fig. 02).

Ce développement a été possible grâce aux performances en ions lourds fortement chargés des sources ECR. Il entraîne des modifications importantes :

- du cyclotron injecteur actuel (qui devient le NC02)
- du regroupeur
- des éléments d'injection de CSS2.

La source ECR restant au potentiel de 23 kV, la structure de la ligne d'injection axiale ne subit pas de changement important. Son implantation est légèrement modifiée (en direction) pour tenir compte du déplacement de l'infecteur hyperboloïde nécessité par la nouvelle géométrie centrale du cyclotron injecteur NC02.

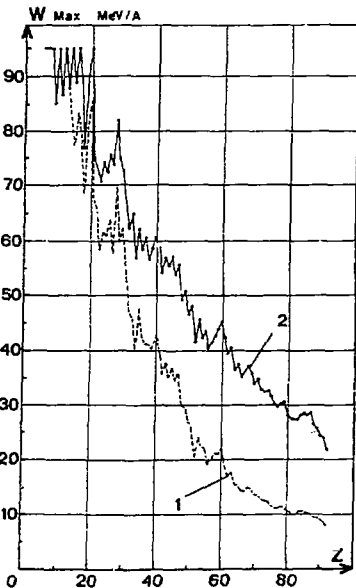


Fig. 02 : Caractéristique en énergie avant (1) et après (2) l'OAE.

Pour tirer le meilleur bénéfice d'une source ECR, lorsque l'OAE sera réalisée, un second projet de développement a été décidé, l'OAI (Opération d'Augmentation de l'Intensité). Ce projet comporte diverses modifications, dont la première concerne l'étage injecteur. Elle consiste à transformer CO1 en NCO1 de manière à le rendre identique à NCO2 et à lui associer une source ECR montée sur une plateforme à 100 kV (fig. 03) afin de s'affranchir des pertes dues à la charge d'espace.

Pour ces deux projets, les énergies et les intensités maximales attendues sur les aires d'expériences sont données dans le tableau ci-dessous * :

Ion	${}^8_5\text{O}$	${}^{18}_{15}\text{Ar}$	${}^{36}_{36}\text{Kr}$	${}^{54}_{54}\text{Xe}$	${}^{73}_{73}\text{Ta}$	${}^{79}_{79}\text{Au}$
Etats de charge **	4 ⁺ -8 ⁺	7 ⁺ -18 ⁺	14 ⁺ -33 ⁺	17 ⁺ -44 ⁺	22 ⁺ -55 ⁺	23 ⁺ -56 ⁺
Energie (MeV/A)	95	77	60	44	36	31
Intensité OAE (pps)	2.10^{12}	3.10^{11}	2.10^{10}	9.10^9	4.10^9	1.10^8
Intensité OAI (pps)	1.10^{13}	1.10^{12}	6.10^{10}	3.10^{10}	1.10^{10}	3.10^8

** Les deux états de charge donnés concernent respectivement la partie en amont et en aval de l'éplucheur.

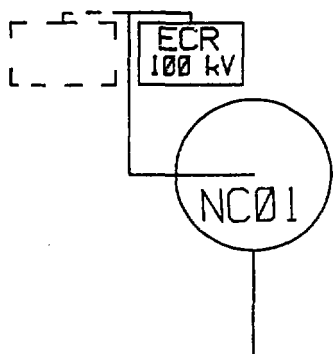


Fig. 03 : Schéma de l'étage injecteur de l'OAI.

* Communication privée de J. Fermé

Choix de l'infecteur

Les paramètres principaux qui permettent de déterminer les caractéristiques de l'infecteur sont :

- la tension de la plateforme : 100 kV (choix *a priori*)
- la hauteur maximale disponible pour l'infecteur : 120 mm
- le rayon magnétique d'injection : $R_m = 74.1$ mm

Aux vues de ces données, il s'est avéré nécessaire de déterminer, dans un premier temps, le type d'infecteur, puis, en fonction de ce choix, de concevoir la structure de la ligne d'injection axiale de NC01.

Il est convenu d'utiliser la terminologie suivante pour les différents types d'infecteur que nous allons passer en revue :

- Miroir (W.B. Powell)
- Hyperboloïde (R.W. Müller) (voir planche 1)
- Parabolique (R.W. Müller)
- Spiral (J.L. Pabot et J.L. Belmont)

L'infecteur de type miroir [02-03] est exclu du fait de la différence de potentiel importante qu'il requiert (de l'ordre de la tension d'injection). De plus, l'énergie cinétique des particules varie à la traversée de cet infecteur : les particules sont d'abord freinées lors de leur descente verticale, puis réaccélérées dans le plan médian du cyclotron. Ce type d'infecteur dégrade les qualités du faisceau incident, en particulier en le rendant très sensible aux phénomènes de charge d'espace au moment où son énergie cinétique est minimale.

Par contre, dans les autres types d'infecteur envisagés ici, la particule centrale évolue sur l'équipotentielle nulle et par conséquent à énergie cinétique constante, ce qui permet de conserver une meilleure qualité au faisceau.

Dans notre cas, les valeurs des champs électrostatiques ne constituent pas un critère déterminant pour le choix de l'infecteur, étant donné que chacun d'eux requiert des champs du même ordre de grandeur.

Toutefois, l'infecteur hyperboloïde (voir annexe 1) n'a pu être retenu. En effet, dans le cas de cet infecteur, le rayon de courbure magnétique d'injection fixe complètement toutes ses caractéristiques. Il n'existe aucun paramètre libre. Il faudrait donc disposer d'une hauteur ($= 6^{\frac{1}{2}} R_m$) supérieure à 181 mm, ce qui n'est pas le cas.

De plus, la position de cet inflecteur par rapport au cyclotron est elle aussi fixée, et il n'est pas possible d'injecter suivant l'axe de symétrie du cyclotron ; ceci peut présenter des inconvénients pour les trajectoires des particules en les soumettant à des perturbations de champ magnétique dans la zone proche du pôle supérieur du cyclotron.

Pour des raisons identiques, l'inflecteur parabolique [04] ne peut être utilisé car, de même que l'inflecteur hyperboloïde, il ne possède pas de paramètre libre et, pour le même rayon magnétique d'injection, sa hauteur ($= 2R_m$) est de 148.2 mm.

Le dernier type d'inflecteur envisageable est donc l'inflecteur spiral [06] qui, bien que plus difficile à définir analytiquement que les autres types d'inflecteur, a été retenu, du fait de son faible encombrement, par différents laboratoires pour assurer l'injection axiale dans des cyclotrons compacts et dans des cyclotrons supraconducteurs :

SARA / Grenoble	TRIUMF / Vancouver	
AGOR / Orsay-Gröningen	K500 et K800 / MSU	...

Dans notre cas, cet inflecteur est intéressant à double titre :

- il remplit les conditions sur la hauteur
- il possède un paramètre supplémentaire permettant de le positionner horizontalement par rapport au cyclotron.

II : ASPECT THEORIQUE DE L'INFLECTEUR SPIRAL

Dans cette partie, les caractéristiques de l'inflecteur spiral telles que la trajectoire centrale, le champ électrostatique et les électrodes sont déterminées et conduisent à un ensemble de valeurs de paramètres qui seront retenues pour toute cette étude ; toutefois, les valeurs définitives ne seront gelées qu'après la connaissance complète de la géométrie centrale et des possibilités du cyclotron injecteur.

Choix des repères et définition des champs

Afin d'étudier l'inflecteur spiral [07-09] , on choisit un repère fixe $(O, i, j, k)^*$ lié au cyclotron injecteur NCOI du GANIL (voir fig. 06) ; l'origine O est située dans le plan médian du cyclotron, supposé horizontal, mais pas obligatoirement en son centre ; le plan horizontal est repéré par (i, j) et l'axe vertical ascendant par k .

On suppose en première approximation que le champ magnétique B reste constant dans toute la zone comprenant l'inflecteur (ce qui serait le cas si les pôles étaient plats et si le trou pratiqué dans la culasse, afin d'amener le faisceau à l'intérieur du cyclotron, n'existait pas).

Pour déterminer les expressions analytiques du champ électrostatique E sur la trajectoire de la particule centrale, on considère que celle-ci évolue sur l'équipotentielle nulle, et que par conséquent son énergie cinétique demeure constante ($\{v_0\} = v_0 = \text{cste} > 0$) ; en chaque point de sa trajectoire, la vitesse de cette particule est donc perpendiculaire au champ E.

* Les vecteurs sont représentés par une écriture en caractères gras

Le champ électrostatique imaginé par Pabot et Belmont peut se décomposer en la somme de deux champs E_0 et E_n :

- $E_n = n v_0 \times B$. Ce champ est situé dans un plan horizontal. Il est fonction d'un coefficient $n \geq 0$ et renforce l'action défléctrice due au champ magnétique
- E_0 est la composante qui permet d'infléchir les trajectoires des particules, initialement orientées suivant l'axe vertical, pour les amener dans le plan médian du cyclotron. E_0 contient entièrement la composante verticale du champ et reste normal à la trajectoire de la particule centrale.

$$E_n \perp v_0 \text{ et } E = (E_n + E_0) \perp v_0 \Rightarrow E_0 \perp v_0 .$$

Nous adoptons l'hypothèse de Pabot et Belmont : $|E_0| = \text{constante}$.

Il est donc possible de décomposer E selon les vecteurs p , q et r d'un trièdre direct (fig. 04) lié à la particule centrale $M_0(x, y, z)$ avec :

$$\begin{cases} p = q \times r \\ q = \frac{v_0 \times B}{|v_0 \times B|} \\ r = v_0 / |v_0| \end{cases}$$

La composante E_n est par définition dirigée selon q et elle rend l'inflécteur plus compact pour des conditions d'injection données :

$$E_n = |E_n| q$$

Les actions conjuguées de E_n et de B peuvent se représenter par un champ magnétique équivalent :

$$B_{\text{eq}} = (n+1) B = \sigma |B_{\text{eq}}| k$$

avec $\sigma = +1$ si B est positif (ascendant)
 $\sigma = -1$ si B est négatif (descendant).

E_0 est choisi selon le vecteur p puisqu'il existe selon q la composante E_n ajustable à l'aide du coefficient n ; ce champ en un point de la trajectoire centrale est donc situé dans le plan vertical qui contient

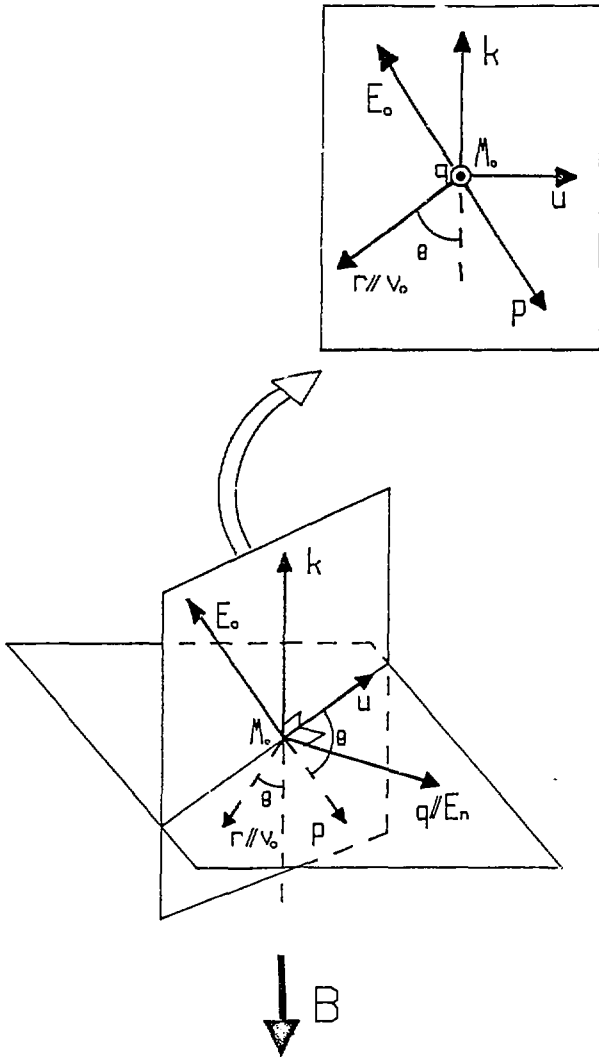


Fig. 04 : Repère mobile et champ électrostatique.

la vitesse de la particule centrale en ce même point.

Si cette particule est un ion positif, il faut que E_0 soit ascendant, permettant ainsi de diminuer progressivement la composante verticale de la vitesse jusqu'à l'annuler au niveau du plan médian du cyclotron. Cette composante s'écrit donc :

$$E_0 = \varpi |E_0| p \quad (\text{fig. 05})$$

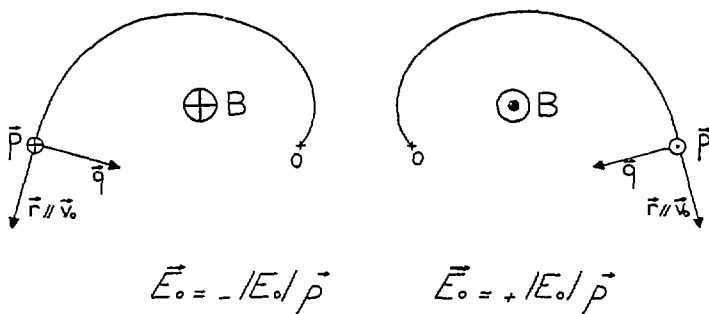


Fig. 05 : Repère (p, q, r) à la sortie de l'inflcteur.

L'expression de E dans le repère mobile peut donc s'écrire :

$$E = E_0 + E_n = \varpi E_0 p + E_n q .$$

A partir du calcul du vecteur p , il est aisé d'obtenir dans le repère fixe :

$$E_0 \begin{cases} -E_0 \dot{x} \dot{z} / v_0 \sqrt{v_0^2 - \dot{z}^2} \\ -E_0 \dot{y} \dot{z} / v_0 \sqrt{v_0^2 - \dot{z}^2} \\ +E_0 \sqrt{v_0^2 - \dot{z}^2} / v_0 \end{cases} , \text{ où } E_0 > 0$$

$$\text{en posant : } v_0 = (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)^{1/2} \quad \text{et } \dot{x} = \frac{dx}{dt} , \dots$$

Détermination de la trajectoire centrale

La seule force agissant sur les particules pénétrant dans l'infecteur est la force de Lorentz due au champ B du cyclotron et au champ de l'infecteur $E = E_0 + E_n$. L'équation du mouvement projetée sur chacun des axes du repère fixe, pour des particules de masse m et de charge totale q, s'écrit :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{q}{m} \left(E_{0x} + (n+1)By \dot{y} \right) \\ \ddot{y} = \frac{q}{m} \left(E_{0y} - (n+1)Bx \dot{x} \right) \\ \ddot{z} = \frac{q}{m} E_{0z} \end{cases}$$

- Mouvement vertical :

L'équation découplée en z a une solution de la forme :

$$\dot{z} = -v_0 \cos\theta, \quad \text{où } \theta = \frac{qE_0}{mv_0} t;$$

l'entrée et la sortie de l'infecteur peuvent alors être repérées respectivement par $\theta = 0$ et $\theta = \pi/2$; aussi, en appelant A la hauteur de l'infecteur, le mouvement vertical est-il décrit par :

$$z = A (1 - \sin\theta) \quad \text{avec} \quad A = \frac{mv_0^2}{qE_0}$$

- Mouvement horizontal :

Les deux équations faisant intervenir x et y peuvent être ramenées à une équation complexe en posant : $u = x + iy$, et en faisant apparaître le coefficient $2K = -(n+1)Bv_0/E_0$, il vient : $\dot{u} = u_0 \sin\theta \exp(2iK\theta)$.

Les conditions à la sortie de l'infecteur imposent $|u_0|^2 = \dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 = v_0^2$, mais elles ne permettent pas de déterminer les constantes d'intégration; pour ce faire, on fixe l'orientation du champ E_0 à l'entrée de l'infecteur selon i. Les composantes horizontales de la vitesse étant connues, on obtient les équations de la trajectoire en choisissant le point d'entrée de la particule centrale dans l'infecteur tel que $x(\theta=0) = y(\theta=0) = 0$.

Avec les hypothèses faites, la trajectoire centrale est donc déterminée, et il est clair qu'elle donne accès aux autres caractéristiques. Leurs expressions en fonction du paramètre θ suivent :

$$\text{Position} \quad \begin{cases} x = \frac{A}{2} \left(\frac{\cos(2K-1)\theta}{2K-1} - \frac{\cos(2K+1)\theta}{2K+1} \right) - \lambda \\ y = \frac{A}{2} \left(\frac{\sin(2K-1)\theta}{2K-1} - \frac{\sin(2K+1)\theta}{2K+1} \right) \\ z = A (1 - \sin\theta) \end{cases}, \text{ et } \lambda = \frac{A}{4K^2 - 1}$$

$$\text{L'entrée se situe en } \begin{cases} 0 \\ 0 \\ A \end{cases} \text{ et la sortie en } \begin{cases} +2K\lambda \sin K\pi - \lambda \\ -2K\lambda \cos K\pi \\ 0 \end{cases}$$

Les expressions pour la trajectoire centrale sont celles obtenues par Pabot [07] et elles ne sont valables que si $K \neq \pm 1/2$ (une étude de ce cas précis se trouve dans l'annexe de la thèse de Pabot [08]).

$$\text{Vitesse } v_0 \quad \begin{cases} \dot{x} = v_0 \sin\theta \cos 2K\theta \\ \dot{y} = v_0 \sin\theta \sin 2K\theta \\ \dot{z} = -v_0 \cos\theta \end{cases}$$

$$\text{Champ } E \quad \begin{cases} E_0 (\cos\theta \cos 2K\theta - k_0 \sin\theta \sin 2K\theta) \\ E_0 (\cos\theta \sin 2K\theta + k_0 \sin\theta \cos 2K\theta) \\ E_0 \sin\theta \end{cases}$$

$$\text{et } |E| = E_0 (1 + k_0^2 \sin^2\theta)^{1/2}$$

où $k_0 = -nBv_0/E_0$ est une autre expression qui fait intervenir le paramètre n et qui joue un rôle identique à $2K = -(n+1)Bv_0/E_0$.

Ainsi, les grandeurs caractérisant la particule centrale dépendent de deux paramètres A et k_0 (on préfère retenir k_0 ou K plutôt que n , étant donné que le second paramètre de l'infecteur spiral intervient toujours sous cette forme dans les expressions des différentes grandeurs).

- A : hauteur de l'infecteur
- k_0 : permettant de choisir le positionnement de l'infecteur par rapport au cyclotron en renforçant l'action du champ magnétique par l'intermédiaire de la composante de champ électrostatique E_n .

Ce paramètre k_0 détermine également l'angle ψ entre le champ E et la verticale k :

$$\text{tg } \psi = k_0 \sin \theta.$$

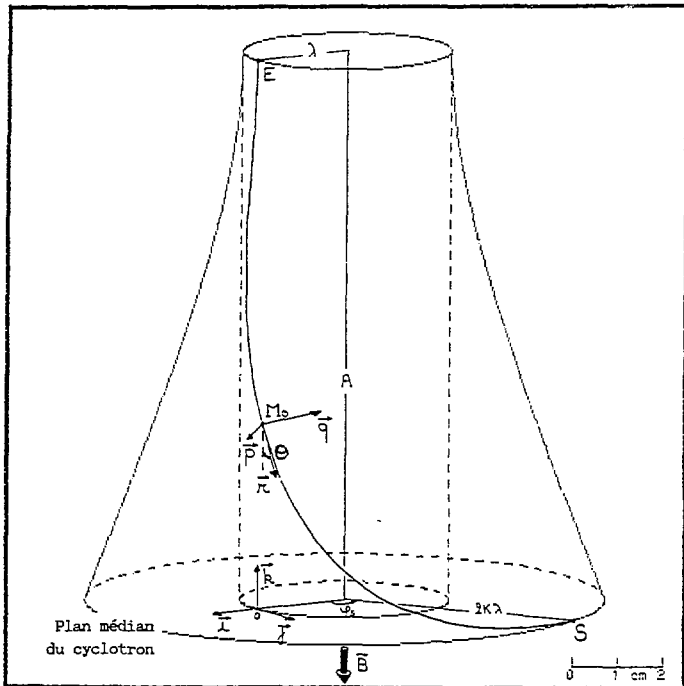


Fig. 06 : Repères et hyperboloïde portant la trajectoire centrale ; $\psi_s = (2K-1)\pi/2$.

Il est à noter qu'après élimination de θ dans l'équation de la trajectoire centrale, on trouve l'équation de surface suivante :

$$\frac{(x+\lambda)^2}{\lambda^2} + \frac{y^2}{\lambda^2} - \frac{(z-A)^2}{\lambda A} = 1$$

La trajectoire centrale évolue donc sur un hyperboloïde de révolution centré en $x=-\lambda$ et $y=0$ (dans le cas $|k|>1/2$; dans le cas contraire, il s'agirait d'un ellipsoïde de révolution) ; seule la partie $0 \leq z \leq A$ de ce cylindre (fig. 06) est nécessaire pour décrire l'infecteur.

Dans le cas de l'infecteur spiral, cette surface n'est pas l'équipotentielle nulle (contrairement à l'infecteur hyperboloïde - voir annexe 1).

Champ analytique et électrodes

Pour obtenir le champ en chaque point de l'espace à partir des expressions de la trajectoire centrale \mathcal{C} , il faudrait pouvoir résoudre le problème général :

$$\begin{cases} \Delta V = 0 \\ V = 0 \text{ sur } \mathcal{C} \\ \nabla V = -E \text{ sur } \mathcal{C} \end{cases}$$

Ce problème est évidemment non trivial et il n'admet de solutions analytiques que si les expressions définissant \mathcal{C} et E sont suffisamment simples, ce qui n'est pas le cas de l'infecteur spiral. On peut toutefois montrer qu'aucune expression quadratique en x, y, z du potentiel ne satisfait entièrement ces conditions.

Devant cette difficulté, le champ a été développé au 1^{er} ordre autour de la trajectoire centrale pour une valeur de θ donnée. Des expressions analytiques du champ peuvent alors être obtenues ([07] et [10]), mais un terme du premier ordre doit être ajouté afin de rendre ce développement Maxwellien [09]. En fait, il existe une infinité de solutions, les seules conditions étant que :

$$\begin{cases} \nabla \cdot (E - E_{\text{central}}) = 0 \\ \nabla \times (E - E_{\text{central}}) = 0 \end{cases} \quad \text{dans l'hypothèse } \theta = \text{cste.}$$

Face à l'arbitraire du choix du terme additionnel, nous avons cherché à obtenir une expression simple de ce champ. En considérant M_0 , point de la trajectoire centrale à θ donné, et M , un point de son voisinage immédiat tel que : $M_0M = ap + bq + cr$, nous retenons :

$$E - E_{\text{central}} = - \frac{E_0}{A} ((a+bk_0 \sin\theta)p + ak_0 \sin\theta q - cr)$$

Ce champ permet d'écrire les équations du mouvement (voir annexe 2) ainsi que le potentiel et les équipotentielles (voir annexe 3) ; l'intersection de l'une d'elles avec le plan (p,q) , pour θ donné, est une hyperbole de très grande excentricité (fig. 07). Evidemment, seule une partie des hyperboles est nécessaire pour décrire les deux électrodes de l'infecteur. En assimilant ces parties utiles à des segments de droite, l'erreur commise est faible.

Les électrodes ainsi déterminées sont des surfaces réglées qui évoluent en fonction du paramètre du mouvement θ ; leur écartement varie selon la loi (annexe 3) :

$$2d = 2d_0 (1 + k_0^2 \sin^2 \theta)^{-\frac{1}{2}}$$

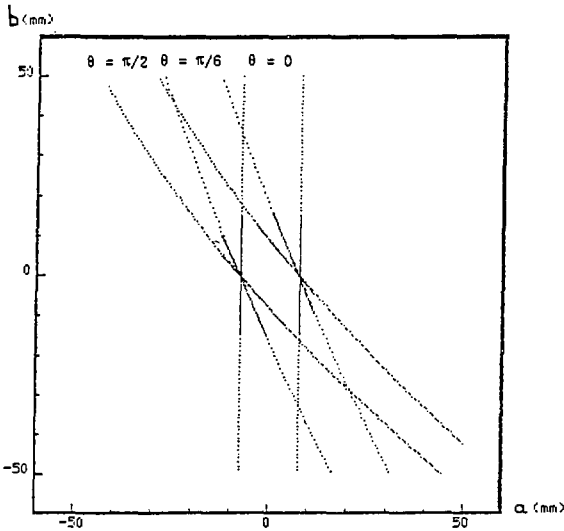


Fig. 07 : Electrodes et équipotentielles dans le plan (p,q) pour différents θ .

Il est intéressant de noter que l'angle entre les électrodes au niveau de la sortie de l'infecteur avec le plan horizontal permet d'accéder directement à k_0 . En effet, cet angle est aussi celui que fait le champ avec la verticale, c'est à dire pour $\theta = \pi/2$: $\psi_s = \text{Arctg}(k_0)$.

Du fait de la courbure de l'infecteur, l'équipotentielle nulle n'est pas à égale distance des deux électrodes si les tensions appliquées sur celles-ci sont $+V_e$ et $-V_e$, ce qui diminue l'acceptance de l'infecteur. Pour éviter cet effet, on applique des tensions dissymétriques dont les valeurs sont données par (voir annexe 3) :

$$V_- = -V_{inj} \left[\sigma \left(\frac{d_0}{A} \right)^2 + 2 \frac{d_0}{A} \right]$$

$$V_+ = -V_{inj} \left[\sigma \left(\frac{d_0}{A} \right)^2 - 2 \frac{d_0}{A} \right]$$

Il est à noter que, pour les différents développements du champ que nous avons envisagé, nous avons obtenu, avec des approximations comparables, les mêmes électrodes. Bien que cette méthode soit approchée, on s'attend à trouver une particule centrale proche de celle définie au début de ce chapitre, le champ sur la trajectoire centrale étant voisin du champ théorique souhaité.

Raccordement avec l'orbite magnétique du cyclotron

Notre choix s'est donc porté sur l'infecteur spiral, dont le paramètre k_0 permet de régler le positionnement horizontal de l'infecteur par rapport au cyclotron. Le repère du cyclotron est représenté par (O_c, i_c, j_c) (fig. 08). La trajectoire centrale à la sortie (S) de l'infecteur doit se raccorder à l'orbite d'injection du cyclotron, ce qui impose :

- à S d'appartenir à la partie circulaire de l'orbite d'injection $\mathcal{C}(C, R_m)$
- à v_s d'être tangent à l'orbite d'injection
- à la force magnétique en S d'être dirigée vers le centre C.

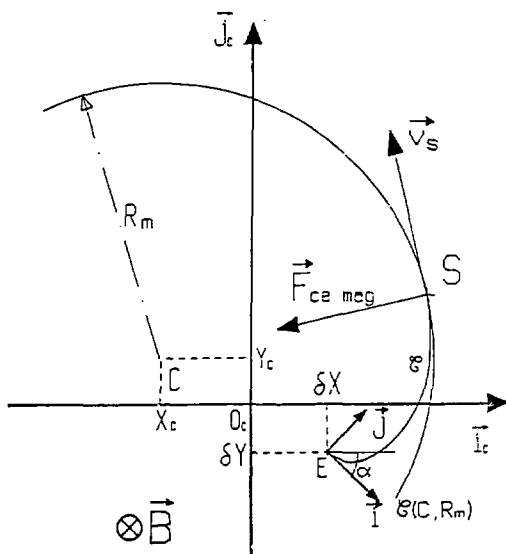


Fig. 08 : Raccordement des trajectoires.

Ces conditions permettent de déterminer l'excentrement δR par rapport au cyclotron en fonction des paramètres et pour un angle α donné :

$$\delta X = X_c + \lambda \cos \alpha + (2K\lambda - R_m) \sin(\alpha - K\pi)$$

$$\delta Y = Y_c - \lambda \sin \alpha + (2K\lambda - R_m) \cos(\alpha - K\pi)$$

$$\delta R = \sqrt{\delta X^2 + \delta Y^2} \text{ et il est rappelé que : } \lambda = \frac{A}{4K^2 - 1}$$

L'excentrement δR est minimum pour : $\frac{d(\delta R)}{d\alpha} = 0$

c'est à dire pour : $\alpha_{opt} = \text{Arctg} \left(\frac{-\lambda Y_c + (2K\lambda - R_m)(X_c \cos K\pi + Y_c \sin K\pi)}{+\lambda X_c + (2K\lambda - R_m)(-X_c \sin K\pi + Y_c \cos K\pi)} \right) + p\pi$

Si $p = 0$ correspond à un minimum pour δR , alors $p = 1$ correspond à un maximum et réciproquement.

A partir de la valeur de α_{opt} il est possible de calculer l'excentrement minimum pour différentes valeurs de A et K. Ceci est illustré dans l'abaque ci-après (fig. 09) où les valeurs envisagées pour A sont voisines de la hauteur disponible pour l'infecteur dans le cyclotron, à savoir 120 mm.

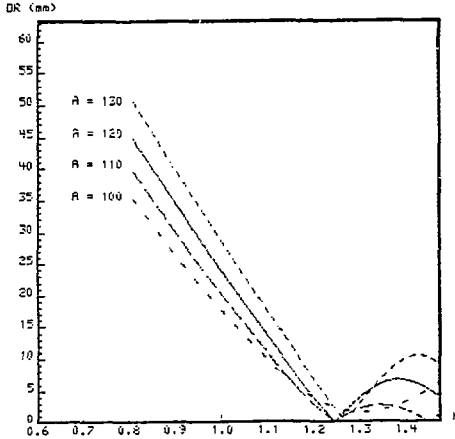


Fig. 09 : Abaque
 $\delta R = f(A, K)$.

Choix des paramètres de l'infecteur spiral

Grâce à l'abaque précédente, on note que, dans notre cas et pour la gamme de valeurs retenues pour le paramètre K, l'excentrement minimum par rapport à l'axe du cyclotron est inférieur à 3 mm quand la hauteur varie de 100 à 130 mm. De plus, ces différents minima sont obtenus pour $K \approx 1.25$, aussi avons-nous retenu cette valeur pour le paramètre K. Ces résultats ne constituant pas un critère décisif pour le choix de la hauteur, celle-ci a été fixée au maximum de la place disponible verticalement dans le cyclotron pour limiter les problèmes de tenue en tension.

Nous retenons donc : $K = 1.25$ et $A = 120$ mm.

Avec ces valeurs (fig. 10) : $\alpha_{opt} = 61.85^\circ$

et : $\delta X = -0.3$ mm ; $\delta Y = 0.08$ mm ; $\delta R = 0.31$ mm

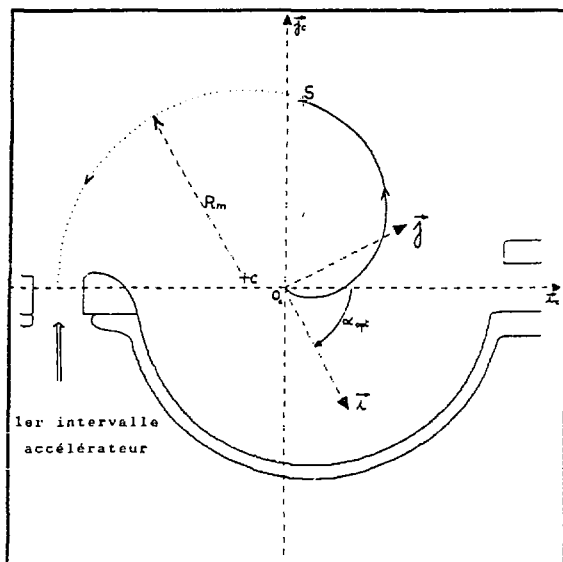


Fig. 10 : Géométrie centrale dans le plan médian.

Les valeurs de toutes les grandeurs intervenant dans l'injection axiale, pour une particule de masse m et de charge totale q , sont reportées ci-après :

- Paramètres fixes de l'infecteur et du cyclotron :

$$R_m = 74.1 \text{ mm} : \text{rayon de la 1}^{\text{ère}} \text{ orbite} = - \frac{mv_0}{qB}$$

$$A = 120 \text{ mm} : \text{hauteur de l'infecteur} = \frac{mv_0^2}{qE_0}$$

$$K = 1.25 = -(n+1) \frac{v_0 B}{2E_0}$$

$$k_0 = 0.8806 = -n \frac{v_0 B}{E_0}$$

$$n = 0.544$$

$$K_0 = 0.8097 = -\frac{v_0 B}{2E_0} = -\sigma \frac{A}{2R_m}$$

$d_0 = 7.5 \text{ mm}$: demi-distance inter-électrodes à l'entrée

$\ell = 188.5 \text{ mm}$: longueur de la trajectoire centrale = $\pi R/2$

- Valeurs des autres grandeurs dans le cas limite envisageable de l'Ar(6+) à 15 keV/A :

$V_{inj} = 100 \text{ kV}$: potentiel d'accélération des particules incidentes

$B = -1.586 \text{ T}$: champ plateau du cyclotron

$v_0 = 1.701 \cdot 10^6 \text{ m/s}$: vitesse du faisceau $\approx \sqrt{2 \frac{q}{m} V_{inj}}$

$$E_0 = 16.667 \text{ kV/cm} = \frac{\partial V_0}{2d_0}$$

$\partial V_0 = V_+ - V_- = 25 \text{ kV}$: différence de potentiel entre les électrodes

L'ensemble de l'étude qui suit porte sur l'infecteur spiral tel qu'il vient d'être défini avec ces valeurs précises de paramètres.

Des essais de calculs de matrice de transfert avec les équations du mouvement obtenues grâce à l'expression analytique du champ ont été entrepris (voir annexe 2). Les résultats ne sont pas satisfaisants et qui plus est, cette approche ne permet pas de prendre en compte la forme effective retenue pour les électrodes, la variation spatiale du champ magnétique et les champs de fuite électrostatiques. Pour connaître les possibilités de cet infecteur, il est donc essentiel d'en effectuer une simulation numérique tel qu'il a été défini précédemment.

II : ASPECT NUMERIQUE DE L'INFLECTEUR SPIRAL

Devant les difficultés rencontrées pour décrire analytiquement le champ de l'inflecteur spiral, et par conséquent pour en obtenir la matrice de transfert, il s'est avéré nécessaire de développer un programme permettant de calculer le potentiel créé par les électrodes définies au chapitre I, et de simuler dans cette distribution de potentiel le mouvement des particules. Certains résultats préliminaires tels que le champ le long de la trajectoire centrale théorique, les caractéristiques de la trajectoire centrale numérique, etc., permettront de mettre en évidence les écarts par rapport à la théorie et de suggérer les améliorations à apporter pour une meilleure description des phénomènes.

Carte de potentiel

Afin de simuler numériquement l'inflecteur, on définit un espace rectangulaire de maillage à l'intérieur duquel sont disposées les électrodes retenues, ce qui n'offre pas de difficultés particulières, puisque leurs faces internes sont des surfaces réglées définies en fonction du paramètre θ (Annexe 3) ; pour se trouver dans une situation réaliste, on introduit des électrodes épaisses, et les points de maillage qui les définissent sont affectés des potentiels V_1 et V_2 . On simule également le capotage de l'inflecteur par deux plaques munies d'un trou et portées au potentiel nul, la première à une distance de 7 mm de l'entrée et la seconde à 5 mm de la sortie ; ces distances ont été définies à partir des valeurs de champ électrostatique qu'il est possible de tenir en présence du champ magnétique du cyclotron. Ces plaques permettent évidemment d'obtenir une descente plus rapide vers le potentiel nul, mais surtout de limiter les effets dits d'angle à la traversée des champs de fuite.

La géométrie étant définie, il faut alors déterminer le potentiel en chaque point du maillage vérifiant l'équation de Laplace et les

conditions aux limites :

$$\begin{cases} \Delta V = 0 & \text{dans l'espace de maillage} \\ V = V_i & \text{sur les domaines imposés (électrodes et plaques)} \end{cases}$$

C'est la méthode des différences finies qui a été suggérée et retenue [12] pour résoudre ce problème au vu de la taille mémoire nécessaire et de la rapidité de mise en oeuvre. Pour un point de maillage $P(x_i, y_j, z_k)$, le laplacien est discrétisé par la formule :

$$\begin{aligned} -\Delta_h V_h(P) = 2 & \left\{ \frac{1}{h_x^2} + \frac{1}{h_y^2} + \frac{1}{h_z^2} \right\} V_h(x_i, y_j, z_k) \\ & - \frac{1}{h_x^2} [V_h(x_{i-1}, y_j, z_k) - V_h(x_{i+1}, y_j, z_k)] \\ & - \frac{1}{h_y^2} [V_h(x_i, y_{j-1}, z_k) - V_h(x_i, y_{j+1}, z_k)] \\ & - \frac{1}{h_z^2} [V_h(x_i, y_j, z_{k-1}) - V_h(x_i, y_j, z_{k+1})] \end{aligned}$$

où h_x , h_y et h_z sont les dimensions d'un parallélépipède élémentaire suivant chacun des trois axes (fig. 11).

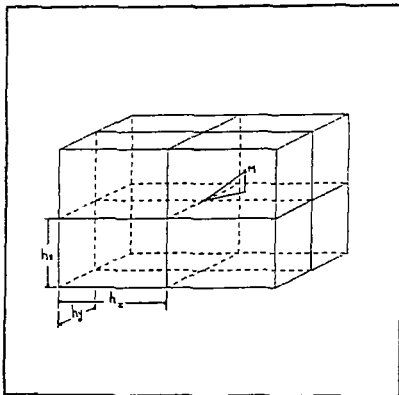


Fig. 11 : Détail du maillage

La méthode itérative SOR permet de calculer le potentiel en chaque point sans demander de réel coût mémoire supplémentaire grâce à un codage sur 1 bit par point afin de savoir si le potentiel est ou non imposé en ce point.

Dans notre cas, les calculs ont été effectués sur le Modcomp 32/85 du GANIL ; le maillage contient $110 \times 90 \times 180 = 1782000$ points, ce qui représente un coût mémoire de plus de 7 Moctets pour le tableau d'inconnues et de valeurs imposées, auquel il faut ajouter 7/32 Mo pour le tableau de bits ; les potentiels finals sont obtenus après avoir effectué environ 500 itérations. Cette méthode de calcul est identique à celle utilisée dans le programme RELAX3D [13] développé lors de l'étude de l'injection axiale de TRIUMF (Vancouver). Certaines autres méthodes sont toutefois envisageables (méthodes d'éléments finis et 'multi-grids' par exemple), mais leur temps de mise en oeuvre et/ou la place mémoire qu'elles nécessitent sont plus importants, ce qui a été rédhibitoire dans notre cas.

Ces programmes ainsi que celui qui calcule les trajectoires des particules ont été validés à partir de la simulation de l'injecteur hyperboloïde dont on connaît la matrice de transfert analytique.

Analyse de la distribution de potentiel

La première des vérifications à effectuer sur la carte de potentiel obtenue, est de calculer le champ et le potentiel le long de la trajectoire centrale théorique ; le potentiel et les trois composantes du champ en un point M sont interpolés à partir des valeurs du potentiel du point de maillage le plus proche ainsi que des 26 points voisins (fig. 11). La comparaison avec les valeurs analytiques le long de la trajectoire centrale (fig. 12) montre que :

- Le champ est très nettement surévalué, puisque des différences de l'ordre de 10% sont enregistrées.

- Le module du champ connaît des variations heurtées qui n'existent pas analytiquement.

- Le champ s'étale à l'entrée et à la sortie de l'injecteur, ce qui ne se trouve pas dans le champ théorique puisque son calcul avait été effectué dans le cadre d'une hypothèse "hard-edge" ; cette différence était donc prévisible.

- Le potentiel (non représenté sur la figure) évolue entre -130 V à l'entrée de l'injecteur et +300 V à sa sortie, et à cette croissance se superposent des variations de ± 50 V. Il faut toutefois noter que ces écarts

sont faibles relativement aux tensions imposées sur les électrodes, et qu'ils entraînent un déplacement de l'équipotentielle nulle de moins de 0.2 mm.

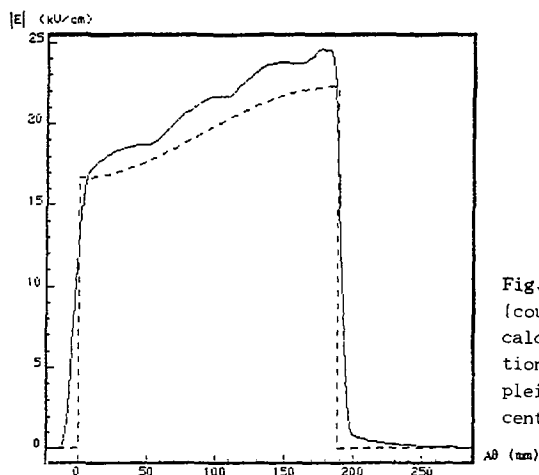


Fig. 12 : Champ théorique (courbe tiretée) et champ calculé avec la distribution de potentiel (courbe pleine) sur la trajectoire centrale.

Certains des problèmes décrits sont faciles à résoudre. En effet, en imposant des tensions électrodes plus faibles, il sera possible d'éviter que le champ soit trop important le long de la trajectoire centrale ; de plus, en modifiant la longueur géométrique de l'infecteur au niveau de son entrée et de sa sortie, sa longueur électrique pourra être contrôlée.

Par contre, les "pseudo-oscillations" du module du champ et du potentiel sont directement liées au maillage qui discrétise les électrodes ; selon la position des points de maillage imposés, la distance inter-électrodes apparente est trop importante ou trop faible, entraînant une sous-évaluation ou une surévaluation du champ. Avec les pas de maillage dont nous disposons, il y a entre 10 et 12 points dans l'espace inter-électrodes, et par conséquent des variations de l'ordre de $\pm 10\%$ de la distance inter-électrodes peuvent survenir. Cette imprécision risque fortement de nuire à la compréhension des phénomènes lors de la simulation de trajectoires, puisqu'il sera impossible de les attribuer aux

caractéristiques intrinsèques de l'inflexeur plutôt qu'à la discrétisation des électrodes. Il s'est donc avéré nécessaire de s'affranchir de ce problème.

Carte des "potentiels modifiés"

L'opération consiste à corriger les valeurs imposées des potentiels aux points de maillage qui décrivent les électrodes, en tenant compte de la distance entre l'un de ces points et le point le plus proche de l'électrode théorique. Si le point considéré se trouve à l'intérieur de l'espace inter-électrodes, le potentiel qui lui est affecté est diminué par rapport à la tension de l'électrode et dans le cas contraire, il est augmenté. Les nouvelles valeurs de potentiel sont donc données par :

Electrode positive :

$$V_{ijk} = V_+ - \delta V_0 \times \frac{d_{\min}}{2d} \quad \text{entre les électrodes}$$

$$V_{ijk} = V_+ + \delta V_0 \times \frac{d_{\min}}{2d} \quad \text{à l'extérieur des électrodes}$$

Electrode négative :

$$V_{ijk} = V_- + \delta V_0 \times \frac{d_{\min}}{2d} \quad \text{entre les électrodes}$$

$$V_{ijk} = V_- - \delta V_0 \times \frac{d_{\min}}{2d} \quad \text{à l'extérieur des électrodes}$$

où d_{\min} est la distance minimale entre le point $P_{i,j,k}$ et l'électrode théorique.

Le potentiel est donc corrigé linéairement dans le voisinage immédiat des électrodes, ce qui constitue une approximation, mais permet d'obtenir des distances inter-électrodes plus conformes à la réalité. Afin de déterminer les modifications entraînées par cette amélioration, une carte de "potentiels modifiés" a été calculée toute chose égale par ailleurs. Les électrodes (fig. 13) sont ainsi mieux définies, et les effets de "rugosité" entraînés par le maillage sont bien moindres.

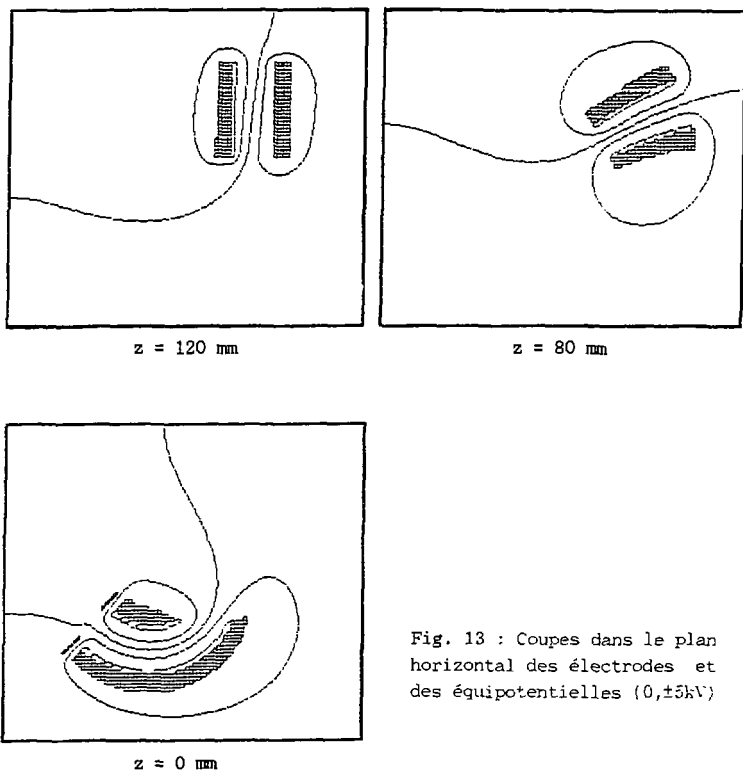


Fig. 13 : Coupes dans le plan horizontal des électrodes et des équipotentielle ($0, \pm 5 \text{ kV}$)

La comparaison avec le champ théorique (fig. 14) montre que cette nouvelle distribution de potentiel permet d'obtenir des champs beaucoup plus réalistes. En effet :

- Les variations heurtées ont complètement disparues, ce qui prouve qu'il s'agissait uniquement de problèmes liés à la discrétisation des électrodes.

- Le module du champ est légèrement sous-évalué, mais de 0.3 kV/cm au maximum (pour $\theta \sim 75^\circ$).

- Les étalements du champ à l'entrée et à la sortie ne sont pas modifiés, ce qui est compréhensible puisque les champs de fuite n'ont pas varié lors de cette amélioration.

- Le potentiel évolue maintenant entre -100 V à l'entrée de l'infecteur et +190 V à sa sortie, mais on ne remarque que de faibles variations autour de cet accroissement ; l'équipotentielle nulle subit donc un déplacement inférieur à 0.1 mm par rapport à sa position théorique.

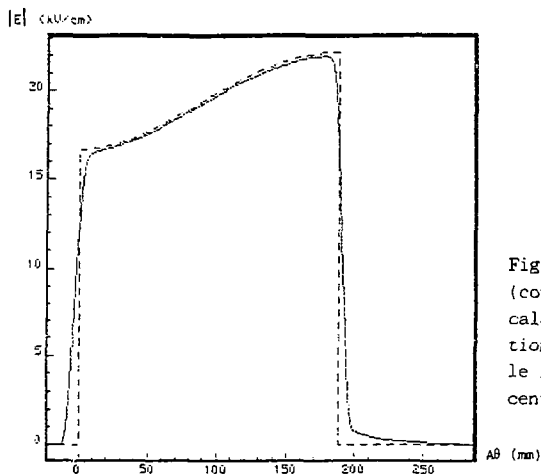


Fig. 14 : Champ théorique (courbe tiretée) et champ calculé avec la distribution modifiée de potentiel le long de la trajectoire centrale.

Cette modification est donc importante, car elle entraîne une bien meilleure description de l'infecteur. Les composantes du champ électrostatique le long de la trajectoire centrale sont conformes à la théorie, et on peut par conséquent s'attendre à ce qu'elles soient représentatives de la réalité partout à l'intérieur de l'espace inter-électrodes, sauf à proximité immédiate des électrodes puisque, la variation du potentiel dans cette zone a été arbitrairement choisie linéaire. Ainsi, les résultats liés à la simulation des trajectoires dans ce contexte sont forcément la conséquence des caractéristiques de l'infecteur, les principales causes de "bruit numérique" ayant été réduites.

Calcul des trajectoires

Le mouvement des particules (ions $^{40}\text{Ar}^{6+}$ issus de la source portée à 100 kV) à l'intérieur de l'infecteur placé dans l'entrefer du cyclotron injecteur NCO1 a été calculé par un Runge-Kutta d'ordre 4. Les trois composantes du champ électrostatique en un point ont là aussi été interpolées à partir des valeurs de potentiel des 27 points de maillage les plus proches.

Différentes configurations de champ magnétique de fuite entre l'orifice de passage du faisceau dans le pôle et le plan médian du cyclotron ont été envisagées afin d'en apprécier l'influence sur les trajectoires. Chacune de ces configurations a été approchée (fig. 15) par la fonction :

$$B(0,z) = \frac{1}{2} B_{\text{plateau}} (\text{th}(az + b) + 1),$$

et les composantes de ce champ (à symétrie de révolution) ont été obtenues au voisinage de l'axe par un développement limité en fonction de la distance radiale r autour de cet axe [14] :

$$B_z(r,z) = B(0,z) - \frac{r^2}{4} \left(\frac{d}{dz}\right)^2 B(0,z) + \frac{r^4}{64} \left(\frac{d}{dz}\right)^4 B(0,z) - \dots$$

$$\text{et } B_r(r,z) = -\frac{r}{2} \frac{dB(0,z)}{dz} + \frac{r^3}{16} \left(\frac{d}{dz}\right)^3 B(0,z) - \dots$$

B_z (kG)

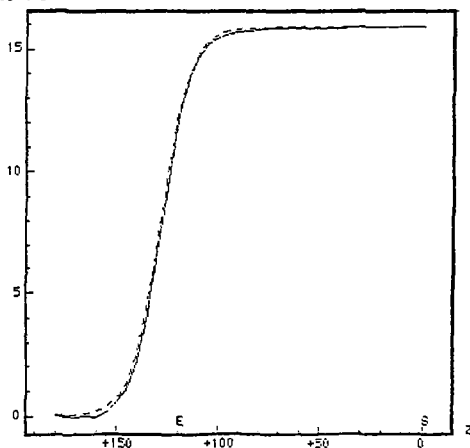


Fig. 15 : Champ magnétique sur l'axe du cyclotron et approximation (tirets).

Pour cette étude nous avons retenu trois types de montée de champ magnétique (fig. 16) :

- Le premier, purement théorique, plongeant l'infecteur dans un champ constant (hypothèse du chap. I), le front de montée se trouvant avant l'entrée de l'infecteur.

- Le deuxième (voir aussi fig. 15) provenant d'un calcul avec le programme POISSON pour un cyclotron injecteur existant au GANIL et pour lequel le champ ne parvient à sa valeur "plateau" que dans le premier quart de l'infecteur.

- Le dernier, lui aussi calculé avec le programme POISSON, mais à partir d'une géométrie modifiée au niveau du pôle, qui est caractérisé par un front de montée très lent, le champ ne parvenant au plateau qu'à mi-hauteur de l'infecteur.

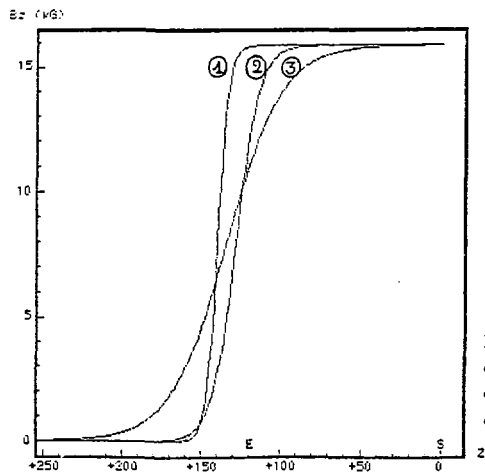


Fig. 16 : Configurations de champ magnétique sur l'axe du cyclotron utilisées pour le calcul des trajectoires.

Trajectoire centrale numérique

Jusqu'à présent nous n'avons considéré que la trajectoire centrale théorique, et nous avons vu qu'avec les corrections apportées sur la carte de potentiel, le champ le long de cette trajectoire est proche du champ souhaité. Il reste à déterminer le comportement d'une particule se déplaçant dans la distribution de potentiel avec les conditions initiales de la particule centrale théorique.

Pour tenir compte des champs de fuite de l'infecteur et du cyclotron, cette particule centrale part de $z = 175$ mm, soit 55 mm au dessus de l'infecteur, et parcourt au-delà de l'infecteur un arc de cercle d'environ 75° dans le plan médian du cyclotron, ce qui permet à la particule centrale de se retrouver au potentiel nul.

La particule centrale doit répondre à deux critères :

- Entrer verticalement (ligne d'injection verticale)
- Sortir horizontalement (afin de ne pas créer d'oscillations verticales dans le cyclotron).

Si la particule ne sort pas exactement dans le plan médian, une légère modification du positionnement vertical de l'infecteur par rapport au cyclotron doit permettre de réaliser le raccordement à l'orbite d'injection dans le plan médian. En revanche l'erreur angulaire à l'entrée ou à la sortie doit être minimisée.

L'entrée verticale de la particule ne pose aucun problème, puisqu'il suffit d'imposer $v_x = v_y = 0$. Mais le calcul montre dans le cas présent que cette particule, après la traversée de l'infecteur, a une composante de vitesse verticale ascendante, signifiant qu'elle a connu un infléchissement de sa trajectoire de plus de 90° . Les champs de fuite en sont la principale cause. Pour contrebalancer cet effet, on impose des tensions électrodes légèrement différentes en multipliant le potentiel en chacun des points de maillage par un même coefficient, inférieur à 1 puisque l'infléchissement est présentement supérieur à 90° . Analytiquement, ce coefficient sur les potentiels est identique, dans ses effets sur la particule, à une variation de la tension d'injection ; toutefois, modifier la rigidité de la particule obligerait à changer les valeurs des paramètres de la ligne d'injection et le champ du cyclotron ; pour cette raison, il semble préférable d'introduire une variation sur les tensions des électrodes de l'infecteur, ce que l'on réalise effectivement lors des réglages, pour annuler l'angle vertical de la particule à la sortie de l'infecteur.

Après avoir déterminé ce coefficient pour chaque type de champ magnétique, on note :

Champ magnétique n°	1	2	3
Coefficient	0.9667	0.9663	0.9636
Potentiel inférieur (V)	-930	-900	-830
Potentiel supérieur (V)	3350	3360	3830
Cote de sortie (mm)	-2.35	-2.41	-2.79

Les potentiels inférieur et supérieur qui figurent dans ce tableau sont les potentiels extrémaux vus par la particule centrale lors de la simulation numérique. La cote de sortie représente quant à elle la distance de la trajectoire centrale par rapport au plan médian au niveau de la sortie (point S) de l'infecteur.

Cette particule ne suit pas la courbe théorique située sur l'équipotentielle nulle, des écarts allant jusqu'à près de 3 mm étant enregistrés ($\sim 25\%$ de la distance inter-électrodes à la sortie), ce qui explique pourquoi les potentiels maximaux vus par la particule atteignent près de 4 kV.

De plus on note une légère variation de l'énergie totale de la particule entre l'entrée et la sortie ($\sim 0.1\%$) ; ceci est dû au bruit de calcul numérique, la carte de potentiel ne pouvant pas être calculée en double précision (problème de mémoire). Cette variation se retrouve pour toutes les particules simulées et est indépendante des améliorations apportées. Cependant cette variation reste faible et ne nuit pas à l'interprétation des résultats.

Ainsi, par l'introduction de ce coefficient sur les potentiels, la particule centrale répond aux critères qui lui sont imposés, à savoir subir un infléchissement de 90° . Cependant le décentrement à la sortie risque de réduire notablement l'acceptance de l'infecteur. Pour que la particule centrale voit un champ plus proche du champ théorique et qu'elle suive au mieux l'équipotentielle nulle il faut se rapprocher d'une valeur unité du coefficient, ce qui ne peut être obtenu qu'en réduisant la longueur de l'infecteur au niveau de son entrée et de sa sortie.

Correction de la longueur électrique de l'infl ecteur

Les longueurs électriques équivalentes à l'entrée et à la sortie de l'infl ecteur peuvent être évaluées à partir de la comparaison du champ réel (en l'occurrence obtenu numériquement) avec le champ théorique le long de la trajectoire centrale ; en effet, le champ réel prend en compte les effets d'extrémités et son action sur la particule centrale est plus importante que celle produite par le champ théorique, entraînant un infl échissement de plus de 90°. La différence entre ces deux champs à proximité de l'entrée de l'infl ecteur peut être évaluée en calculant les deux intégrales (fig. 17) :

$$I_1 = \int_{-\delta_E}^0 (E - E_{th}) ds = \int_{-\delta_E}^0 E ds$$

$$I_2 = - \int_0^{+\delta_E} (E - E_{th}) ds$$

(la contribution de $E - E_{th}$ à l'extérieur de $[-\delta_E, +\delta_E]$ est considérée comme négligeable).

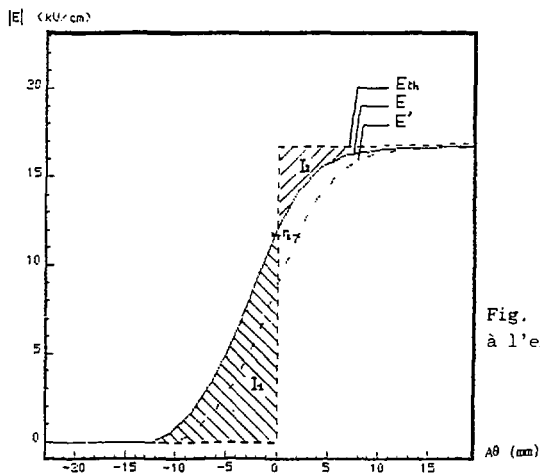


Fig. 17 : Détail des champs à l'entrée de l'infl ecteur.

L'introduction à l'entrée d'une correction de la longueur électrique (conduisant pour la géométrie de l'inflecteur à un rabotage) de valeur r_E fait subir à la courbe de champ réel E une translation (fig. 17), auquel cas le nouveau champ E' vérifie :

$$\int_{-\delta_E}^{r_E} E' ds = I_1 \quad \text{et} \quad - \int_{r_E}^{+\delta_E} (E' - E_{th}) ds = I_2$$

La translation cherchée doit permettre d'obtenir une action du champ réel globalement comparable sur la particule centrale à celle exercée par le champ théorique, c'est à dire :

$$\int_{-\delta_E}^0 E' ds = - \int_0^{+\delta_E} E (E' - E_{th}) ds$$

Cette correction à l'entrée est donc donnée par :

$$r_E = \frac{I_1 - I_2}{E_0}$$

Avec les différences de champ que nous enregistrons, les valeurs de $I_1=39.4$ et $I_2=14.7$ conduisent à une correction de 1.5 mm.

Avec des considérations analogues au niveau de la sortie :

$$r_s = \frac{I_3 - I_4}{E_0 (1+k_0^2)^{\frac{1}{2}}} = 1.6 \text{ mm}$$

La simulation de la particule centrale dans un inflecteur dont la longueur est diminuée de 1.5 mm à l'entrée et de 1.6 mm à la sortie, avec le coefficient adéquat sur les potentiels pour annuler l'angle vertical à la sortie donne les valeurs suivantes :

Champ magnétique n°	1	2	3
Coefficient	0.9812	0.9807	0.9777
Potentiel inférieur (V)	-790	-750	-670
Potentiel supérieur (V)	2200	2280	2770
Cote de sortie (mm)	-1.32	-1.38	-1.76

L'approche analytique pour déterminer les corrections de longueur à apporter à l'entrée et à la sortie de l'infecteur entraînent une amélioration qui est toutefois insuffisante. Une approche par simulation numérique a permis de retenir les valeurs suivantes :

$$r_E = r_S = 3 \text{ mm.}$$

Les caractéristiques de la particule centrale correspondant à cette géométrie deviennent :

Champ magnétique n°	1	2	3
Coefficient	1.0039	1.0034	1.0002
Potentiel inférieur (V)	-710	-600	-300
Potentiel supérieur (V)	600	630	1030
Cote de sortie (mm)	+0.02	-0.02	-0.41

Il est à noter que dans le cas du champ magnétique n°3, la particule centrale accuse un écart de 0.4 mm par rapport au plan médian. Cependant, du fait que ces écarts sont satisfaisants dans les deux premières configurations de champ magnétique, ces valeurs de r_E et r_S ont été conservées.

La géométrie de l'infecteur et la trajectoire centrale, proche de celle attendue théoriquement, étant déterminées, il est maintenant possible d'étudier des trajectoires différentes, afin de connaître l'évolution d'un faisceau traversant l'infecteur.

IV : MATRICE DE TRANSFERT

L'objet de ce chapitre est de déterminer, pour les différentes configurations de champ magnétique envisagées, la matrice de transfert de l'infecteur retenu, dont les caractéristiques sont :

$$A = 120 \text{ mm}$$

$$K = 1.25$$

$$r_E = 3 \text{ mm}$$

$$r_S = 3 \text{ mm}$$

La connaissance de cette matrice est essentielle pour décrire l'action de cet infecteur sur le faisceau et en particulier pour définir les corrélations qu'il introduit. De plus, cette matrice doit permettre d'intégrer l'infecteur au sein de la ligne d'injection axiale ce qui nécessite d'être cohérent avec les conventions retenues dans les programmes de calcul des lignes.

Pour s'assurer que la matrice obtenue rend bien compte de l'action de l'infecteur sur le faisceau, une comparaison de ces résultats avec ceux obtenus par l'intermédiaire d'un programme multiparticules sera effectuée au chapitre V.

Système de coordonnées

La matrice de transfert au premier ordre dans l'espace des phases à six dimensions ne retient que la partie linéaire du comportement de cet infecteur. Les six coordonnées d'un point de cet espace sont celles définies K.L.BROWN [15].

L'intérêt du choix de ces coordonnées réside dans la possibilité d'introduire l'infecteur par le biais de sa matrice de transfert dans les programmes d'optique utilisant le formalisme de K.L. BROWN. Ainsi l'étude du faisceau peut être faite jusqu'au point d'injection dans le cyclotron.

Ces coordonnées sont définies par rapport à la particule de référence, soit :

- x (mm) : coordonnée horizontale
- x' (mrad) : divergence angulaire horizontale ($x' = dx/v_0 dt$)
- y (mm) : coordonnée verticale (ascendante)
- y' (mrad) : divergence angulaire verticale ($y' = dy/v_0 dt$)
- s (mm) : abscisse curviligne
- $\delta p/p$ (%) : écart relatif en quantité de mouvement

Afin de tenir compte de la variation du champ magnétique et des effets d'extrémité, la matrice est exprimée, comme lors de l'étude de la particule centrale, entre deux points (D et F) extérieurs au maillage affectés d'un potentiel nul et dans des repères cohérents avec les variables choisies (fig. 18).

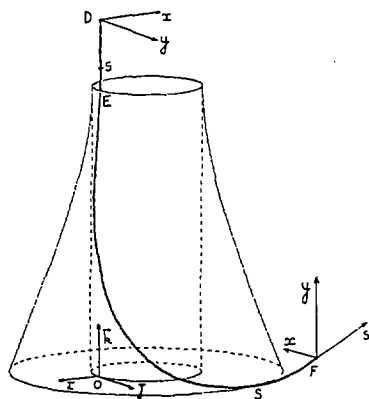


Fig. 18 : Repères à l'entrée et à la sortie utilisés pour la matrice de transfert.

Détermination de la matrice de transfert

Pour calculer la matrice de transfert de l'inflexeur, on choisit six particules, chacune ayant une seule coordonnée qui diffère de celles de la particule centrale ; la première de ces particules, par exemple, a les

conditions initiales suivantes :

$$x \neq 0, \quad y = \delta s = 0, \quad x' = y' = \delta p/p = 0$$

Les coordonnées de sortie de cette particule permettent de calculer les coefficients de la première colonne de la matrice ; ces coordonnées de sortie (point F' de la fig. 19) sont prises à la traversée d'un plan orthogonal au vecteur vitesse de la particule centrale et la contenant, ce qui donne l'image du faisceau incident dans un plan de coupe. L'écart longitudinal δs est calculé à partir de la position de la particule centrale à un instant t_f (point F de la fig. 20) et la position qu'occupe, à ce même instant t_f , l'autre particule envisagée (point F'') ; δs est obtenu en projetant FF'' selon l'axe longitudinal s.

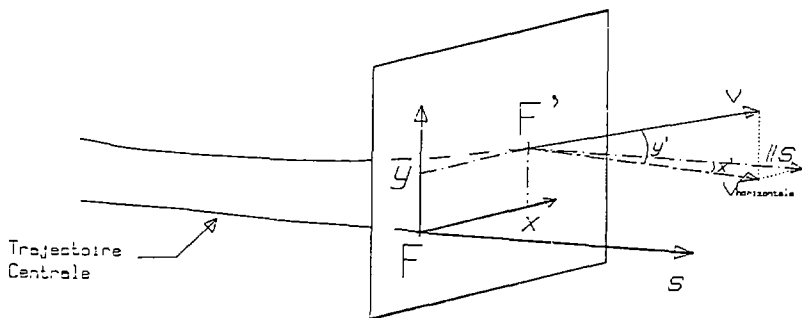


Fig. 19 : Détermination des coordonnées transversales.

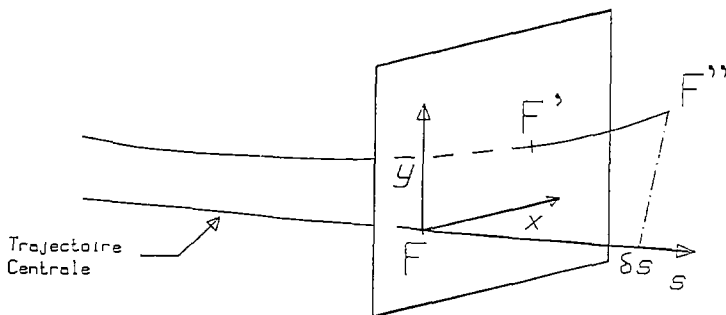


Fig. 20 : Détermination des coordonnées longitudinales.

En considérant six particules dont la coordonnée non nulle à l'entrée est respectivement :

$$\begin{aligned} x &= 1 \text{ mm} \\ x' &= 5 \text{ mrad} \\ y &= 1 \text{ mm} \\ y' &= 5 \text{ mrad} \\ \delta s &= 1 \text{ mm} \\ \delta p/p &= 5 \% \end{aligned}$$

on obtient la matrice de transfert T :

$$T = \begin{pmatrix} -0.47021 & -0.11831 & +0.34951 & -0.01764 & +0.00020 & -0.08882 \\ +4.65669 & -0.78622 & -2.62832 & +0.32504 & +0.01209 & -1.76486 \\ -0.15544 & -0.27809 & -2.80474 & -0.19256 & +0.00318 & -0.50619 \\ -0.72568 & -1.79988 & -15.95094 & -1.43646 & +0.01948 & -2.79031 \\ -1.33196 & +0.00360 & +1.26877 & +0.13381 & +0.99828 & +0.19498 \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

Le calcul a été effectué pour le champ magnétique n^*1 entre les points D et F situés sur la trajectoire centrale (voir fig. 18), dont les coordonnées dans le repère fixe sont en mm :

$$D \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -175 \end{cases} \quad \text{et} \quad F \begin{cases} x = -75.458 \\ y = -48.850 \\ z = -0.146 \end{cases}$$

Théoriquement, les termes de la 5^{ème} colonne de cette matrice du premier ordre sont nuls, excepté T_{55} qui est égal à l'unité ; la particule qui a uniquement un écart longitudinal à l'entrée, ce qui correspond à un retard ou une avance par rapport à la particule centrale, doit passer dans le plan transverse de sortie au même endroit que la particule centrale et avec la même vitesse tout en conservant un écart longitudinal identique. Bien que la simulation de cette particule ne soit pas nécessaire, elle fournit l'ordre de grandeur de l'erreur commise, principalement attribuée au manque de précision sur les potentiels. Bien évidemment, par la suite, on considérera les valeurs théoriques des T_{i5} .

Etude de la linéarité des coefficients

La méthode retenue pour cette étude consiste à faire varier les conditions initiales (x, x', \dots) une à une dans de larges domaines :

- 5.5 mm à +5.5 mm pour les termes de position
- 55 mrad à +55 mrad pour les termes d'angle
- 35 % à +35 % pour la dispersion en impulsion.

Ces valeurs extrémales constituent les limites à partir desquelles les particules simulées entrent en contact avec les électrodes, étant rappelé qu'une seule coordonnée à la fois change par rapport à celles de la particule centrale. Cependant, du fait des couplages introduits par l'infecteur, une particule dont plusieurs des coordonnées diffèrent simultanément peut traverser l'infecteur, même si une ou plusieurs de ces coordonnées se trouvent en dehors des limites ci-dessus.

L'évolution des différents coefficients de la matrice en fonction des conditions initiales (fig. 21) montre que ce système n'est pas parfaitement linéaire. En effet, s'il l'était, les coefficients seraient tous constants quelles que soient les conditions initiales, ce qui n'est le cas ici que pour T_{11}, T_{14} et T_{53} (coefficients soulignés sur la figure 21).

Les autres coefficients subissent des variations qui sont bien représentées par des fonctions linéaires de la forme :

$$\underline{T}_{ij} = A_{ij} + \alpha_{ij} \delta_{\text{entrée}}$$

On note toutefois pour certains d'entre eux, en particulier les T_{16} , des distorsions par rapport à cette loi, essentiellement pour des écarts d'entrée importants ($\geq 25\%$). Les particules à partir desquelles sont calculées les valeurs de ces coefficients évoluent à proximité des électrodes, et le champ auquel elles sont soumises est alors interpolé avec des valeurs modifiées des potentiels (voir chap. I) ; la brusque variation de la loi de champ ainsi provoquée explique les distorsions qui sont enregistrées pour ces conditions initiales proches des valeurs extrémales.

Pour décrire au premier ordre l'action de cet infecteur, on ne retient que les ordonnées à l'origine, c'est à dire les A_{ij} . La matrice contenant ces coefficients moyens est d'une précision suffisante pour dégager les aspects essentiels de cet infecteur.

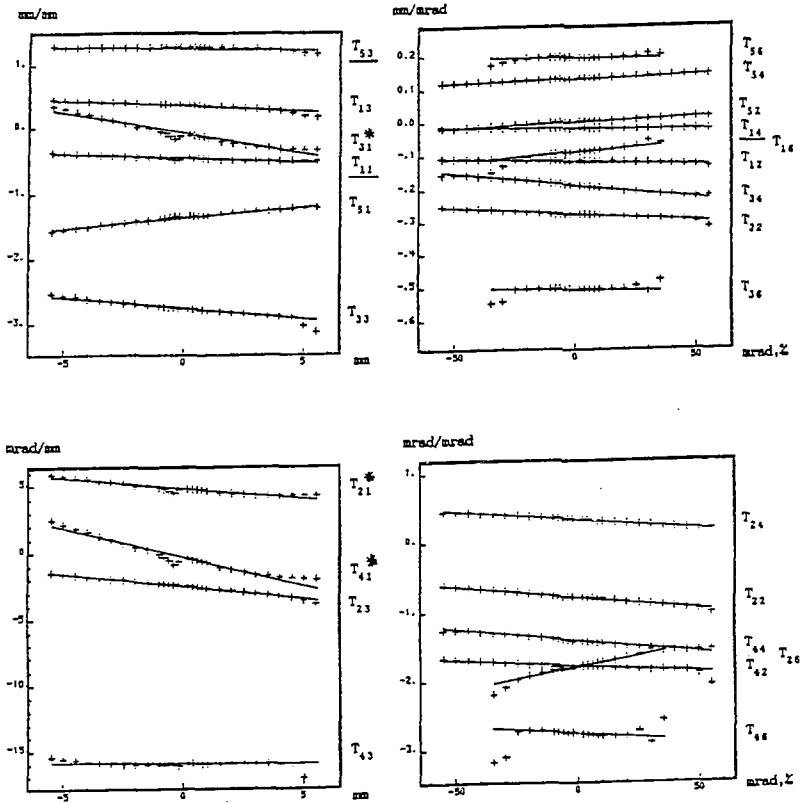


Fig. 21 : Variations des différents coefficients de la matrice en fonction des conditions initiales (dans la configuration de champ magnétique n°1).

La matrice retenue pour décrire cet inflecteur est donc :

$$A = \begin{pmatrix} -0.451271 & -0.120345 & +0.357149 & -0.017254 & 0. & -0.092265 \\ +4.848298 & -0.780332 & -2.489914 & +0.330877 & 0. & -1.857504 \\ -0.065561 & -0.276875 & -2.765290 & -0.190341 & 0. & -0.507212 \\ -0.253599 & -1.785517 & -15.897085 & -1.418513 & 0. & -2.757596 \\ -1.372071 & -0.000333 & +1.247195 & +0.131839 & 1. & +0.194780 \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

Des remarques relatives à la linéarité des coefficients de la matrice de transfert de ce type d'inflecteur, mais pour des paramètres A et K différents, se trouvent dans les études de L.W. ROOT [09] et de F. MARTI [11]. Il apparaît cependant difficile de faire des comparaisons ou des extrapolations à partir des résultats obtenus pour ces différents choix de paramètres.

Propriétés de la matrice de transfert

La matrice du premier ordre retenue est la matrice A. Elle ne décrit que la partie purement linéaire du mouvement par des relations du type :

$$X_F = A_{11} X_D, \dots$$

Or les variables utilisées sont les mêmes que celles employées pour décrire le mouvement au 1^{er} ordre dans les dispositifs optiques situés en amont et en aval de l'inflecteur. Etant donné que dans ces parties amont et aval, ces variables sont canoniquement conjuguées par rapport à un certain hamiltonien, la transformation linéaire entre l'entrée et la sortie de l'inflecteur, décrite par A, est une transformation canonique, sans que pour autant cela implique nécessairement que ces variables soient canoniquement conjuguées à l'intérieur de l'inflecteur. Par conséquent la matrice A doit vérifier la condition symplectique [16].

Dans le cas d'une matrice 6x6, la condition symplectique s'exprime par 15 relations. Cinq d'entre elles sont implicitement vérifiées du fait des valeurs particulières de la 5^{ème} colonne et de la 6^{ème} ligne.

Utilisant la méthode des parenthèses de Lagrange, les dix autres relations ont les valeurs suivantes (les valeurs théoriques figurent entre parenthèses) :

Col. 1-2 : +0.98245 (1.)	Col. 3-4 : +0.97194 (1.)
Col. 1-3 : -0.26698 (0.)	Col. 1-4 : -0.02093 (0.)
Col. 2-3 : +0.04238 (0.)	Col. 2-4 : -0.00039 (0.)
Col. 1-6 : -0.03434 (0.)	Col. 2-6 : +0.00903 (0.)
Col. 3-6 : -0.08358 (0.)	Col. 4-6 : -0.00019 (0.)

Les relations symplectiques sont donc vérifiées avec une bonne précision exceptée celle qui relie les 1^{ère} et 3^{ème} colonnes.

Cette précision est insuffisante pour l'optimisation des paramètres de la ligne d'injection axiale. En effet l'introduction d'une telle matrice dans les programmes d'étude de ligne peut rendre difficile l'interprétation des résultats obtenus. Par exemple, pour l'étude des éléments de la ligne assurant la décorrélation transverse, il est nécessaire d'annuler les termes de corrélation reliant le plan horizontal avec le plan vertical. Si la matrice ne vérifie pas les relations symplectiques avec une précision suffisante, ces termes ne peuvent pas être tous simultanément annulés et cette impossibilité pourrait tout autant être attribuée à une structure inadéquate de la ligne de faisceau qu'à un défaut de convergence numérique de l'optimisation demandée.

Afin de pallier cette difficulté d'interprétation, on corrige les éléments de la matrice de telle sorte que les relations symplectiques soient vérifiées avec la précision souhaitée. La matrice B ainsi obtenue est donnée ci-après :

$$B = \begin{pmatrix} -0.451271 & -0.120345 & +0.357149 & -0.017032 & 0. & -0.096644 \\ +4.764303 & -0.779212 & -2.489914 & +0.328746 & 0. & -1.808999 \\ -0.082000 & -0.276875 & -2.765290 & -0.190341 & 0. & -0.507046 \\ -0.258000 & -1.785829 & -15.748599 & -1.418513 & 0. & -2.757316 \\ -1.372071 & -0.000333 & +1.247195 & +0.131839 & 1. & +0.194780 \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

Etant donné que des modifications sont apportées à la matrice initiale A, une méthode pour vérifier cette démarche consiste à transférer un paquet de particules représentant le faisceau d'une part par l'intermédiaire de la matrice ainsi corrigée et d'autre part en transférant directement chaque particule du paquet à travers l'infecteur. La comparaison entre les résultats obtenus montre que la matrice B est représentative de l'action de l'infecteur sur le faisceau avec une précision suffisante (voir chapitre II).

Matrice pour différents types de champ magnétique

Le même travail a été effectué avec les autres configurations de champ magnétique (champs n°2 et n°3 de la fig. 16 p. 31).

Les graphiques d'évolution des coefficients en fonction des conditions initiales (tels que ceux de la fig. 21) ont été obtenus pour chaque type de champ magnétique ; ils ont montré que les remarques effectuées sur les non linéarités des coefficients dans le cas du champ magnétique n°1 sont aussi valables pour les autres champs.

Les trois matrices B correspondantes figurent sur la page suivante. Elles sont assez comparables. Seuls les termes B_{21} , B_{31} et B_{41} sont notablement modifiés (ce dernier est multiplié par un facteur 10) dès que le champ considéré n'est plus constant dans toute la zone comprenant l'infecteur ; les variations surviennent en effet entre les champs n°1 et n°2, alors qu'entre les champs n°2 et n°3 les valeurs des coefficients sont très peu modifiées. Il est à noter que ces termes, avec les B_{15} , sont ceux qui subissent les variations non-linéaires les plus importantes (fig. 21). Les conséquences de ces variations sur le faisceau restent faibles ; elles seront étudiées plus en détail au cours du chapitre I.

Ces matrices permettent donc de dégager les caractéristiques importantes de l'infecteur spiral pour les valeurs retenues des paramètres.

Cet infecteur introduit des termes de couplages entre les différents plans, et en particulier entre les deux plans transverses ; cela nécessite une structure adéquate dans la ligne d'injection pour maîtriser ces couplages.

Le plan vertical apparaît comme le plus critique étant donné l'importance des écarts et des angles de sortie pour un déplacement δy_0 parallèle aux électrodes ; pour $\delta y_0 = 1$ mm, on obtient au point de sortie F un écart vertical de 2.76 mm en dessous du plan médian et une divergence de -16 mrad.

A ce stade il devient nécessaire d'étudier plus en détail l'action de l'infecteur sur le faisceau afin de déterminer son acceptation dans les conditions d'utilisation, et, si elle est insuffisante, de l'accroître en apportant des modifications au niveau de la géométrie de l'infecteur ou/et de son environnement.

Matrice de transfert du 1^{er} ordre (B_{ij}) :

- pour le champ magnétique n°1 :

$$\begin{pmatrix} -0.451271 & -0.120345 & +0.357149 & -0.017032 & 0. & -0.096644 \\ +4.764303 & -0.779212 & -2.489914 & +0.328746 & 0. & -1.808999 \\ -0.082000 & -0.276875 & -2.765290 & -0.190341 & 0. & -0.507046 \\ -0.258000 & -1.785829 & -15.748599 & -1.418513 & 0. & -2.757316 \\ -1.372071 & -0.000333 & +1.247195 & +0.131839 & 1. & +0.194780 \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

- pour le champ magnétique n°2 :

$$\begin{pmatrix} -0.489804 & -0.125005 & +0.369566 & -0.008471 & 0. & -0.097968 \\ +3.855709 & -0.794019 & -2.467160 & +0.405887 & 0. & -1.823557 \\ -0.485000 & -0.299890 & -2.763889 & -0.170058 & 0. & -0.505549 \\ -2.712807 & -1.943602 & -15.906003 & -1.293771 & 0. & -2.734708 \\ -1.225799 & +0.012310 & +1.398467 & +0.133795 & 1. & +0.194605 \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

- pour le champ magnétique n°3 :

$$\begin{pmatrix} -0.515999 & -0.123637 & +0.432712 & -0.004612 & 0. & -0.101979 \\ +3.738826 & -0.675569 & -1.653858 & +0.454753 & 0. & -1.650501 \\ -0.520000 & -0.297444 & -2.567902 & -0.178750 & 0. & -0.509033 \\ -2.750000 & -1.936771 & -15.050339 & -1.363408 & 0. & -2.820967 \\ -1.300000 & +0.011631 & +1.300000 & +0.135785 & 1. & +0.197613 \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

V : TRANSFERT DU FAISCEAU A TRAVERS L'INFLECTEUR

Ce chapitre se propose de déterminer l'action de l'infecteur sur le faisceau, afin de savoir s'il est possible d'y transférer un faisceau dont les émittances transverses sont de 70π mm.mrad. Dans toute cette étude le faisceau est représenté, dans l'espace des phases, par un hyper-ellipsoïde équivalent obtenu statistiquement.

Dans le but de transporter sans perte l'émittance correspondant à l'acceptance du cyclotron jusqu'à l'entrée de la culasse, les calculs sont effectués en "retour inverse" (sens de déplacement opposé au sens de parcours effectif) en partant du cyclotron avec un faisceau adapté.

Cette méthode permet de connaître les caractéristiques du faisceau à l'entrée de l'infecteur pour qu'il se trouve :

- dans l'acceptance de l'infecteur
- correctement adapté pour être accéléré sans pertes par le cyclotron.

L'étude montre dans un premier temps que l'insertion d'un quadropôle électrostatique après la sortie de l'infecteur est nécessaire pour que le faisceau adapté soit compatible avec l'acceptance de cet infecteur. C'est principalement dans le but d'optimiser correctement la position et les paramètres de ce quadropôle que la matrice "hard-edge" de l'infecteur, reliant les caractéristiques des trajectoires à son entrée et celles à sa sortie, est calculée.

Dans un second temps, l'étude a porté sur l'amélioration de la transmission de l'infecteur en introduisant un effet de "coin électrostatique" par rotation de la face de sortie. Pour fixer plus précisément le rendement de transmission et connaître les endroits où les pertes de particules s'effectuent (ce qui est impossible à partir de la matrice de transfert), un programme multiparticules a été développé ; il permet dans le même temps d'apporter une validation de la méthode utilisée pour calculer la matrice de transfert, et, par conséquent, des résultats obtenus à partir du calcul matriciel.

Conditions d'adaptation

L'adaptation du faisceau est essentielle pour obtenir un bon rendement du cyclotron injecteur. Les conditions d'adaptation sont déterminées grâce à des programmes de simulation des trajectoires à l'intérieur du cyclotron [17] ; elles permettent d'obtenir, à la sortie du cyclotron, le minimum d'émission dans les trois plans de phase.

Le rôle des éléments en amont du 1^{er} intervalle accélérateur (point d'adaptation retenu), y compris celui de l'infecteur, est donc de modeler le faisceau afin qu'il remplisse ces conditions d'adaptation.

- Adaptation dans le plan transverse pour des émittances de 70π mm.mrad et un faisceau d'Ar(6+) à 15 keV/A) :

- Plan vertical (y, y') :

$$y'_{\max} = 8.24 \text{ mm} , y'_{\max} = 11.64 \text{ mrad} ; C_{yy'} = -0.484 \text{ mm/mrad.}$$

(voir p. 50 pour la signification de la corrélation $C_{yy'}$).

- Plan horizontal (ou radial pour le cyclotron) :

$$x'_{\max} = 2.1 \text{ mm} , x'_{\max} = 36.4 \text{ mrad} ; C_{xx'} = 0$$

- Adaptation dans le plan longitudinal :

$$\delta s = 2.80 \text{ mm (soit } \pm 6.5^\circ_{RF} \text{)} , \frac{\delta p}{p_0} = 10.7\% ; C_{s\delta p/p} = 0$$

- Corrélations particulières

Prise en compte de la corrélation ($\delta p/p, x$) [13] :

$$\frac{x}{R_m} = \frac{\delta p}{p_0}$$

L'introduction de cette corrélation implique, par le biais des relations symplectiques, la corrélation ($x', \delta s$).

Toutes les autres corrélations sont prises nulles.

Les caractéristiques du faisceau souhaité au niveau du premier intervalle d'accélération sont ainsi parfaitement déterminées et le traitement qui va suivre est référencé par rapport à cette adaptation qui est maintenue inchangée quelle que soit l'intensité.

Matrice de covariance ou matrice faisceau

La matrice de covariance $[\sigma_{ij}]$, encore appelée "matrice faisceau", donne une représentation hyper-ellipsoïdale d'un paquet de particules dans l'espace des phases à six dimensions. Cette matrice tient compte de toutes les corrélations et permet d'obtenir, par projection dans un quelconque plan de phase, la figure d'émittance dans ce plan.

Elle provient d'une modélisation statistique du faisceau en un point donné de la ligne de faisceau. L'approche statistique fait intervenir les moyennes quadratiques, les valeurs "r.m.s" [19]-[20], des coordonnées de l'espace des phases. Les dimensions, selon chacune des six coordonnées, du faisceau sont données par :

$$x_{\max} = \sqrt{\sigma_{11}} \quad \text{et} \quad \sigma_{11} = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \quad , \dots$$

et les corrélations par :

$$\sigma_{21} = \overline{.xv'} - \bar{x} \cdot \bar{v}' \quad , \dots$$

Le programme TRANSPORT [15] utilise une autre matrice, notée $[r_{ij}]$, qui est d'une interprétation plus facile ; cette matrice s'obtient à partir de la matrice $[\sigma_{ij}]$ de la façon suivante :

$$r_{ii} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_{ij}} \quad \text{pour } i \neq j ; |r_{ij}| \leq 1.$$

$$r_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sqrt{\sigma_{ii}} \sqrt{\sigma_{jj}}}$$

Les termes r_{ii} donnent les enveloppes, qui sont aussi les demi-axes de l'ellipsoïde si les termes de corrélation (r_{ij} où $i \neq j$) sont nuls.

Ces termes s'interprètent aisément à partir de la projection dans un plan de phase de l'ellipsoïde. Par exemple pour le plan horizontal (fig. 22) les termes qui interviennent sont : r_{11} , r_{22} et r_{21} .

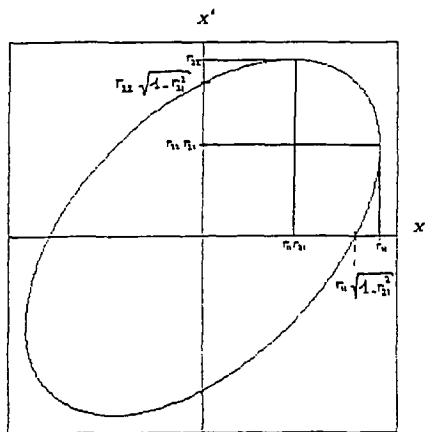


Fig. 22 : Projection de l'ellipsoïde dans le plan horizontal.

Les termes de corrélation tel que $C_{XX'}$ (utilisés au paragraphe "Conditions d'adaptation") sont définis par : $C_{XX'} = \frac{r_{11}}{r_{22}} r_{21}$

La représentation matricielle du faisceau adapté au niveau du premier intervalle accélérateur est donc :

r_{ij}		X	X'	Y	Y'	δs
X	2.08 (mm)					
X'	36.37 (mrad)	0				
Y	8.24 (mm)	0	0			
Y'	11.64 (mrad)	0	0	-0.68		
δs	2.80 (mm)	0	-0.96	0	0	
$\delta p/p$	10.68 (%)	-0.38	0	0	0	0

Introduction d'un quadrupôle électrostatique

Les conditions d'adaptation demandent un faisceau convergent dans le plan vertical. Cependant la matrice de transfert de l'infecteur montre que le faisceau tend à avoir une dimension verticale importante à sa sortie qui ne fait qu'augmenter jusqu'au point d'adaptation ; cette évolution est par conséquent incompatible avec les conditions d'adaptation requises.

Aussi, un faisceau parfaitement adapté auquel on fait subir la traversée de l'infecteur en "retour inverse", c'est dire en remontant vers la source, risque-t-il de subir des pertes importantes. Pour s'en assurer, on cherche à connaître la matrice faisceau à la sortie (S) de l'infecteur. Pour ce faire, on décompose le parcours qui concerne l'infecteur et le cyclotron comme proposé sur la figure 23 ci-après :

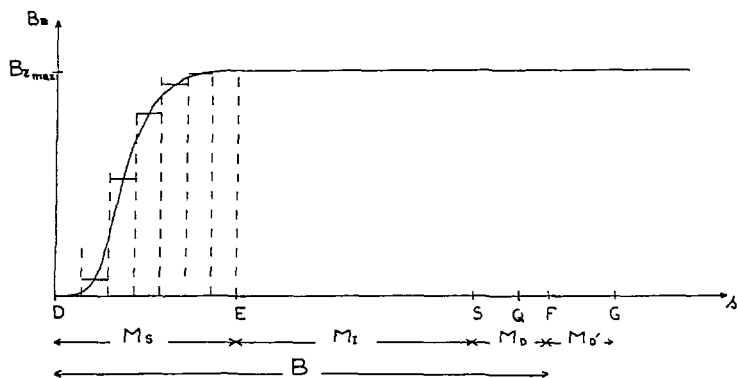


Fig. 23 : Décomposition du parcours en fonction du champ magnétique du cyclotron.

Les différents points apparaissant sur cette figure sont :

- D : point origine de la matrice B numérique de l'infecteur.
- F : point final de la matrice B.
- E : origine de la matrice "hard-edge" M_t , c'est à dire l'entrée de l'infecteur.
- S : point final de la matrice M_t , soit la sortie de l'infecteur.
- G : point d'adaptation, en l'occurrence premier intervalle accélérateur du cyclotron.
- Q : position du quadrupôle correcteur (voir plus loin).

Cette décomposition fait intervenir quatre parties distinctes, chacune d'elle étant représentée par une matrice de transfert :

- M_S (de D à E) : elle décrit l'action du champ de fuite magnétique avant l'entrée dans l'infecteur. Pour l'obtenir, on assimile cette lentille magnétique à une succession de solénoïdes dont les valeurs de champ magnétique sont en accord avec les variations enregistrées [05].
- M_I (de E à S) : matrice "hard-edge" de l'infecteur ; elle prend en compte l'évolution des trajectoires entre l'entrée et la sortie de l'infecteur en y incluant les effets de champ de fuite électrostatique.
- M_D et M_D' (de S à F et de F à G) : ces matrices sont celles des dipôles équivalents qui permettent de décrire l'évolution des trajectoires dans le plan médian du cyclotron. La matrice M_D est celle d'un dipôle équivalent de 75° et M_D' de 36° . Le produit permet de retracer le parcours entre la sortie de l'infecteur et le point d'adaptation, ce qui correspond pour la particule centrale à un arc de cercle de 111° et de rayon $R_m = 74.1$ mm.

La matrice M_I est donc obtenue à partir de la matrice B du chapitre IV après élimination des effets provenant du parcours :

- dans le champ de fuite magnétique azimutal.
- dans le champ plateau du cyclotron.

$$\text{Ainsi : } M_I = M_D^{-1} B M_S^{-1}$$

Par ailleurs, la connaissance de ces différentes matrices permet de déterminer les caractéristiques du faisceau à la sortie de l'infecteur (σ_s) à partir de celles du faisceau adapté (σ_c) grâce à la relation :

$$\sigma_s = M_D^{-1} M_D'^{-1} \sigma_c [M_D']^{-1} [M_D]^{-1}$$

A partir de la matrice faisceau σ_s , on obtient la matrice $[r_{i,j}]$ associée :

2.73					
27.50	0.215				
9.46	0.000	0.000			
11.64	-0.001	0.000	-0.772		
2.18	-0.201	-0.936	0.000	-0.001	
10.68	-0.292	-0.002	-0.000	0.001	0.001

La projection du faisceau dans le plan réel transverse (x, y) montre que des pertes se produisent à la sortie, certaines particules ne se trouvant pas dans l'espace inter-électrodes (fig. 24). De plus la projection dans le plan vertical (y, y') fait apparaître que le faisceau doit être focalisant pour être adapté.

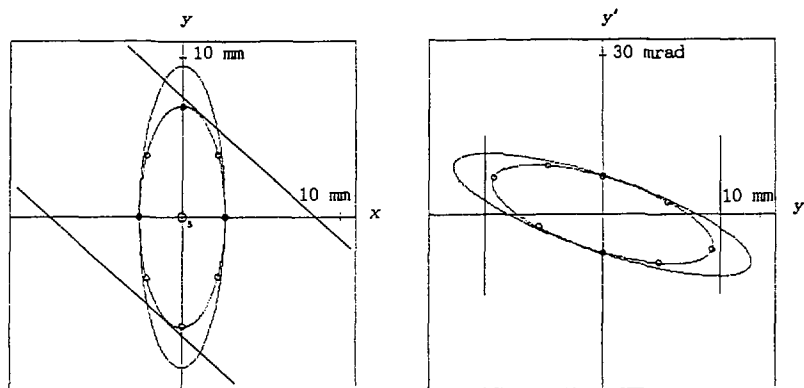


Fig. 24 : Projections (x, y) et (y, y') au niveau du point S ; les ellipses intérieures (- \ominus) représentent la partie du faisceau compatible avec l'espace inter-électrodes.

Pour éviter ces pertes, un quadrupôle (électrostatique pour ne pas perturber le champ magnétique du cyclotron) doit être inséré entre la sortie de l'infecteur et le premier intervalle accélérateur ; cet élément permet principalement de relier la divergence verticale que donne l'infecteur à la convergence requise au point d'adaptation. Il est donc focalisant verticalement ; son action dans le plan horizontal est défocalisante, mais reste faible comparée à l'action du cyclotron dans ce même plan.

Les optimisations ont permis d'aboutir aux caractéristiques suivantes :

- gradient = 3.4 kV/cm²
- longueur électrique = 40 mm
- centre géométrique situé sur la 1^{ère} orbite magnétique à 66° en amont du 1^{er} intervalle accélérateur du cyclotron.

Avec ce nouvel élément, le faisceau adapté en G est transféré jusqu'à la sortie de l'infecteur. Cette fois, il n'y a plus de perte à cet endroit, les enveloppes verticales étant compatibles avec l'espace inter-électrodes (fig. 25).

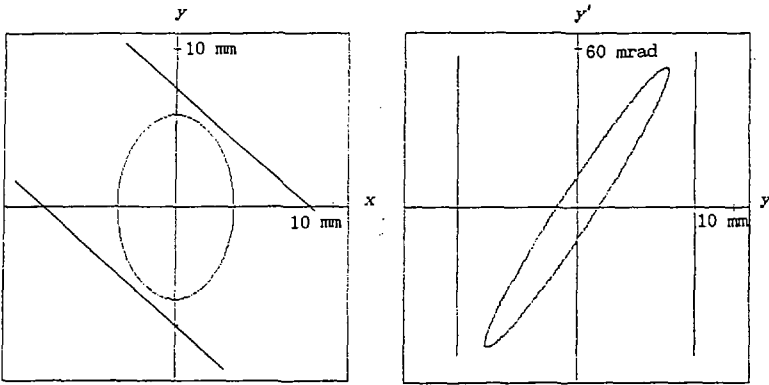


Fig. 25 : Projections en S après introduction du quadrupôle

Cherchons maintenant les caractéristiques de ce même faisceau à l'entrée de l'infecteur (E) en le transférant avec la matrice M_1 . Les figures d'émittance (fig. 26) montrent que les angles ne sont pas très importants (40 mrad dans le plan vertical et 25 mrad dans le plan horizontal) ; ceci est favorable pour un bon franchissement du pôle du cyclotron, zone dans laquelle il est difficile d'introduire des éléments optiques agissant sur le faisceau.

La projection dans le plan réel transverse (x, y) fait toutefois apparaître une incompatibilité du fait que $x_{\text{max}} \sim 8 \text{ mm}$ est supérieur à la demi-distance inter-électrodes, ce qui occasionne quelques pertes.

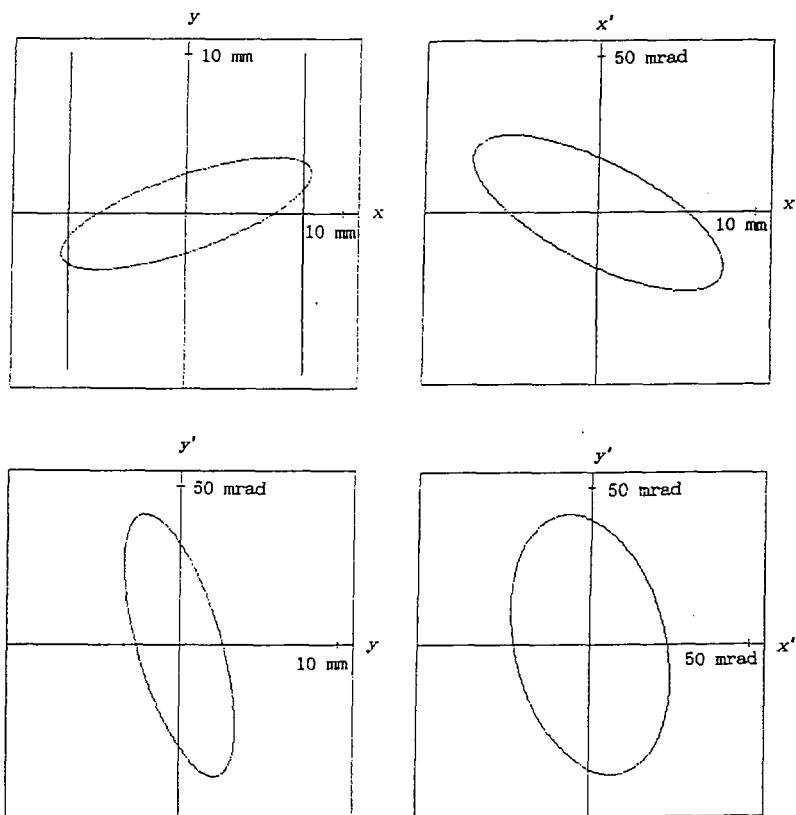


Fig. 26 : Projections en E après introduction du quadrupôle.

Rotation de la face de sortie

Malgré l'introduction d'un quadrupôle électrostatique, le faisceau adapté ne se trouve pas tout à fait dans l'acceptance de l'infecteur puisque $x_{\max} \geq d_0$ à l'entrée. En choisissant une distance inter-électrodes plus grande il est possible d'éviter ces pertes, mais cette solution :

- demande d'augmenter les potentiels des électrodes ($\sim 7\%$)
- ne modifie pas les angles du faisceau à l'entrée (E).

Outre le fait qu'elle exige des distances électrodes-masse légèrement supérieures, donc un encombrement plus important de l'infecteur avec son capot à la masse, cette solution ne permet pas d'améliorer les enveloppes du faisceau en amont de l'infecteur, notamment à la traversée de la pièce polaire du cyclotron.

Pour ces raisons, il a été décidé de modifier localement la géométrie de l'infecteur en introduisant, à sa sortie, un 'coin électrostatique' assimilé à un élément mince, ayant sur le faisceau une action de couplage transverse ; ce coin est obtenu en effectuant une rotation de la face de sortie des électrodes.

L'introduction de ce coin ne peut se substituer au quadrupôle électrostatique précédemment défini et n'en modifie pas les paramètres.

La rotation de la face de sortie d'un angle β (fig. 27), qui donne cet effet de coin électrostatique, est effectuée autour d'un axe colinéaire au champ E faisant un angle de 41.37° avec la verticale.

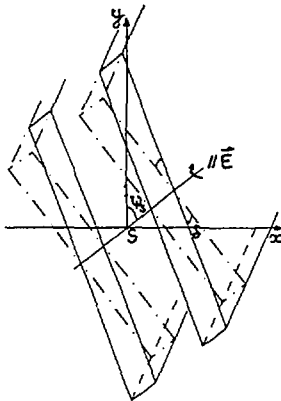


Fig. 27 : Rotation de la face de sortie et coin électrostatique.

Afin de comprendre l'action de cet élément, regardons-le sous un autre angle en introduisant les axes (u, w) (fig. 28).

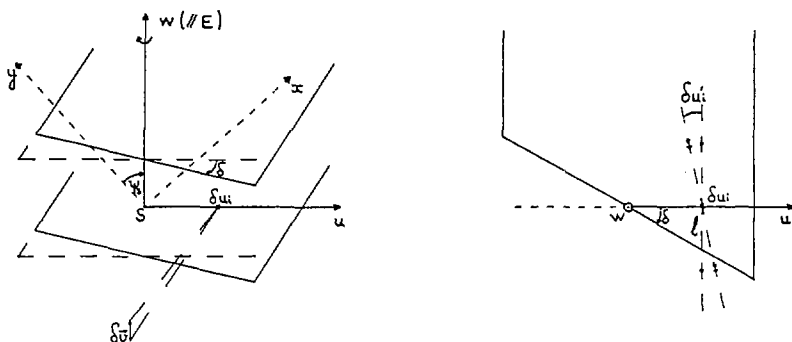


Fig. 28 : Repère et action du coin de sortie.

On suppose que, dans toute la zone où les électrodes ont été allongées, le champ électrique est constant et égal au champ vu par la particule centrale à la sortie de l'infecteur. Une particule qui se trouve décalée selon u est soumise au champ électrique plus longtemps (si $\delta u_i > 0$) ; sa vitesse change de direction à la traversée de ce coin : $v_f = v_i + \delta v$ (δw). L'angle selon w de cette particule est modifié, et on détermine sa valeur $\delta \kappa'_f$ en considérant la longueur ℓ (fig. 28) de parcours dans le champ électrique :

$$\delta \kappa'_f = \frac{\ell}{A} (1+k_0^2)^{\frac{1}{2}} (1 + \delta u'_i \sin \delta) ; \quad \ell = \delta u_i \sin \delta.$$

Le terme en $\delta u'_i$ exprime la variation de la longueur de parcours dans le champ selon la direction incidente de la particule ; il s'agit d'un terme du second ordre qui peut être négligé (fig. 26) ; ainsi :

$$\delta \kappa'_f / \delta u_i \approx \frac{\sin \delta}{A} (1+k_0^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Les termes de position δu et δw ne sont pas modifiés à la traversée du coin (approximation d'élément mince).

Les derniers termes à étudier sont ceux qui font intervenir $\delta u'_f$; avec l'hypothèse faite, E constant dans toute la région du coin, il n'existe aucune force selon u.

$$\text{Ainsi : } \delta u'_f / \delta u_1 = 0 \text{ et } \delta u'_f / \delta u'_1 = 1.$$

Du fait des relations symplectiques, les termes qui dépendent de δw_i et de $\delta w'_i$ sont fixés.

Ces différents termes permettent de déterminer la matrice de transfert de cet élément (seuls les deux plans transverses sont concernés) :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & C \sin \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ C \sin \delta & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ où } C = \frac{1}{A} (1+k_0^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Revenons maintenant à notre repère initial (X,Y) dans lequel est exprimée la matrice de transfert de l'infecteur. Dans ce repère, la matrice de transfert du coin est déterminée en effectuant une rotation des axes d'un angle ψ_s (angle entre les axes y et w) ; on obtient :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ C \sin \delta \sin 2\psi_s & 1 & C \sin \delta \cos 2\psi_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ C \sin \delta \cos 2\psi_s & 0 & -C \sin \delta \sin 2\psi_s & 1 \end{pmatrix}$$

Il devient donc possible de déterminer la valeur optimale de la rotation de la face de sortie afin que le faisceau :

- reste dans l'intervalle inter-électrodes à l'entrée de l'infecteur
- garde des angles faibles.

A partir des résultats illustrés par les figures 29, un angle $\delta = 20^\circ$ a été retenu car :

- l'enveloppe horizontale du faisceau est inférieure à 6.2 mm
- l'angle r'_{max} est minimal
- l'angle x'_{max} est très peu modifié en fonction de δ .

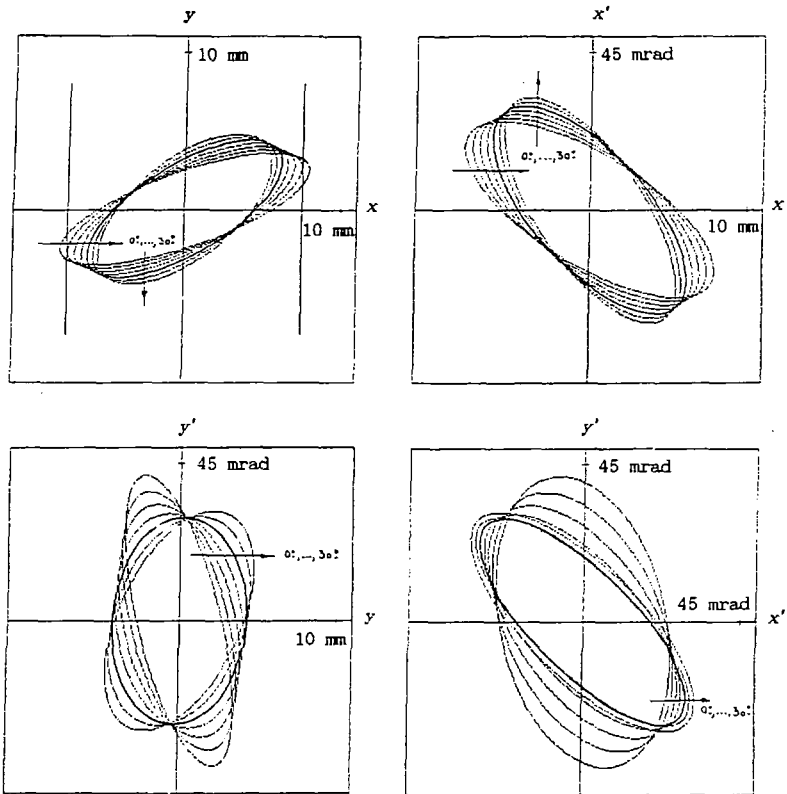


Fig. 29 : Evolution du faisceau à l'entrée de l'infecteur pour différents angles de rotation de la face de sortie (de 0° à 30°). L'ellipse en trait gras correspond au cas $\delta=20^\circ$.

Pour corroborer les résultats obtenus en présence d'un coin de 20° , une carte de potentiel correspondant à cette géométrie est calculée. Grâce à la matrice de transfert (numérique) ainsi obtenue, le transport du faisceau adapté est effectué jusqu'à l'entrée de l'infecteur. La matrice de ce faisceau, ainsi que celle obtenue par l'intermédiaire de la matrice analytique du coin de 20° , sont reportées ci-dessous :

6.23					
30.14	-0.701				
4.23	0.682	-0.280			
29.63	0.225	-0.723	-0.053		
5.61	0.563	-0.449	-0.173	0.073	
10.74	0.008	-0.462	-0.136	0.556	-0.003

6.19					
29.59	-0.683				
4.34	0.675	-0.248			
29.40	0.313	-0.769	0.058		
5.73	0.509	-0.419	-0.246	0.056	
10.74	0.011	-0.476	-0.134	0.565	-0.010

La simulation numérique apporte donc une validation de la matrice analytique du coin. En effet :

- les enveloppes sont évaluées à mieux de 0.1 mm
- les angles sont évalués à mieux de 1 mrad
- seule la corrélation (y,s) varie notablement (~40%)

Cette comparaison justifie l'approximation du coin de 20° par un élément mince, et, par là même, la valeur optimale de la rotation de la face de sortie obtenue à partir de la matrice analytique du coin.

Une étude similaire a été effectuée pour la face d'entrée de l'infecteur. Elle montre qu'une modification à ce niveau n'améliore pas l'acceptance de l'infecteur pour le faisceau adapté à l'entrée du cyclotron et dégrade la divergence du faisceau dans le trou du pôle.

La géométrie définitive retenue pour l'infecteur est caractérisée par une rotation de la face de sortie d'un angle de 20° (le côté allongé des électrodes étant le plus proche du centre de courbure), la face d'entrée étant quant à elle inchangée.

Matrice de transfert de l'infecteur avec son coin

A des fins de comparaison, les matrices B_{20} (analogue à la matrice B mais avec un coin de 20° en sortie) pour chacune des 3 configurations de champ magnétique sont reportées à la page suivante. Elles sont calculées entre les points D et F identiques à ceux définis au chapitre IV.

La principale modification avec la matrice B sans coin de sortie concerne les coefficients B_{42} , B_{43} et B_{44} qui sont sensiblement réduits. L'action du coin porte donc principalement sur les angles verticaux.

Comme cela était déjà apparu au chapitre IV, les modifications qu'entraînent les différents types de champ magnétique concernent principalement les coefficients B_{21} , B_{31} et B_{31} . Toutefois le faisceau ne subit que de faibles variations selon l'aspect du champ magnétique (fig. 30).

Ci-après est donnée la matrice 'hard-edge' de l'infecteur (M_{120}) ; cette matrice présente l'intérêt de ne décrire que l'infecteur avec ses champs électrostatiques de fuite, l'ensemble étant immergé dans un champ magnétique constant égal au champ magnétique plateau du cyclotron. Elle permet, étant insérée dans un programme d'optique, d'avoir une connaissance des caractéristiques du faisceau en amont et en aval de l'infecteur (respectivement sections D-E et S-F de la figure 20). Par exemple, en la multipliant par la matrice adéquate, il est possible de simuler une quelconque variation du champ de fuite magnétique.

Matrice 'hard-edge' (M_{120}) :

$$\begin{pmatrix} -0.379729 & +0.045822 & +0.295503 & -0.047215 & 0. & +0.048322 \\ -7.032999 & -1.402020 & +4.901125 & -0.291224 & 0. & -0.716805 \\ -0.308074 & -0.091233 & -1.217808 & +0.029571 & 0. & -0.232523 \\ -3.177977 & -1.412930 & -11.857491 & -0.413866 & 0. & -1.838233 \\ -0.445569 & +0.124100 & +0.942818 & +0.103268 & 1. & +0.061937 \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

Matrice de transfert (B_{ij}) avec coin de 20° de sortie :

- pour le champ n°1 :

$$\begin{pmatrix} -0.587301 & -0.116157 & +0.375310 & -0.024419 & 0. & -0.093720 \\ +4.188021 & -0.800458 & -2.426226 & +0.275019 & 0. & -1.781363 \\ -0.122546 & -0.233073 & -2.382142 & -0.172726 & 0. & -0.412766 \\ -0.541047 & -1.383361 & -11.647513 & -1.246108 & 0. & -1.858233 \\ -1.443089 & +0.006001 & +1.273504 & +0.124112 & 1. & +0.195821 \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

- pour le champ n°2 :

$$\begin{pmatrix} -0.618064 & -0.121327 & +0.384109 & -0.020244 & 0. & -0.088454 \\ +3.540671 & -0.764708 & -2.375115 & +0.379749 & 0. & -1.785374 \\ -0.431012 & -0.255124 & -2.283214 & -0.154039 & 0. & -0.405591 \\ -2.200000 & -1.529089 & -11.403630 & -1.164508 & 0. & -1.794171 \\ -1.285310 & +0.015903 & +1.416921 & +0.126613 & 1. & +0.195801 \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

- pour le champ n°3 :

$$\begin{pmatrix} -0.643210 & -0.121353 & +0.432737 & -0.012540 & 0. & -0.090104 \\ +3.403953 & -0.642445 & -1.580947 & +0.447195 & 0. & -1.552997 \\ -0.541623 & -0.253122 & -2.129882 & -0.162628 & 0. & -0.378661 \\ -2.485000 & -1.482030 & -10.614195 & -1.193410 & 0. & -1.638781 \\ -1.252241 & +0.015802 & +1.343265 & +0.127512 & 1. & +0.197012 \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

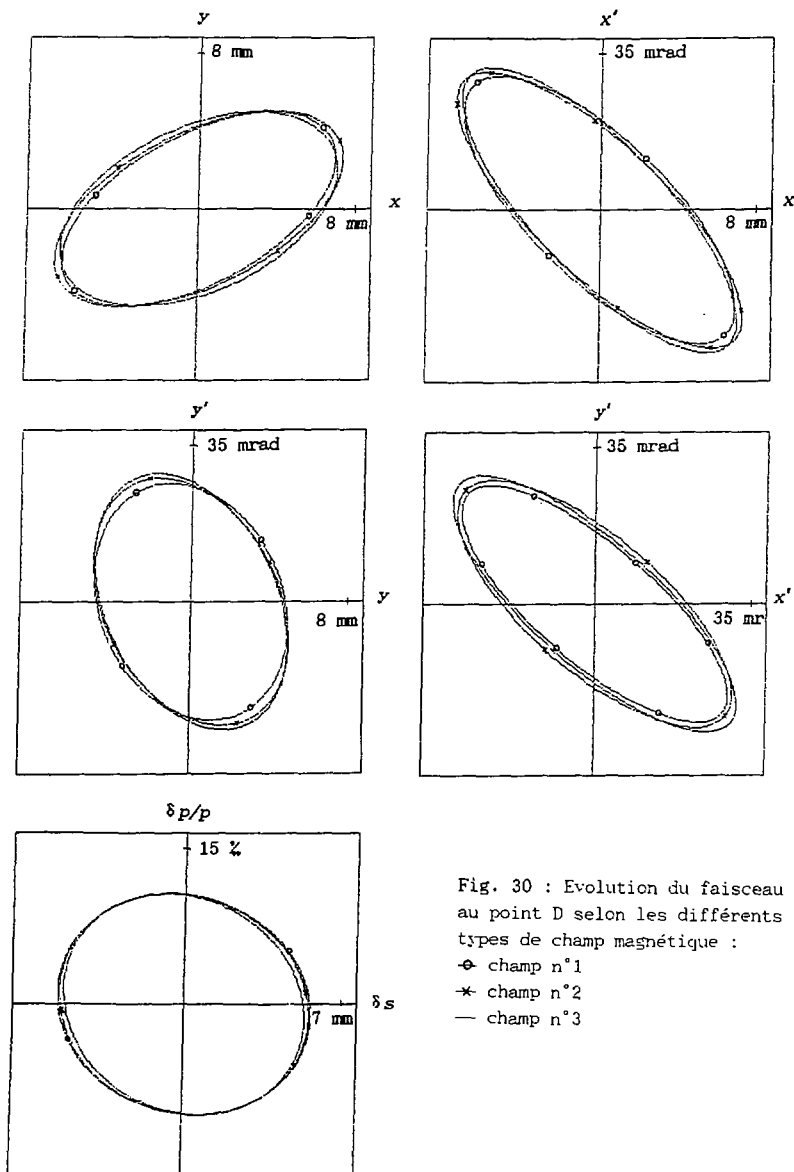


Fig. 30 : Evolution du faisceau au point D selon les différents types de champ magnétique :

- \circ champ n°1
- \times champ n°2
- champ n°3

Simulation multiparticules

Comme nous l'avons déjà mentionné, les matrices de transfert B et M_1 (respectivement calculée entre D et F et entre E et S) n'apportent aucune indication sur les enveloppes du faisceau à l'intérieur de l'infecteur. La compatibilité des enveloppes avec l'espace inter-électrodes ne peut être montrée qu'à l'entrée (E) et à la sortie (S) de cet infecteur. De ce fait, elles ne permettent pas d'en estimer le rendement de transmission.

Par contre, un programme multiparticules (dans lequel les trajectoires sont effectivement calculées) permet de savoir si le faisceau subit des pertes et de connaître l'endroit où elles se produisent le cas échéant.

Dans un tel programme, seules quelques particules qui composent le faisceau sont considérées ; chacune des 6 coordonnées de ces particules est déterminées à partir d'une génération de nombre aléatoires, cohérente avec la distribution choisie de particules (dans notre cas cette distribution est prise uniforme). Ensuite ces différentes coordonnées sont corrigées [21] afin de correspondre à la matrice de covariance du faisceau. Aussi pour N particules, le tirage après corrections donne des coordonnées telles que :

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = 0, \dots \quad \text{et} \quad \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \sigma_{11}/4, \dots$$

le σ_{11} étant la dimension horizontale du faisceau décrit.

Eu égard aux nombreux couplages introduits par l'infecteur, nous avons retenu $N=400$; ce nombre permet de bien décrire le faisceau et d'avoir une précision satisfaisante sur les différentes corrélations.

Une fois ce tirage effectué au niveau du point F (point final du calcul numérique), les particules sont transférées en D :

- 1- Par le biais de la matrice de transfert inverse B^{-1} ($X_F = B X_D$)
- 2- Par simulation de chacune des particules dans la carte de potentiel de l'infecteur (programme multiparticules).

Les deux matrices du faisceau obtenues sont :

1 : avec la méthode matricielle :

```

6.95
29.86 -0.742
 4.95  0.534 -0.022
26.41  0.403 -0.785 -0.224
 5.64  0.586 -0.309 -0.024 -0.050
10.74  0.143 -0.530 -0.270  0.528 -0.108

```

2 : avec le programme multiparticules :

```

6.63
29.44 -0.717
 4.81  0.500 +0.025
26.28  0.454 -0.775 -0.137
 5.76  0.535 -0.264 -0.118 -0.086
10.78  0.138 -0.526 -0.297  0.519 -0.107

```

La concordance est bonne puisque les enveloppes sont évaluées à 0.3 mm près pour le plan horizontal, à 0.1 mm pour les deux autres plans et les angles appréciés à mieux que 1. mrad. Quelques variations des corrélations sont toutefois enregistrées, mais leurs effets sont faibles (voir fig. 31).

L'action sur le faisceau de cet inflecteur est donc bien représentée par la matrice au 1^{er} ordre B (voir chapitre II). Le traitement matriciel qui a été utilisé précédemment pour optimiser les éléments situés dans le champ magnétique (gradient du quadrupôle et rotation de la face de sortie de l'inflecteur) est justifié.

Bien que le transfert du faisceau à travers l'inflecteur puisse s'effectuer indifféremment à partir de la matrice de transfert ou du programme multiparticules, il n'en va pas de même pour les particules prises individuellement. Les écarts en position (fig. 32) et d'angle sont sensiblement modifiés selon le traitement envisagé ; les différences enregistrées peuvent être dues aux termes non linéaires introduits par l'inflecteur, qui ne sont pas pris en compte par la matrice de transfert, et/ou au bruit de calcul numérique.

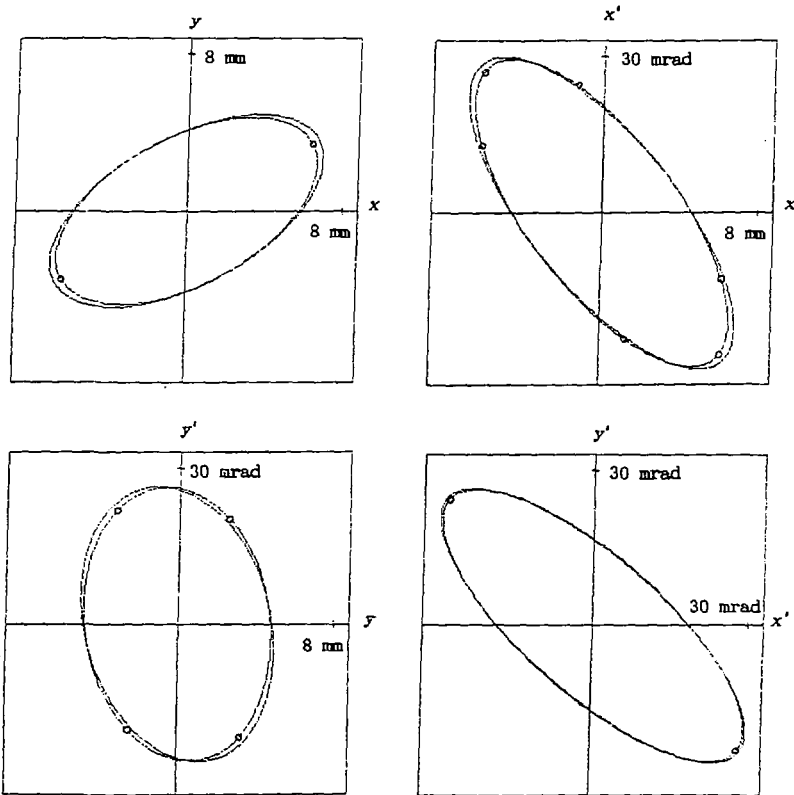


Fig. 31 : Projections en D ; comparaison des transferts matriciel (—) et multiparticules (⊖).

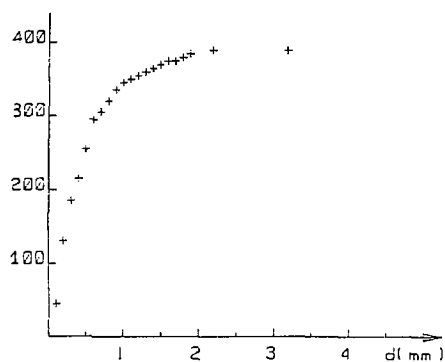


Fig. 32 : Nombre de particules en fonction de l'écart en position entre les résultats des méthodes matricielle et multiparticules.

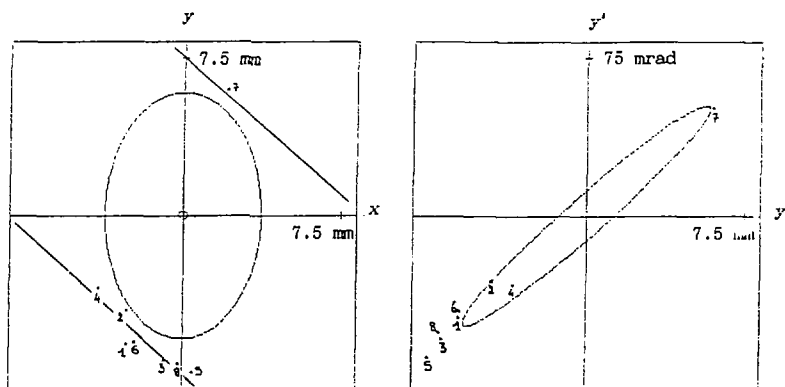


Fig. 33 : Emplacement des 8 particules perdues (point S).

Sur les 400 particules envisagées, 8 entrent en contact avec les électrodes ; chacune de ces particules a des valeurs (r, r') importantes (fig. 33).

Les différentes configurations de champ magnétique donnent des résultats très comparables puisque pour les champ n°1 et n°2 les huit mêmes particules sont perdues. Pour le champ n°3 il ne s'en rajoute qu'une neuvième, alors que dans cette configuration le faisceau est décentré de 0.4 mm par rapport au plan médian (voir chap. I). La transmission de cet inflecteur est donc très satisfaisante, seules quelques particules marginales, en dehors de l'hyper-ellipsoïde du fait du tirage de particules, ne franchissant pas l'inflecteur.

Les caractéristiques du faisceau à l'entrée (E) de l'inflecteur, correspondant à un faisceau adapté pour le cyclotron, sont maintenant parfaitement déterminées en présence à la fois du quadrupôle électrostatique et de la rotation de la face de sortie. Etant donné qu'elles conditionnent la structure de la ligne d'injection en amont de l'inflecteur, elles sont rappelées ci-après sous la forme de la matrice faisceau en E ; pour l'obtenir, nous avons retenus les résultats du programme multiparticules en D et réalisé un transfert matriciel en E à partir de la matrice M_s :

```

5.962947
29.420697 -0.653977
 4.266715 +0.656818 -0.216401
29.170126 +0.277863 -0.739624 +0.022278
 5.723148 +0.501815 -0.400101 -0.275043 +0.044233
10.778941 -0.004403 -0.462077 -0.157452 +0.556062 -0.004036

```

Les angles maxima dans les plans horizontal et vertical sont équilibrés (29.4 mrad et 29.2 mrad) ; de ce fait les enveloppes transverses du faisceau dans la traversée du pôle restent faibles.

A ce stade de connaissance de l'action de l'inflecteur sur le faisceau et afin de prendre en compte les intensités de faisceau envisagées dans le projet OAI, il convient maintenant d'apprécier si l'acceptance de l'inflecteur est détériorée par les phénomènes de charge d'espace.

VI : EFFET DE LA CHARGE D'ESPACE

Jusqu'à présent, γ compris lors du traitement multiparticules du chapitre I, le faisceau était considéré comme un ensemble de particules individuelles sans interaction. Cette approximation n'est plus envisageable quand les faisceaux qui traversent l'infecteur ont des intensités importantes ; dans ce cas les forces coulombiennes entre les particules du faisceau ne peuvent plus être négligées. Ces forces, dites de charge d'espace, provoquent une défocalisation du faisceau, les particules les plus extérieures au paquet étant soumises à une force qui tend à les écarter du centre de ce paquet.

Ce traitement en charge d'espace doit donc permettre d'évaluer l'importance de cette défocalisation, essentiellement pour savoir si les courants qu'il est possible de transférer dans l'infecteur sont compatibles avec ceux envisagés dans le projet OAI.

Existence d'un point de focalisation

Le faisceau adapté en G est caractérisé par :

- une convergence à l'entrée (E) de l'infecteur
- une divergence à la sortie (S) de l'infecteur

Il est donc probable qu'un point de focalisation transversal existe à l'intérieur de l'infecteur, caractérisé par une surface minimale (dans l'espace réel) du paquet de particules.

A partir du programme multiparticules, il est possible de suivre l'évolution du faisceau lors de sa traversée dans l'infecteur, et de connaître sa section en différents endroits.

Les différentes coupes (fig. 34) montrent qu'à $\theta \geq 60^\circ$, la

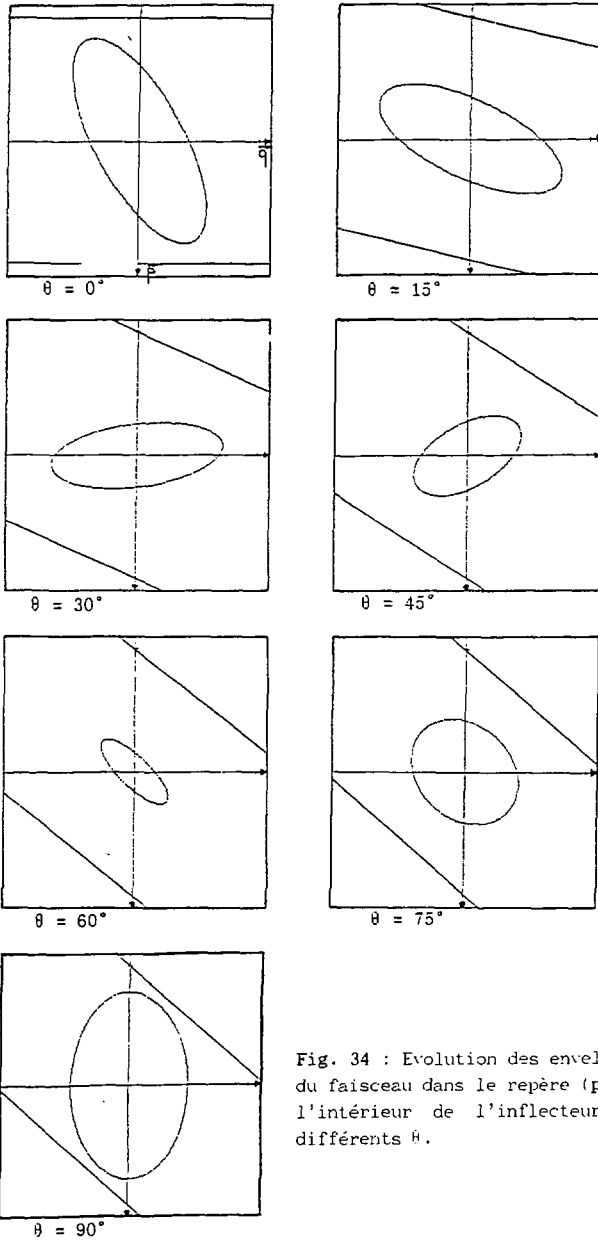


Fig. 34 : Evolution des enveloppes du faisceau dans le repère (p,q) à l'intérieur de l'infecteur pour différents θ .

projection dans le plan (x, y) a une surface plus faible qu'à n'importe quel autre endroit :

$$\dot{H} = 0^\circ : \sim 60 \text{ mm}^2$$

$$\dot{H} = 60^\circ : \sim 8 \text{ mm}^2$$

$$\dot{H} = 90^\circ : \sim 68 \text{ mm}^2$$

L'existence de ce point de focalisation transversal peut rendre les effets de charge d'espace plus critiques. Connaître son emplacement dans l'infecteur permet de tenir compte des phénomènes qui y ont lieu lors du traitement en charge d'espace.

Calcul de la force de charge d'espace

Les phénomènes relatifs à la charge d'espace (pour différents courants) ont été introduits dans le programme multiparticules. La méthode retenue pour ce calcul est retracée ci-après [22]-[23].

Le paquet de particules est représenté dans l'espace réel par un ellipsoïde à 3 dimensions (projection de l'hyperellipsoïde sur l'espace réel) ; seul l'espace réel est à considérer puisque les interactions coulombiennes ne font intervenir que les distances interparticules.

La distribution x des particules au sein du paquet est approximée par une gaussienne pour le calcul des forces de charge d'espace :

$$x = x_0 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{\delta_X^2}{a^2} + \frac{\delta_Y^2}{b^2} + \frac{\delta_S^2}{c^2} \right] \right\}$$

x est donc la probabilité d'avoir une particule en un point de coordonnées $(\delta_X, \delta_Y, \delta_S)$ par rapport au centre du paquet. Les grandeurs a , b et c qui interviennent dans cette expression sont liées aux dimensions du paquet. Elles sont exprimées en fonction des termes de la matrice de covariance, dans le cas où les plans sont découplés deux à deux, par :

$$a^2 = \frac{1}{4} \sigma_{11} \quad b^2 = \frac{1}{4} \sigma_{33} \quad c^2 = \frac{1}{4} \sigma_{55}$$

Dans le cas où les plans réels ne sont pas découplés deux à deux, il faut repositionner cet ellipsoïde selon ses axes principaux. Ceci peut

facilement s'obtenir en diagonalisant la sous-matrice 3x3 constituée par les termes de position de la matrice de covariance ; les valeurs propres donnent alors les valeurs des demi-axes (a, b et c), la matrice des vecteurs propres exprimant la rotation qui a été appliquée à l'ellipsoïde.

La conservation du nombre de particules entraîne :

$$x_0 = \frac{N_f}{(2\pi)^{3/2} abc}$$

où N_f est le nombre réel de particules par paquet (et non pas le nombre de particules simulées).

L'intensité du faisceau est introduite par l'intermédiaire de N_f . La simulation quant à elle porte sur un nombre N limité de particules, chacune de ces particules ayant une charge $Q = \frac{N_f}{N} q$, q étant la charge totale des ions émis par la source.

Il est possible de déterminer le potentiel créé en δx , δy , δs par cette distribution de charge et d'en déduire les trois composantes de la force résultante qui s'exerce en ce point :

$$F_x = \frac{x_0 a b c}{\epsilon_0^2} Q^2 \delta x I_x$$

$$\text{où : } I_x = \int_0^{\infty} \frac{\exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{\delta x^2}{a^2 + t} + \frac{\delta y^2}{b^2 + t} + \frac{\delta s^2}{c^2 + t} \right] \right\}}{2 (a^2 + t) \left\{ (a^2 + t)(b^2 + t)(c^2 + t) \right\}^{3/2}} dt$$

(et des expressions analogues pour les coordonnées y et s).

L'évaluation de ces intégrales par la méthode de Gauss est aisée et rapide ; elle permet de connaître les forces de charge d'espace qui s'appliquent à chacune des N particules à l'endroit considéré. Ces forces sont ensuite introduites dans le programme multiparticules en considérant que leur action est assimilée à celle d'une lentille mince. Les variations angulaires auxquelles sont soumises les particules sont directement

répercutées sur leur vitesse :

$$\delta v_x = -\frac{1}{m} F_x \delta t_{ce} , \dots$$

où δt_{ce} est l'intervalle de temps durant lequel est appliquée la force de charge d'espace.

L'espace entre D et F est subdivisé en intervalles égaux, chacun correspondant à un temps de parcours δt_{ce} . Plusieurs subdivisions ont été essayées (de 5 à 40 par multiples de 2) et ont montré que, pour cet inflecteur, une subdivision en 10 intervalles était suffisante. Dans ce cas, le calcul des forces de charge d'espace s'effectue notamment près du point de focalisation.

Résultats obtenus pour différents courants

Le calcul en charge d'espace qui a été effectué avec la méthode développée précédemment a pour but de déterminer si les courants envisagés dans le cadre du projet OAI peuvent être transférés sans pertes à travers l'inflecteur.

Afin de décrire correctement le faisceau, et en particulier sa structure longitudinale, les coordonnées des particules "équivalentes" qui représentent le faisceau, ont été déterminées comme suit :

- Tirage des particules en amont du groupeur dans un hyper-ellipsoïde à 4 dimensions pour le plan transversal et un segment de droite uniformément chargé pour la structure longitudinale, la dispersion en énergie de la source étant négligée. Cette méthode permet de simuler correctement un faisceau continu ayant des dimensions et des corrélations transversales données.

- Transfert de ces particules à travers le groupeur dont l'action principale est de modifier la projection dans le plan de phase longitudinal en introduisant de la dispersion en énergie par application d'une ou de plusieurs tensions sinusoïdales.

- Transfert de chacune de ces particules à travers la ligne jusqu'au point D (avant le champ de fuite magnétique) sans charge d'espace. Ce transfert est effectué à partir de la matrice de la ligne d'injection optimisée pour un courant nul.

En ce point D, la projection dans le plan longitudinal se présente avec une partie centrale dense (entre environ -15°HF et $+15^{\circ}\text{HF}$) et des filaments latéraux (fig. 35).

Bien que parmi ces particules toutes ne se trouveront pas dans l'acceptance en phase du cyclotron ($\pm 6.5^{\circ}\text{HF}$), il est nécessaire de les prendre en compte dans le calcul de la charge d'espace.

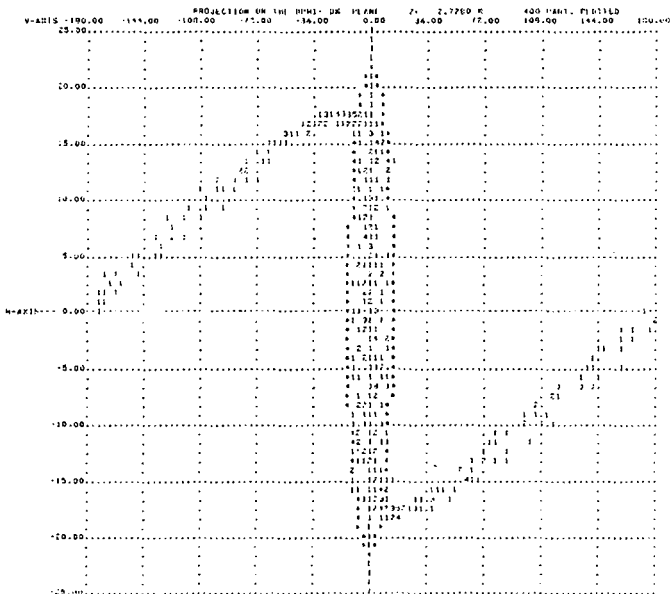


Fig. 35 : Diagramme dans le plan de phase longitudinal en D.

Nous avons retenu un paquet de 400 particules qui a été transféré au travers de l'infecteur jusqu'au point F avec les courants :

0 μA , 210 μA et 420 μA .

Le cas 0 μA pour lequel a été optimisée la ligne indique que, au point F, 178 particules sur les 400 se retrouvent dans l'ellipsoïde adapté. Dans ce même ellipsoïde se retrouvent 178 particules du cas 210 μA et 175 particules du cas 420 μA .

Ces différentes particules acceptées sont celles qui doivent remplir les conditions d'adaptation. Le calcul des ellipsoïdes équivalents pour chacun de ces cas pour les particules acceptées donne :

Cas 0 μA :

1.43					
50.84	-0.287				
10.01	-0.025	0.173			
48.95	0.000	0.192	0.991		
3.25	-0.008	-0.866	0.136	0.097	
9.71	-0.429	0.031	-0.066	-0.067	0.231

Cas 210 μA :

1.46					
50.22	-0.323				
10.09	-0.004	0.161			
49.68	0.018	0.177	0.991		
3.20	0.033	-0.869	0.136	0.101	
9.74	-0.431	0.048	-0.063	-0.063	0.218

Cas 420 μA :

1.49					
49.82	-0.352				
10.15	0.011	0.152			
50.37	0.032	0.165	0.991		
3.17	0.066	-0.872	0.132	0.100	
9.78	-0.430	0.053	-0.057	-0.056	0.214

Ces trois ellipsoïdes sont très voisins et montrent que la transmission dans l'infecteur n'est pas affectée pour des courants allant jusqu'à 420 μA dans la ligne et pour des émittances transversales de 70π mm.mrad.

Ce résultat est encourageant mais pas suffisant. En effet, cette étude en charge d'espace n'est pas exhaustive étant donné qu'elle n'a été effectuée que pour de l'Ar(6+) à 15 keV/A. Il faudrait donc la poursuivre en envisageant des particules d'énergie moindre et dans des émittances transversales inférieures. De plus, le modèle utilisé pour l'évaluation des phénomènes de charge d'espace consistant à calculer l'ellipsoïde équivalent à la distribution de 400 particules pour obtenir les forces coulombiennes peut être jugé par trop imprécis. Il serait de plus souhaitable d'effectuer un passage avec des paquets comprenant des nombres de particules plus importants afin de savoir si la description statistique du faisceau, dans les 6 dimensions, est acceptable. Toutefois, en ce qui concerne l'étude de la ligne en charge d'espace, ces résultats permettent d'envisager l'optimisation des paramètres de la ligne avec une bonne approximation en retenant pour l'infecteur sa matrice de transfert sans effet de charge d'espace.

Il est donc clair que cette étude n'est pas complète. Elle permet simplement de montrer que les phénomènes liés à la charge d'espace ne sont pas rédhibitoires dans les hypothèses et avec le modèle envisagés.

Ce chapitre termine l'étude de l'infecteur. Les résultats obtenus vont permettre de définir la structure de la ligne d'injection adéquate et d'en optimiser les paramètres.

VIII : LIGNE D'INJECTION AXIALE

La ligne de faisceau qui relie la source au cyclotron doit non seulement transporter le faisceau sans pertes, mais aussi l'adapter à l'acceptance du cyclotron dans l'espace des phases à six dimensions.

A la sortie de la source, le faisceau est continu ; or l'acceptance en phase du cyclotron ne permet d'en capturer qu'environ 3.6% ($\pm 6.5\%$). Afin d'améliorer ce rendement, la ligne doit comporter, outre des éléments de focalisation et de guidage, des éléments de groupement.

Aux énergies et intensités envisagées pour l'OAI (100 μ A dans l'acceptance du cyclotron injecteur à 15 keV/A pour l' Ar^{6+}) l'efficacité du groupement est dépendante des effets de charge d'espace. Notons que la dispersion en énergie des ions à la sortie de la source est très faible (5 à 6 eV par charge). En conséquence la dispersion en énergie du faisceau injecté sera essentiellement donnée par les éléments de groupement.

La maîtrise de l'ensemble des problèmes qui viennent d'être évoqués nécessite une bonne connaissance du faisceau à la sortie de la source.

L'étude de cette ligne a été effectuée par le Groupe Transfert de Faisceau du GANIL en retenant, comme pour les autres lignes de faisceau du GANIL [24], le principe d'une ligne composée de sections à fonctions séparées. L'ensemble de ces sections peut être divisé en deux parties principales (fig. 36) :

Une première partie prend en compte les caractéristiques du faisceau à la sortie de la source et, après une préaccélération à 100 kV et une analyse en masse en ligne, adapte le faisceau en un point, dénommé point objet (point O) de la deuxième partie de la ligne. A cet endroit, le faisceau est continu, trié en masse et en état de charge et exempt de corrélations entre les plans de phases transversaux : en effet, dans l'espace d'extraction de la source et du fait du champ de fuite magnétique axial, les ions du faisceau acquièrent un moment angulaire qui génère un couplage entre les plans transversaux [25-26], mais la structure de la ligne comprendra en amont du point objet des éléments permettant d'éliminer ce type de couplage. De plus, quelles que soient les émittances transverses

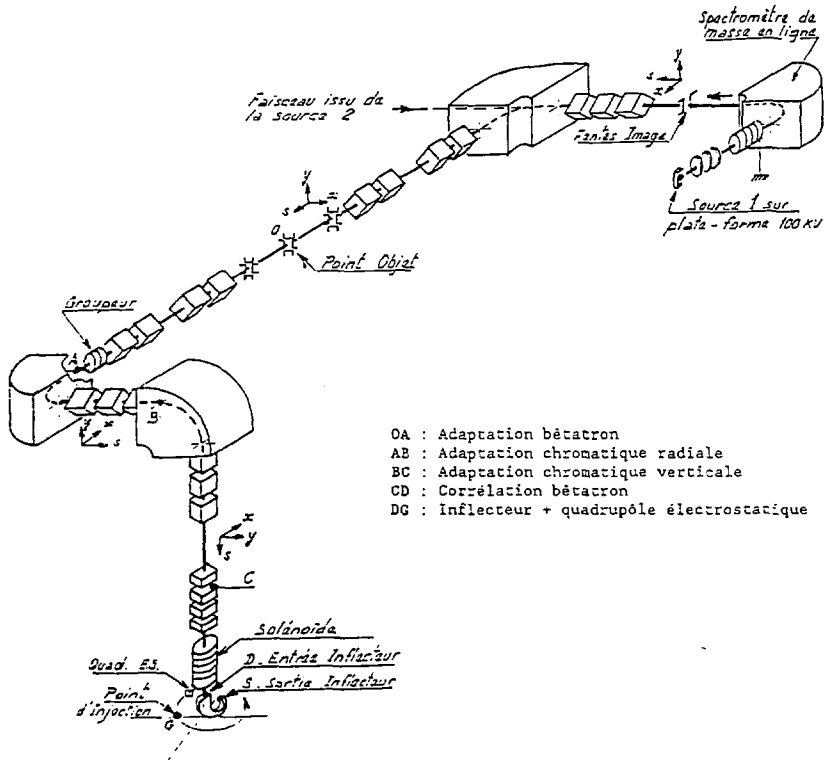


Fig. 36 : Schéma en perspective de la ligne d'injection axiale

à la sortie de la source, le faisceau sera au point O adapté homothétiquement à des conditions nominales déterminées à partir de l'acceptance du cyclotron. Ainsi le réglage de la deuxième partie de la ligne est complètement indépendant des réglages de la source et de la première partie de la ligne.

Les espaces de glissement au voisinage du point O sont équipés de sondes de profil et de fentes qui permettent de mesurer les émittances transversales du faisceau et si nécessaire de les redéfinir.

Une contrainte supplémentaire pour la configuration de cette première partie de ligne consiste dans la possibilité de lui adjoindre ultérieurement une deuxième source avec sa propre plateforme d'accélération et son analyse en masse : cette disposition permet de fonctionner en essai avec une source alors que l'autre est en exploitation pour l'accélérateur.

La deuxième partie de la ligne va du point O jusqu'au point d'injection G situé à l'entrée du premier intervalle accélérateur du cyclotron. Elle comprend donc l'infecteur.

Dans ce chapitre, seule l'étude de la deuxième partie de la ligne d'injection axiale est développée : en particulier, l'implication de la présence de l'infecteur spiral sur la structure et le réglage de la ligne, le groupement et l'optimisation de la ligne compte tenu des effets de charge d'espace.

Considérations relatives à l'injection dans un cyclotron

Dans le cas où l'injection peut se faire directement dans le plan médian (par exemple pour un cyclotron à secteurs séparés), l'adaptation du faisceau au point d'injection nécessite de disposer dans la ligne (dont le plan médian coïncide avec celui du cyclotron) de deux sections permettant de régler respectivement le mouvement bêatron et le mouvement chromatique dans le plan horizontal [18-24-27]. L'utilité d'une section assurant le réglage du mouvement chromatique suppose que la dispersion en énergie le justifie et que les éléments de groupement, s'ils sont nécessaires, soient situés en amont.

Pour un cyclotron nécessitant une injection axiale (cas d'un cyclotron compact), en plus des fonctions précédentes, la ligne doit prendre en compte les effets de l'infecteur sur le faisceau.

Dans notre cas, la matrice de l'infecteur spiral (page 61) montre qu'à sa traversée d'une part les deux plans de phase transverses seront couplés entre eux bêtatroniquement et chromatiquement, d'autre part le mouvement longitudinal sera couplé avec le mouvement radial et le mouvement vertical. La structure retenue (voir fig. 36) découle de ces considérations.

Description de la structure

La partie de la ligne en amont de l'infecteur peut se décomposer en deux tronçons principaux OB et BD dont les fonctions et la composition sont les suivantes :

- Tronçon OB :

Structure classique pour adapter le faisceau au point d'injection G chromatiquement dans le plan horizontal et bêtatroniquement. On retrouve la structure nécessaire à l'injection dans un cyclotron à secteurs séparés. Elle est constituée d'une section OA composée de quatre quadrupôles (4 paramètres pour 4 conditions bêtatroniques) et d'une section AB composée d'un aimant de déflexion horizontal suivi de trois quadrupôles (3 paramètres pour 2 conditions chromatiques dans le plan radial et une condition d'enveloppe).

- Tronçon BD :

Il ne dépend que de la matrice de transfert de la section DS comprenant le champ magnétique de fuite du cyclotron et l'infecteur. Il comporte deux sections :

- La section BC permet d'annuler au point S (sortie de l'infecteur) les deux éléments chromatiques verticaux (T_{36} et T_{46}) de la matrice de transfert. Elle est composée d'un aimant de déflexion vertical et d'un triplet de quadrupôles, plus un quadrupôle placé immédiatement avant le point C.

- La section CD permet d'annuler au point S le couplage entre le plan horizontal et le plan vertical (éléments T_{13} , T_{14} , T_{23} , T_{24} , T_{31} , T_{32} , T_{41} et T_{42}). En théorie deux quadrupôles tournés sont suffisants pour effectuer cette décorrélation, mais afin d'obtenir des enveloppes raisonnables, un triplet de quadrupôles tournés est nécessaire. Par ailleurs un solénoïde est placé dans la culasse du cyclotron afin d'assurer une focalisation du faisceau au cours de sa traversée.

En résumé : la matrice de transfert de C à S est décorrélée bêtatroniquement ; celle de B à S est de plus achromatique dans le plan vertical. De ce fait, les éléments T_{33} et T_{34} sont également nuls au point S. L'isochronisme en ce point ne dépend plus du mouvement vertical.

L'avantage principal de l'ordre choisi pour l'ensemble des sections entre O et D réside dans la possibilité de modifier les conditions d'adaptation au point G en ajustant les paramètres du tronçon OB et/ou le quadrupôle électrostatique en aval de l'infecteur sans avoir à retoucher aux paramètres du tronçon ED.

Grouperment

Pour obtenir au premier intervalle accélérateur le maximum de particules dans $\pm 6.5^{\circ}$ HF, il faut placer dans la ligne un groupeur fonctionnant à la même fréquence que le NC01. Afin d'augmenter l'efficacité de grouperment, on lui adjoint un autre groupeur fonctionnant à la fréquence double du premier de façon à ce que la tension vue par les particules se rapproche d'une dent de scie [28]. La position du groupeur dans la ligne est un compromis entre la valeur de tension nécessaire, la dispersion d'énergie obtenue et les forces de charge d'espace longitudinales à combattre. L'emplacement choisi pour le groupeur est entre le quadruplet et l'aimant de déflexion horizontal. Pour un groupeur "monogap", le produit de la tension par le "facteur temps de transit" est de l'ordre de 1.8 kV. Pour des courants source de l'ordre de 400 μ A le rendement n'est que 10% inférieur à celui obtenu pour un courant nul (40% environ). Ceci justifie le choix de placer la source sur une plateforme à 100 kV.

Optimisation de la ligne

Cette étude a été effectuée en utilisant essentiellement le programme GALOPR [29]. Elle comporte plusieurs étapes :

- Sans charge d'espace :

Réglage transversal achromatique en retour inverse :

Le faisceau (connu au point G) étant transféré au point S, l'ensemble SC est décorrélé bêtatroniquement en agissant sur la force du solénoïde, les gradients et les rotations des trois quadrupôles de la section DC.

L. D'I. AX. NCØ1 H3 - DU PT OBJ A NCØ1 - INF. PB Ø/2Ø -3./-3. - 1GDH -
 21/10/88 10.15.34

EM-H= 56.00 EM-V= 56.00 MM*MRD DM/W= 0.050 PM

e_{HO}, e_{VO} : env. vert. et horiz
 pour $\Delta w/w = 0$

- PM Solénoïde
- Quasidrapable
- ⊕ Dipôle avec crins
- | Groupeur
- ↓ Rotation

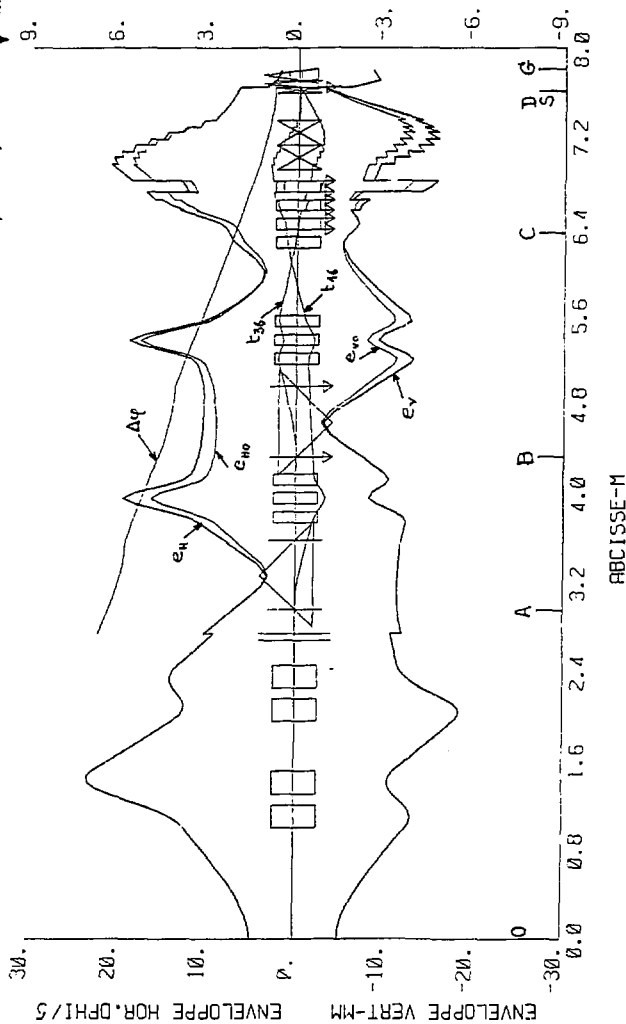


Fig. 37 : Enveloppes de faisceau sans CE dans la seconde partie de la ligne d'injection d'axiale pour une adaptation chromatique.

COEFF DE DISP-MM/PM

L'ensemble SB est de plus rendu achromatique verticalement en agissant sur les gradients des quatre quadrupôles de la section CB. Le quadrupôle situé au dessus du point C a pour fonction de changer le signe du terme de dispersion en angle radial de la matrice de transfert de telle sorte que l'enveloppe horizontale soit acceptable dans le dipôle vertical.

L'ensemble GA qui comprend le parcours dans le cyclotron est de plus rendu achromatique horizontalement en agissant sur les gradients des trois quadrupôles de la section AB.

Les "cross-over" horizontal et vertical au point O sont réalisés en agissant sur les gradients des quatre quadrupôles de la section AO.

Réglage longitudinal dans le sens direct :

Les valeurs du réglage précédent (achromatique et donc isochrone) étant retenues, les groupeurs sont ajustés pour obtenir l'extension en phase souhaitée au point G.

Pour une adaptation chromatique au point G ($\delta p/p = \delta x/x$) les groupeurs et les gradients des quadrupôles des sections OA et AB doivent être réajustés. Ce réglage est illustré par la figure 37.

- Avec charge d'espace

A partir du réglage précédent, tous les paramètres exceptés ceux de la structure de décorrélation bêtatron $CD^{(+)}$, doivent être réajustés pour obtenir les conditions nominales au point G. Les forces de charge d'espace étant incluses dans la matrice de transfert, l'optimisation est obtenue en imposant toutes les conditions sur les éléments de la matrice de covariance du faisceau.

(*) Les valeurs des termes de corrélation ne sont évidemment plus nuls en présence de charge d'espace, mais restent très faibles pour les intensités envisagées : il n'est donc pas nécessaire dans notre cas de reprendre le réglage de la structure CD .

CONCLUSION

L'étude de l'injection axiale a été principalement centrée sur celle de l'infecteur spiral à deux paramètres. Les nombreux couplages et la divergence verticale qu'il génère sur le faisceau ont des implications importantes sur la structure en amont et en aval de l'infecteur, ce qui justifie son étude minutieuse dans le but d'améliorer le rendement d'injection.

Il doit être noté que l'approche numérique qui a été retenue ne permet pas un traitement rapide de ce type d'infecteur et qu'il est nécessaire d'effectuer l'intégralité de la procédure qui a été décrite dès lors que les paramètres de l'infecteur sont modifiés.

Bien que cette méthode soit longue et qu'elle demande des moyens informatiques importants, elle offre, une fois les paramètres de l'infecteur fixés, certaines possibilités :

- Décrire les trajectoires en y intégrant les ordres supérieurs,
- modifier la géométrie de l'infecteur afin d'en étudier les effets sur le faisceau,
- estimer les tolérances requises en modifiant légèrement la géométrie de l'infecteur, par exemple en augmentant ou en réduisant l'espace inter-électrodes de quelques pour cent. Ce calcul n'est toutefois significatif qu'une fois les corrections sur les potentiels (chap I) effectuées,
- prendre en compte des phénomènes de charge d'espace par l'intermédiaire d'un modèle qui donne une précision satisfaisante.

En ce qui concerne le dernier point, les résultats ont montré qu'il est possible de transférer sans pertes des faisceaux dont les intensités sont compatibles avec celles envisagées dans le projet OAI, soit environ 400 μA . Toutefois, cette étude demande à être complétée par la confrontation de ces résultats avec ceux qui seraient obtenus à partir d'un autre modèle (par exemple 'particle-in-cell') et à augmenter le courant de charge d'espace au-delà de 400 μA afin de déterminer complètement la courbe de rendement de l'infecteur en fonction du courant faisceau.

Par ailleurs, afin d'optimiser tous les paramètres de la partie de ligne allant du point objet au point d'injection pour différents courants, il est envisagé d'intégrer le programme de simulation des trajectoires dans l'infecteur au programme BUNCH traitant un faisceau intense par la méthode 'particle-in-cell' dans une ligne de transport, actuellement en cours de développement [21-30].

Cette méthode permettrait d'obtenir avec précision les valeurs des différents paramètres de la ligne pour les courants, les énergies et les niveaux de champ magnétique envisagés dans le cadre de ce projet.

ANNEXE 1 : INFLECTEUR HYPERBOLOÏDE

Ce type d'inflecteur a été envisagé par R.W. Müller [104] parce qu'il satisfait à deux conditions :

- La particule centrale conserve une énergie cinétique constante à la traversée de l'inflecteur
- Les surfaces équipotentielles (et par conséquent les électrodes) sont des surfaces à symétrie de révolution.

L'hypothèse fondamentale est de considérer un potentiel tel que :

$$V(r, \theta, z) = -\frac{1}{2} \kappa z^2 + \frac{1}{4} \kappa r^2 + V_0 ;$$

Cette expression a été retenue parce qu'elle permet d'effectuer un traitement analytique de cet inflecteur. Le champ électrostatique peut donc être déterminé en tout point de l'espace :

$$\begin{cases} E_r = \frac{1}{2} \kappa r \\ E_\theta = 0 \\ E_z = -\kappa z \end{cases}$$

Du fait que la particule centrale conserve son énergie cinétique constante, il est nécessaire qu'elle évolue sur l'équipotentielle nulle, c'est à dire sur un hyperboloïde d'équation : $r^2 - 2z^2 = r_0^2$, en prenant comme condition initiales (à l'entrée de l'inflecteur) :

$$r = r_0, \quad \theta = z = 0, \quad \dot{r} = \dot{\theta} = \dot{z} = 0, \quad \dot{z} = v_0.$$

A partir des équations du mouvement, on montre que :

$$\frac{qB}{m} = k \sqrt{6} \quad \text{et} \quad v_0 = \frac{1}{2} r_0 k \quad \text{où} \quad k^2 = \frac{qk}{m}$$

Le rayon d'injection R_m est alors relié à r_0 par : $r_0 = 2\sqrt{6} R_m$.

Les équations du mouvement de la particule centrale sont :

- En coordonnées cylindriques :

$$r_c = r_0 \left(1 + \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\theta_c = \frac{\sqrt{6}}{2} \theta - \text{Arctg} \left\{ \frac{\sqrt{6}}{2} \text{tg} \theta \right\}$$

$$z_c = \frac{1}{2} r_0 \sin \theta$$

- En coordonnées cartésiennes :

$$x_c = \frac{r_0/2}{2} \left\{ \frac{\cos(\sqrt{1.5} - 1)\theta}{\sqrt{1.5} - 1} - \frac{\cos(\sqrt{1.5} + 1)\theta}{\sqrt{1.5} + 1} \right\}$$

$$y_c = \frac{r_0/2}{2} \left\{ \frac{\sin(\sqrt{1.5} - 1)\theta}{\sqrt{1.5} - 1} - \frac{\sin(\sqrt{1.5} + 1)\theta}{\sqrt{1.5} + 1} \right\}$$

$$z_c = \frac{1}{2} r_0 \sin \theta$$

avec $\theta = kt$.

Ces équations montrent que toutes les grandeurs de cet inflecteur sont fixées :

- rayon supérieur de l'hyperboloïde (entrée) : r_0

- rayon inférieur (sortie) : $\sqrt{1.5} r_0$

- hauteur : $\frac{1}{2} r_0$

avec $r_0 = 2\sqrt{6} R_m$.

Le raccordement de la trajectoire centrale avec l'orbite d'injection impose au centre de l'hyperboloïde de se situer sur un cercle dont le centre est le centre de courbure de la première orbite et dont le rayon est $5 R_m$.

Les caractéristiques de cet inflecteur (hauteur, encombrement radial, positionnement) sont fixées dès lors que le rayon magnétique d'injection du cyclotron est imposé. Il n'existe aucun paramètre libre pour agir sur sa géométrie.

La matrice analytique "hard edge" de ce type d'inflecteur peut être déterminée. En introduisant le plan longitudinal, la matrice qui prend en compte la montée brutale du champ magnétique au niveau du pôle du cyclotron et les effets de champ de fuite électrostatique est [05] :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & r_0/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2/r_0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_0/(2\gamma^2) \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r_0/2 & 0 & 0 & 1 & \pi r_0/(4\gamma^2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{où : } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}$$

ANNEXE 2 : EQUATIONS DU MOUVEMENT

Les équations du mouvement s'obtiennent dans le repère mobile (p,q,r) défini au chapitre I, les expressions de ces vecteurs dans le repère fixe (i,j,k) étant :

$$p \begin{cases} \sigma \cosh \cos 2K\theta \\ \sigma \cosh \sin 2K\theta \\ \sigma \sinh \end{cases} \quad q \begin{cases} \sigma \sin 2K\theta \\ -\sigma \cos 2K\theta \\ 0 \end{cases} \quad r \begin{cases} \sinh \cos 2K\theta \\ \sinh \sin 2K\theta \\ \cosh \end{cases}$$

L'équation de la dynamique dans ce repère mobile, dans le cadre de l'approximation non relativiste, donne :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 M_0 M}{dt^2} &= \Gamma_r + 2\Omega \times V_r + \frac{d\Omega}{dt} \times M_0 M + \Omega \times (\Omega \times M_0 M) \\ &= \frac{q}{m} \left(\frac{dM_0 M}{dt} \times B + \mathcal{E} \right) \end{aligned}$$

où : $M_0 M = ap + bq + cr$

$$V_r = \frac{da}{dt} p + \frac{db}{dt} q + \frac{dc}{dt} r$$

$$\Gamma_r = \frac{d^2 a}{dt^2} p + \frac{d^2 b}{dt^2} q + \frac{d^2 c}{dt^2} r$$

Ω est le vecteur de rotation instantanée.

L'expression de Ω s'obtient à partir de :

$$\frac{dM_0 M}{dt} = V_r + \Omega \times M_0 M$$

$$\begin{aligned}\Omega &= 2K\omega\sigma\sin\theta p + \omega\sigma q - 2K\omega\sigma\cos\theta r \\ &= 2K\omega k + \omega\sigma q \\ &= \Omega_k + \Omega_q\end{aligned}$$

$$\text{où : } \alpha = \frac{qE_0}{mv_0}$$

Ω_k exprime la rotation entraînée par le champ magnétique B et la composante E_n du champ électrostatique
 Ω_q exprime la rotation entraînée par la composante E_0

Les champs B et \vec{E} se décomposent dans le repère mobile de la façon suivante :

$$B = |B| (\sin\theta p - \sigma\cos\theta r)$$

$$\vec{E} = -\frac{E_0}{A} ((a+bk_0\sin\theta)p + ak_0\sin\theta q - cr)$$

Il est donc possible d'exprimer chacun des termes de l'équation de la dynamique, et les projections selon chacun des axes mobiles sont :

$$a'' + (2K+k_0)\cos\theta b' + 2\sigma c' - 2Kk_0\cos^2\theta a + k_0\sin\theta b - 2Kk_0\sigma\cos\theta\sin\theta c = 0$$

$$b'' - (2K+k_0)\cos\theta a' - (2K+k_0)\sigma\sin\theta c' + 2(K+k_0)\sin\theta a - 2Kk_0 b - (2K+k_0)\sigma\cos\theta c = 0$$

$$c'' - 2\sigma a' + (2K+k_0)\sigma\sin\theta b' - 2Kk_0\sigma\sin\theta\cos\theta a - 2Kk_0\sin^2\theta c - 2c = 0$$

$$\text{avec : } a'' = \frac{d^2 a}{d\theta^2} = \alpha^{-2} \frac{d^2 a}{dt^2}, \dots$$

$$a' = \frac{da}{d\theta} = \alpha^{-1} \frac{da}{dt}, \dots$$

Ce système d'équations différentielles est résolu numériquement ; ainsi, à partir de ces équations, une particule qui entre dans l'inflecteur en avance par rapport à la particule centrale ($c > 0$, ce qui correspond à un $\delta_s > 0$ avec les notations définies au chapitre II) sort de l'inflecteur avec un retard par rapport à la particule centrale. Il est clair que la

simulation de cette seule particule est suffisante pour prouver que les équations du mouvement ne représentent pas fidèlement l'action de l'infecteur sur les particules.

La cause peut en être attribuée à l'expression du champ électrostatique \vec{E} . En effet, contrairement au cas de l'infecteur hyperboloïde (voir annexe 1) dans lequel une expression du champ en chaque point de l'espace est connue, le champ de l'infecteur spiral n'a pu être déterminé qu'autour de la trajectoire centrale et pour un θ donné. Ainsi, un même point de l'espace peut être décrit par plusieurs quadruplets (a, b, c, θ) , chacun donnant une valeur de \vec{E} qui peut s'avérer différente de celle obtenue avec un autre quadruplet. Pour s'affranchir de cette indétermination, il faudrait obtenir des expressions du champ ne dépendant que de a , b et θ . Dans ce cas et autour de la trajectoire centrale, chaque point de l'espace ne serait plus repéré que par un triplet unique (a, b, θ) . Des essais dans ce sens ont été entrepris mais n'ont pas abouti.

Un deuxième point qui peut générer ces problèmes lors de la résolution analytique est l'arbitraire avec lequel est retenu le terme qui permet d'obtenir un champ analytique localement maxwellien.

Devant ces difficultés, nous avons jugé nécessaire d'avoir recours à une méthode basée sur un programme de simulation numérique pour traiter ce type d'infecteur.

ANNEXE 3 : DETERMINATION DES ELECTRODES

Le calcul des points définissant les électrodes s'effectue à partir du champ analytique déterminé au chapitre I, et dans le repère (M,p,q,r) mobile avec la particule centrale :

$$E - E_{\text{central}} = - \frac{E_0}{A} ((a+bk_0 \sin^{\theta})p + ak_0 \sin^{\theta}q - cr)$$

$$\Rightarrow E = \frac{E_0}{A} \begin{cases} (-a - \lambda_{\frac{c}{2}} b + cA) \\ (-a\lambda_{\frac{c}{2}} - cA\lambda_{\frac{c}{2}}) \\ c \end{cases} \quad \text{ou} \quad \lambda_{\frac{c}{2}} = k_0 \sin^{\theta}$$

Le potentiel est donc donné par :

$$f(a,b,c) = - \frac{E_0}{2A} c^2 + \frac{E_0}{A} \lambda_{\frac{c}{2}} ab + E_0 c \lambda_{\frac{c}{2}} b + \frac{E_0}{2A} a^2 - cE_0 a$$

L'intersection de l'équipotentielle $V=cste$ avec le plan (p,q) s'obtient en considérant $c=0$:

$$V = \frac{E_0}{A} \left(\frac{a}{2} - cA \right) a + \frac{E_0}{A} \lambda_{\frac{c}{2}} (a+cA)b$$

$$\Rightarrow b = \frac{\frac{AV}{E_0} + (cA - \frac{1}{2}a)a}{\lambda_{\frac{c}{2}} (cA + a)} \quad \text{et} \quad \frac{db}{da} = \frac{-(a+cA)^2 + 3a^2 - 2AV/E_0}{2\lambda_{\frac{c}{2}} (a+cA)^2}$$

L'équipotentielle nulle ($V=0$) passe par $a=0$ et $b=0$, et sa tangente en ce point est donnée par :

$$\left. \frac{db}{da} \right|_{V=0, a=0} = \lambda_{\frac{c}{2}}^{-1} \quad (\text{cette tangente est bien orthogonale à } E)$$

On définit alors le vecteur normé u colinéaire à la tangente de l'équipotentielle nulle en $a=b=0$; ainsi :

$$u \begin{cases} (1+\lambda_\epsilon^2)^{-\frac{1}{2}} \\ \lambda_\epsilon (1+\lambda_\epsilon^2)^{-\frac{1}{2}} \\ 0 \end{cases}$$

On considère deux points I_1 et I_2 appartenant respectivement à l'électrode négative et à l'électrode positive (fig. 38) tels que le segment $(I_1 I_2)$ soit perpendiculaire à u . En considérant le potentiel de l'électrode négative égal à $-V_e$ et celui de l'électrode positive à $+V_e$, on trouve étant donné que ces électrodes sont aussi des équipotentielles :

$$I_1 \begin{cases} \epsilon \frac{d_0}{1+\lambda_\epsilon^2} \\ -\epsilon \frac{\lambda_\epsilon d_0}{1+\lambda_\epsilon^2} \\ 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad I_2 \begin{cases} -\epsilon \frac{d_0}{1+\lambda_\epsilon^2} \\ \epsilon \frac{\lambda_\epsilon d_0}{1+\lambda_\epsilon^2} \\ 0 \end{cases}$$

où $2d_0 = \frac{2V_e}{E_0}$ est la distance inter-électrodes à l'entrée.

On note que $|I_1 I_2| = \frac{2d_0}{\sqrt{1+\lambda_\epsilon^2}} = 2d$

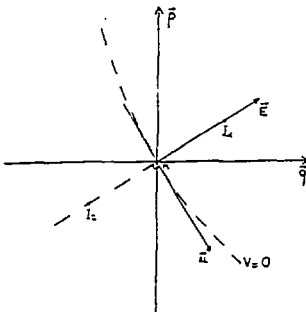


Fig. 38 : Points I_1 et I_2 intervenant dans le calcul des électrodes.

La tangente à l'équipotentielle $-V_e$ au point I_1 est donnée par :

$$\frac{db}{da} \approx \frac{1}{\lambda_e} \left(1 + \frac{2d_0^2}{A^2(1+\lambda_e^2)^2} + \frac{3d_0}{A(1+\lambda_e^2)} - \frac{2d_0^2}{A^2(1+\lambda_e^2)} \right) \quad \text{avec } d_0 \ll A$$

Pour $\theta = \pi/2$, c'est à dire dans le cas le plus défavorable, l'écart angulaire entre cette tangente et celle de l'équipotentielle nulle est inférieur à 50 mrad. Il en est de même pour la tangente de l'équipotentielle positive en I_2 . Cet écart angulaire restant faible, on considère des tangentes parallèles à celle de l'équipotentielle nulle et par conséquent colinéaires à u .

Les points J_1, J'_1, J_2 et J'_2 (voir fig. 39) formant les électrodes sont alors calculés à partir du vecteur u , et en choisissant la demi-longueur des électrodes égale à rd :

$$\begin{aligned} MJ_1 &= MI_1 + rdu & MJ_2 &= MI_2 + rdu \\ MJ'_1 &= MI_1 - rdu & MJ'_2 &= MI_2 - rdu \end{aligned}$$

Les coordonnées des quatre points J s'obtiennent maintenant aisément dans le repère mobile ; leurs expressions dans le repère fixe (O, i, j, k) figurent à la page suivante.

Le point $M(x_0, y_0, z_0)$ est situé sur la trajectoire centrale et les expressions de ses coordonnées en fonction de θ dans le repère fixe figurent au chapitre I.

Différents essais numériques ont montré qu'il convenait de choisir $r \geq 2$; toutefois, on ne note pas de variations significatives à partir de cette valeur.

La figure 39 montre, dans le cas le plus critique $\theta = \pi/2$, les électrodes dans le plan (p, q) , qui est à cet endroit vertical, ainsi que les équipotentielles théoriques pour $V_e = 12.5$ kV.

Les surfaces réglées qui définissent les segments $(J_1 J'_1)$ et $(J_2 J'_2)$ en fonction de θ sont représentées sur la figure 40.

Electrode négative :

$$OJ_1 \left\{ \begin{array}{l} x_0 + \frac{d_0}{1+\lambda_e^2} \{ (+1 + \sigma r \lambda_e) \cos \theta \cos 2K\theta + (-\lambda_e + \sigma r) \sin 2K\theta \} \\ y_0 + \frac{d_0}{1+\lambda_e^2} \{ (+1 + \sigma r \lambda_e) \cos \theta \sin 2K\theta - (-\lambda_e + \sigma r) \cos 2K\theta \} \\ z_0 + \frac{d_0}{1+\lambda_e^2} (+1 + \sigma r \lambda_e) \sin \theta \end{array} \right.$$

$$OJ'_1 \left\{ \begin{array}{l} x_0 + \frac{d_0}{1+\lambda_e^2} \{ (+1 - \sigma r \lambda_e) \cos \theta \cos 2K\theta + (-\lambda_e - \sigma r) \sin 2K\theta \} \\ y_0 + \frac{d_0}{1+\lambda_e^2} \{ (+1 - \sigma r \lambda_e) \cos \theta \sin 2K\theta - (-\lambda_e - \sigma r) \cos 2K\theta \} \\ z_0 + \frac{d_0}{1+\lambda_e^2} (+1 - \sigma r \lambda_e) \sin \theta \end{array} \right.$$

Electrode positive :

$$OJ_2 \left\{ \begin{array}{l} x_0 + \frac{d_0}{1+\lambda_e^2} \{ (-1 + \sigma r \lambda_e) \cos \theta \cos 2K\theta + (+\lambda_e + \sigma r) \sin 2K\theta \} \\ y_0 + \frac{d_0}{1+\lambda_e^2} \{ (-1 + \sigma r \lambda_e) \cos \theta \sin 2K\theta - (+\lambda_e + \sigma r) \cos 2K\theta \} \\ z_0 + \frac{d_0}{1+\lambda_e^2} (-1 + \sigma r \lambda_e) \sin \theta \end{array} \right.$$

$$OJ'_2 \left\{ \begin{array}{l} x_0 + \frac{d_0}{1+\lambda_e^2} \{ (-1 - \sigma r \lambda_e) \cos \theta \cos 2K\theta + (+\lambda_e - \sigma r) \sin 2K\theta \} \\ y_0 + \frac{d_0}{1+\lambda_e^2} \{ (-1 - \sigma r \lambda_e) \cos \theta \sin 2K\theta - (+\lambda_e - \sigma r) \cos 2K\theta \} \\ z_0 + \frac{d_0}{1+\lambda_e^2} (-1 - \sigma r \lambda_e) \sin \theta \end{array} \right.$$

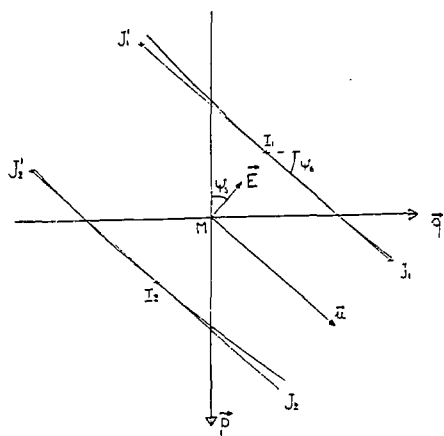


Fig. 39 : Electrodes et équipotentielle à la sortie.

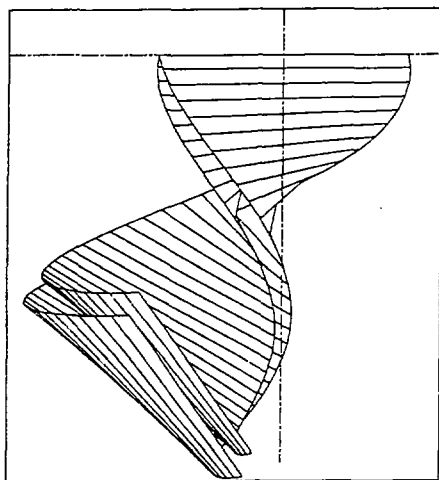


Fig. 40 : Segments formant les électrodes.

La dernière remarque concerne les tensions à appliquer sur les électrodes. Considérons les deux équipotentiels, V_+ et V_- , telles que :

$$\begin{aligned} \text{En } \theta = 0 : a = d_0, b = c = 0 \text{ se trouve sur l'équipotentielle } V_+ \\ \text{et } a = -d_0, b = c = 0 \text{ se trouve sur l'équipotentielle } V_- \end{aligned}$$

Alors ces potentiels sont reliés par : $V_+(d_0 + 2\sigma A) = V_-(d_0 - 2\sigma A)$
Les potentiels à appliquer sur les électrodes ne peuvent donc pas être symétriques, la correction à effectuer donnant :

$$V_+ = \frac{\delta V_0}{2} \left(+1 - \frac{d_0}{2\sigma A} \right) = +12.891 \text{ kV}$$

$$\text{et } V_- = \frac{\delta V_0}{2} \left(-1 - \frac{d_0}{2\sigma A} \right) = -12.109 \text{ kV}$$

En $\theta = \pi/2$:

Les points $a = \pm d_0, b = c = 0$ appartiennent toujours aux électrodes et les corrections à effectuer sur les valeurs des potentiels des électrodes sont identiques à celles déterminées pour $\theta=0$; mais pour les points I_1 et I_2 définis précédemment, il faudrait une nouvelle correction car :

$$\frac{V_{I1}(\theta=\pi/2) - V_{I1}(\theta=0)}{V_{I1}(\theta=0)} \approx -3.6\% \quad (V_{I1}(\theta=0) = V_-)$$

Il est clair qu'il faut faire un choix. On garde donc les potentiels définis à l'entrée qui ont l'avantage d'être valables quel que soit θ en :
 $a = \pm d_0, b = c = 0$.

Le détail du calcul des électrodes à partir du potentiel analytique permet de situer les différentes approximations effectuées. Les électrodes ainsi déterminées ont l'avantage d'avoir des expressions plus simples que si l'on avait gardé les surfaces équipotentiels réelles générées par des hyperboles, et le fait de définir des surfaces réglées peut aussi permettre un usinage plus simple.

Toutefois, la 'géométrie analytique' de l'infecteur est différente de la géométrie retenue pour le décrire, ce qui est l'un des arguments qui nous a entraîné à effectuer des simulations numériques.

ANNEXE 4 : USINAGE - TENUE EN TENSION

La méthode retenue pour l'usinage des électrodes de l'infecteur est identique à celle utilisée par L.W. ROOT [09]. Des méthodes plus simples peuvent être envisagées dans le cas $k_0 = 0$, pour lequel les segments qui définissent les électrodes sont toujours dans un plan horizontal ($\forall \theta, \text{tg}\psi = 0$), la distance inter-électrodes restant quant à elle constante ($=2d_0$).

Pour $k_0 \neq 0$ il n'en est plus de même ; pour cette raison chacune des deux électrodes a été usinée point par point, la méthode utilisée étant succinctement retracée ci-après.

Considérons deux segments formant les électrodes distants de 2 mm, qui peuvent aussi être représentés par les segments $\theta = \theta_0$ et $\theta = \theta_0 + \delta\theta$ avec $\delta\theta = 0.955^\circ$ (se reporter à l'annexe 3 pour l'obtention des points définissant ces segments).

Sur chacun d'eux sont ensuite portés des points espacés de 2 mm (fig. 41).

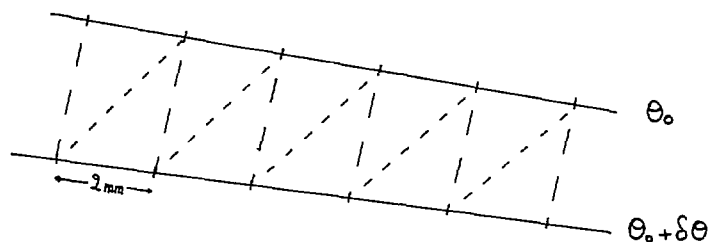


Fig. 41 : Détail de deux segments séparés par $\delta\theta$.

On définit ainsi des quadrilatères d'environ 2 mm de côté, qui sont ensuite séparés en deux triangles ; il est possible d'en connaître numériquement les centres, ainsi que les perpendiculaires aux électrodes passant par ces centres (fig. 42).

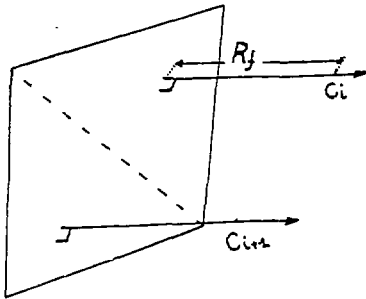


Fig. 42 : Quadrilatère élémentaire utilisé pour l'usinage.

Il est alors possible de déterminer l'ensemble des points C_i , distants de R_f des centres des triangles et situés sur ces perpendiculaires. Ces points C_i fixent le déplacement du centre d'une fraise sphérique de rayon R_f . Le nombre de points C_i nécessaires pour définir chacune des électrodes est de l'ordre de 2000 (voir planche 2).

Nous avons choisi la valeur de ce rayon R_f de sorte qu'il soit grand devant la distance qui sépare les centres des triangles et plus petit que le rayon de courbure minimum apparaissant dans l'inflexeur, afin, bien évidemment, de ne pas enlever indument de la matière. Dans notre cas, le rayon de courbure minimum se situe à la sortie de l'inflexeur, sa valeur ayant été évaluée à 35 mm. Le rayon de la fraise a pour ces raisons été fixé à $R_f = 10$ mm, ce qui donne une tolérance due au fraisage sphérique (pour un pas de 2 mm) de 0.05 mm, alors que la tolérance due à la triangulation est de 0.02 mm. Compte tenu de l'encroisement de la fraise sphérique et de son déplacement à la surface de l'électrode, il a été nécessaire de changer l'inclinaison de son axe à plusieurs reprises pendant l'usinage de chacune des électrodes.

L'usinage du coin de sortie défini au chap. I n'offre aucune difficulté dès lors que le plan qui correspond à la rotation de la face de sortie est connu (voir planche 2).

Les électrodes ont été usinées dans de l'inox amagnétique (Z2CN18-10), et ont subi un "poli-main" qui s'est avéré suffisant eu égard aux faibles valeurs des tolérances.

Une fois l'usinage et le montage terminés, des essais de tenue en tension ont été effectués dans les conditions suivantes :

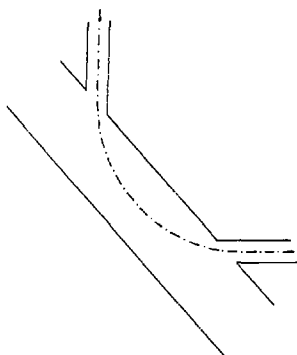
- Vide de 2.10^{-6} Torr
- Champ magnétique de 1.55 T

Ces essais ont montré qu'il était possible d'appliquer des tensions de +17 kV et -17 kV sur les électrodes sans avoir à redouter de claquage, la distance inter-électrodes évoluant continuellement de 15 mm à 11.26 mm. Au-delà de ± 17.5 kV, de fréquentes décharges au niveau de la sortie de l'infecteur se produisent. Cette limite correspond à une composante de champ électrostatique verticale (parallèle au champ magnétique) de :

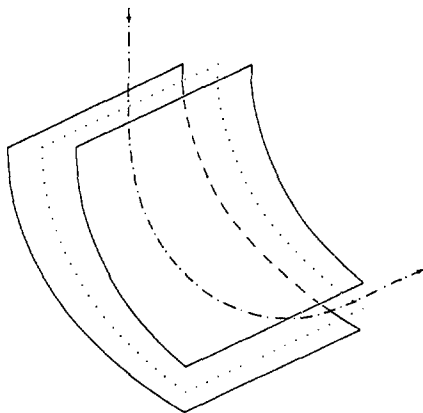
$$\frac{34 \text{ kV}}{15 \text{ mm}} \approx 22.7 \text{ kV/cm}$$

Etant donné que les valeurs de potentiel à appliquer sur les électrodes sont au maximum de -12.891 kV et +12.109 kV dans notre cas, les résultats des essais se sont révélés tout à fait satisfaisants.

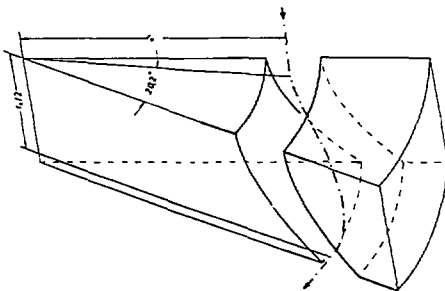
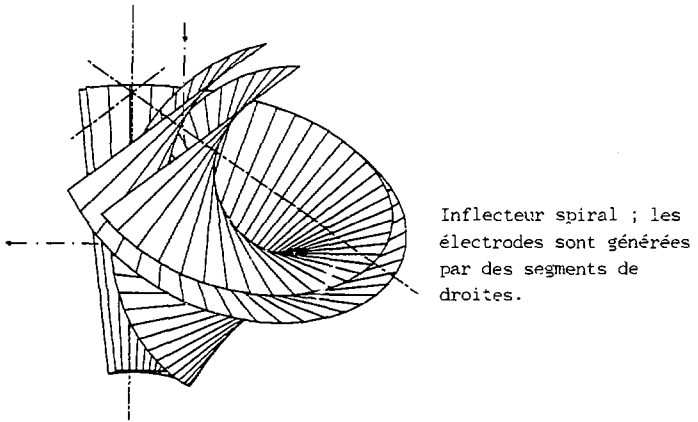
PLANCHE 1 : SCHEMAS DES DIFFERENTS TYPES D'INFLECTEURS



Inflecteur miroir (sans l'action du champ magnétique) ; les électrodes sont planes.

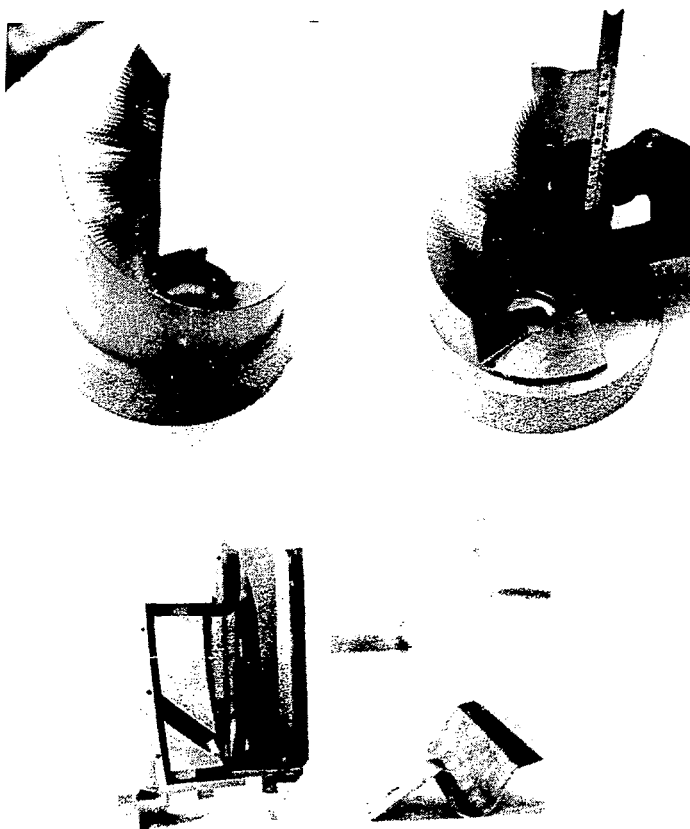


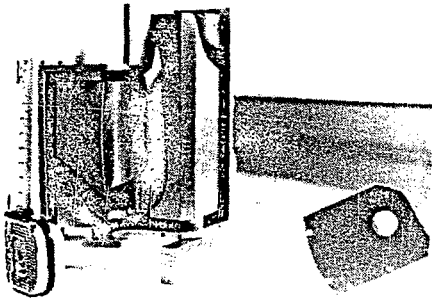
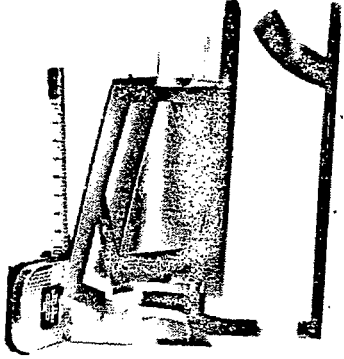
Inflecteur parabolique ; les électrodes sont des parties de cylindres paraboliques.



Inflecteur hyperboloïde : Les électrodes sont des parties d'hyperboloïdes de révolution d'axe vertical.

PLANCHE 2 : PHOTOS DE L'INFLECTEUR SPIRAL ETUDIE





REFERENCES

- [01] J. FERME - Project "OAE" at GANIL
Proceedings of the 11th International Conference on
Cyclotrons and their Applications, Tokyo 1987, pp 24-30
- [02] W.B. POWELL, B.L. REECE - Injection of ions into a cyclotron
from an external source - NIM 32 (1965), pp 325-332
- [03] W.B. POWELL - Ion injection from external sources
IEEE Trans. Nucl. Sc. - 13 (1966) pp 147-166
- [04] R.W. MÜLLER - Novel inflectors for cyclic accelerators
NIM 54 (1967), pp 29-41
- [05] R. BECK, B. BRU, C. RICAUD - L'inflecteur hyperboloïdal
de R.W. Müller - GANIL 86N/TF/01 (1986)
et GANIL 86N/TF/02 (1986)
- [06] J.L. BELMONT, J.L. PABOT - Study of axial injection for the
Grenoble cyclotron - IEEE Trans. Nucl. Sc. NS-13,191 (1966)
- [07] J.L. PABOT - thèse : Contribution à l'étude de l'injection
axiale pour protons polarisés sur le cyclotron de Grenoble.
Grenoble (7 Août 1968)
- [08] J.L. PABOT - Annexes de la thèse - Rapport CEA R-3729 (1969)
- [09] L.W. ROOT - Thèse : Design of an inflector for the TRIUMF
cyclotron - Vancouver (Avril 1972)
- [10] M. ROY-STEPHAN - Etude préliminaire d'un inflecteur de
type Pabot - Rapport IPNO-GTA/84-15
- [11] F. MARTI - Orbit studies for ion inflectors used in cyclotrons
Proceedings of the 1987 IEEE Particle Accelerator Conference
Washington, DC, March 1987 - pp 1287-1289 , vol. 2

- [12] P. BERTRAND - Inflecteur de Pabot-Belmont, aspects numériques
Rapport Interne GANIL PB 38.87
- [13] H. HOUTMAN, C.J. KOST - Paper at the EPS Conf. on Computing
in Acc. Design (Berlin 1983)
- [14] E. DURAND - Electrostatique et magnétostatique p. 518 (1953)
- [15] K.L. BROWN, D.C. CAREY, Ch. ISELIN, F. ROTHACKER - TRANSPORT
CERN 80-04
- [16] G. LELEUX - Cours 1987 du DEA de Physique et Technologie des
Grands Instruments (PARIS II, III et IV)
- [17] M.P. BOURGAREL, E. BARON
Rapport Interne GANIL 86/54R/IS15 20/10/86
- [18] A. CHABERT, J. FERME, G. GENDREAU, P. LAPOSTOLLE, P. YVON -
Chromatic correlations at injection and related ejection
in separated sector cyclotrons
IEEE, Vol NS-26, n°3 pp 3612, Juin 1979
- [19] F.J. SACHERER - RMS envelope eqs with space charge
Proceedings of the Particle Accelerator Conference
Chicago 1971, p 1105-1107
- [20] P. LAPOSTOLLE - Possible emittance increase through
filamentation due to space charge in continuous beam
Proceedings of the Particle Accelerator Conference
Chicago 1971, p 1101-1104
- [21] B. BRU, D.J. WARNER - Bunch 74, an improved multiparticle
beam simulation program - CERN/MPS/LIN 75-2
- [22] M. PROMÉ - Thèse : Effets de la charge d'espace dans les
accélérateurs linéaires à protons
Université Paris-Sud (22 Avril 1971)
- [23] E. BARON, R. BECK, M.P. BOURGAREL, B. BRU, A. CHABERT, C. RICAUD
High intensity and space charge problems at GANIL
Proceedings of the 11th International Conference
on Cyclotrons and their Applications, Tokyo 1987, pp 234-237

- [24] R. BECK, B. BRU, C. RICAUD - Conception modulaire d'une ligne de faisceau et procédé de réglage
Rapport GANIL A. 87.01
- [25] R. BAARTMAN - Matching of ion sources to cyclotron deflectors
Proceedings of the first EPAC, ROME 1988
- [26] J.I.M. BOTMAN, E.L. HAGEDOORN, J. REICH - The beam emittance of cyclotrons with axial injection system
Proceedings of the first EPAC, ROME 1988
- [27] B. BRU, P. LAPOSTOLLE - Sur quelques propriétés des effets de glissement en phase dans les lignes de transfert entre cyclotrons, GANIL 77N/097/TF/10
- [28] B. BRU, M. WEISS - Single and double-drift bunchers as possible injection schemes for the CFS LINAC
Proceedings of the Particle Accelerator Conference
San Francisco, 1973
- [29] B. BRU - GALOPR, a beam transport program with space charge and bunching - Proceedings of the first EPAC, ROME 1988
- [30] P. LANGLOIS - Adaptation du programme multiparticules BUNCH74 aux conditions de fonctionnement des lignes de transfert du GANIL, Rapport de stage GANIL RS 87 20

TABLE DES FIGURES

	Page
(01) : Schéma de principe du système accélérateur du GANIL	4
(02) : Caractéristique en énergie avant et après l'OAE	5
(03) : Schéma de l'étage injecteur de l'OAI	6
(04) : Repère mobile et champ électrostatique	11
(05) : Repère mobile à la sortie de l'infecteur	12
(06) : Repère et hyperboloïde portant le trajectoire centrale	15
(07) : Electrodes et équipotentiellles dans le plan (p,q)	17
(08) : Raccordement des trajectoires	19
(09) : Abaque $\delta R=f(A,K)$	20
(10) : Géométrie entrnale dans le plan médian	21
(11) : Détail du maillage	24
(12) : Champ théorique et champ numérique	26
(13) : Coupes horizontales des électrodes	28
(14) : Champ théorique et champ numérique "modifié"	29
(15) : Champ magnétique sur l'axe du cyclotron	30
(16) : Configurations de champ magnétique	31
(17) : Détail des champs à l'entrée de l'infecteur	34
(18) : Repères entrée et sortie de la matrice de transfert	38
(19) : Détermination des coordonnées transversales	39
(20) : Détermination des coordonnées longitudinales	39
(21) : Variations des coefficients de la matrice de transfert	42
(22) : Projection de l'ellipsoïde dans le plan horizontal	50
(23) : Décomposition du parcours dans le champ magnétique	51
(24) : Projections au niveau du point S	53
(25) : Projections en S après l'introduction du quadrupôle	54
(26) : Projections en E	55
(27) : Rotation de la face de sortie	56
(28) : Repère et action du coin de sortie	57
(29) : Evolution du faisceau à l'entrée de l'infecteur	59

	Page
(30) : Evolution du faisceau au point D pour différents champs	63
(31) : Projections en D pour comparaison	66
(32) : Nombre de particules en fonction de l'écart en position	67
(33) : Emplacement des 8 particules perdues	67
(34) : Evolution des enveloppes dans l'infecteur	70
(35) : Plan de phase longitudinal en D	74
(36) : Schéma de la ligne d'injection axiale	78
(37) : Enveloppes de faisceau dans la ligne d'injection axiale	82
(38) : Calcul des électrodes	94
(39) : Electrodes et équipotentielles à la sortie	97
(40) : Segments formant les électrodes	97
(41) : Détail de deux segments	99
(42) : Quadrilatère élémentaire utilisé pour l'usinage	100
Planche 1 : Schémas des différents types d'infecteur	102
	103
Planche 2 : Photos de l'infecteur spiral étudié	104
	105

TABLE DES MATIERES

	Page
INTRODUCTION	03
I PRELIMINAIRES	04
- Contexte du projet	04
- Choix de l'infecteur	07
II ASPECT THEORIQUE DE L'INFLECTEUR SPIRAL	09
- Choix des repères et définition des champs	09
- Détermination de la trajectoire centrale	13
- Champ analytique et électrodes	16
- Raccordement avec l'orbite magnétique du cyclotron	18
- Choix des paramètres de l'infecteur spiral	20
III ASPECT NUMERIQUE DE L'INFLECTEUR SPIRAL	23
- Carte de potentiel	23
- Analyse de la distribution de potentiel	25
- Carte des "potentiels modifiés"	27
- Calcul des trajectoires	30
- Trajectoire centrale numérique	32
- Correction de la longueur électrique	34
IV MATRICE DE TRANSFERT	37
- Système de coordonnées	37
- Détermination de la matrice de transfert	38
- Etude des non linéarités	41
- Propriétés de la matrice de transfert	43
- Matrices pour différents types de champ magnétique	45

	Page
<u>V</u> TRANSFERT DU FAISCEAU A TRAVERS L'INFLECTEUR	47
- Conditions d'adaptation	48
- Matrice de covariance ou matrice faisceau	49
- Introduction d'un quadrupôle électrostatique	51
- Rotation de la face de sortie de l'inflecteur	56
- Matrice de transfert de l'inflecteur avec coin	61
- Simulation multiparticules	64
<u>VI</u> EFFET DE LA CHARGE D'ESPACE	69
- Existence d'un point de focalisation	69
- Calcul de la force de charge d'espace	71
- Résultats obtenus pour différents courants	73
<u>VII</u> LIGNE D'INJECTION AXIALE	77
- Considérations relatives à l'injection dans un cyclotron	79
- Description de la structure	80
- Groupement	81
- Optimisation de la ligne	81
CONCLUSION	85
ANNEXE 1 : Inflecteur hyperboloïde	87
ANNEXE 2 : Equations du mouvement	90
ANNEXE 3 : Détermination des électrodes	93
ANNEXE 4 : Usinage - Tenue en tension	99
PLANCHE 1 : Schémas des différents types d'inflecteur	102
PLANCHE 2 : Photos de l'inflecteur étudié	104
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	106
TABLE DES FIGURES	109

Le but des opérations OAE et OAI développées au GANIL est respectivement d'augmenter l'énergie des ions lourds de façon à délivrer des faisceaux de 45 MeV/A jusqu'au Xénon et d'en améliorer les intensités. Le travail retracé ici porte sur l'étape injecteur de la seconde de ces opérations. Dans cette configuration, une source ECR est portée à un potentiel de 100 kV afin d'éviter les pertes dues à la charge d'espace. L'inflecteur retenu pour réaliser l'injection dans le cyclotron NC01 est de type spirale à deux paramètres. Devant la difficulté de déterminer analytiquement les équations du mouvement, des programmes de simulation numérique ont été développés. Ces derniers permettent de calculer la matrice de transfert de cet inflecteur et d'étudier le comportement du faisceau à sa traversée. L'introduction d'un quadrupôle électrostatique en aval de l'inflecteur est nécessaire pour réaliser une bonne adaptation dans le cyclotron tout en restant dans l'acceptance de l'inflecteur. Pour les conditions d'adaptation retenues, la transmission de l'inflecteur est améliorée par l'introduction d'une rotation de sa face de sortie. Il est alors possible d'y transférer des faisceaux dont les émittances et les intensités sont celles envisagées dans le projet OAI. Connaissant les caractéristiques de l'inflecteur, la structure de la ligne d'injection axiale a pu être déterminée afin de fournir un faisceau adapté.

The aim of the OAE and OAI projects developed at GANIL is respectively to increase the "medium" heavy ion energies to get 45 MeV/A beams up to Xenon, and to increase the beam intensities. This study deals with the injection stage of the second of these operations. In this new design, the ECR source potential is 100 kV to avoid losses due to space charge. The inflector used for the injection in the cyclotron NC01 is a spiral type with two parameters. The equations of motion are straightforward to obtain and numerical simulation programs have been developed. It is then possible to compute the transfer matrix of this inflector and to study the behavior of the beam inside it. It is necessary to introduce an electrostatic quadrupole after the inflector exit to realize a good matching to the cyclotron with the condition of always staying inside the inflector acceptance. For these matching conditions, the inflector transmission is increased if one introduces a rotation of the inflector exit face. It is then possible to transfer beams with the required emittances and intensities in the OAI project. The knowledge of the inflector characteristics makes it possible to design an axial injection line to obtain a matched beam.

MOT CLES :

injection axiale
inflecteur spirale
cyclotron compact
inflecteur
Ganil.